ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

ГИА

Математика

Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе

Экзамен с «Просвещением»

СЕРИЯ «ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ: ГИА»

КОМПЛЕКТЫ ВЫПУСКАЮТСЯ: *по русскому языку, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, химии, физике, информатике. Они могут быть использованы учащимися как для самостоятельной подготовки к ГИА, так и для работы в классе, а также преподавателями средней школы и структур внешкольной подготовки при организации изучения курса предмета, при его повторении и обобщении.*

КОМПЛЕКТ СОСТОИТ ИЗ ПОСОБИЙ:

1. «ГИА. Учебно-справочные материалы для 9 класса»

- Содержат краткий теоретический курс среднего (полного) общеобразовательного уровня, представленный на основе кодификатора, разработанного Федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ).
- Сопровождаются примерами типовых заданий в различных тестовых формах и различного уровня сложности с решением из основных существующих учебных (рабочих) программ по предмету.
- Отличаются чётко структурированным и компактным изложением материала с использованием визуального ряда в виде таблиц, схем, наглядных изображений.
- Предназначены для отработки основных знаний и умений выпускников, необходимых для успешной сдачи ГИА.
- Помогут систематизировать знания по предметам, сконцентрировать внимание на наиболее важных вопросах курсов, выносимых на экзамен, а также правильно выстроить стратегию и тактику подготовки к ГИА.

2. «ГИА. Контрольные тренировочные материалы для 9 класса с ответами и комментариями

- Содержат практикум из вариантов заданий, разработанных на основе спецификаций и демонстрационных версий КИМ ГИА, разработанных Федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ).
- Сопровождаются краткими комментариями к ответам и/или ссылками на соответствующий раздел пособия «ГИА. Учебно-справочные материалы».
- Предназначены для оценки учащимися степени готовности к ГИА, а также для выявления пробелов в своих знаниях.
- Помогут познакомиться с требованиями, которые предъявляются в ходе ГИА к выполнению заданий разного типа, а также понять особенности оценки заданий с развёрнутым ответом и наметить стратегии их выполнения с учётом критериев, разработанных авторами КИМ.
- Могут использоваться как для самостоятельной подготовки к ГИА, так и для работы в классе.

ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ: ГИА

Математика

Сборник заданий для подготовки к государственной итоговой аттестации в 9 классе

7-е издание, дополненное

Москва
«ПРОСВЕЩЕНИЕ»
2012

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
М34

Серия «Итоговый контроль: ГИА»
основана в 2010 году

Авторы: Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова,
Е. А. Бунимович, Т. В. Колесникова,
Л. О. Рослова, В. А. Булычёв

Математика : сб. заданий для подгот. к гос. ито-
М34 говой аттестации в 9 кл. /[Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович и др.]. — 7-е изд., доп. — М. : Просвещение, 2012. — 287 с. : ил. — (Итоговый контроль: ГИА). — ISBN 978-5-09-026019-0.

Сборник предназначен для подготовки к государственной итоговой аттестации по математике в новой форме. Его авторы — разработчики ежегодных экзаменационных материалов. В сборнике содержатся тренировочные тесты по алгебре (первая часть экзаменационной работы), набор алгебраических заданий второй части, тренировочные задания по геометрии (первая и вторая части работы), а также демонстрационные варианты работ с решениями и комментариями, методические рекомендации по подготовке к экзамену.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-09-026019-0

© Издательство «Просвещение», 2006
Издательство «Просвещение», 2009, с изменениями
© Художественное оформление. Издательство «Просвещение», 2009
Все права защищены

ПРЕДИСЛОВИЕ

Пособие предназначено для подготовки к государственной итоговой аттестации по математике в 9 классе (ГИА 9). Это переработанное и дополненное издание, в котором учтены изменения в содержании экзамена, связанные с включением в проверку заданий по вероятности и статистике и по геометрии.

Экзаменационная работа, как и прежде, состоит из двух частей. Первая часть работы направлена на проверку базовой подготовки выпускников, вторая — на дифференцированную проверку владения материалом на повышенных уровнях.

Первая часть содержит 18 заданий, среди которых задания с выбором ответа, с кратким ответом и задания на соотнесение. Проверке подвергается знание математических фактов и утверждений, понимание смысла важнейших понятий и их свойств, владение основными алгоритмами и приёмами решения задач, умение применять знания, в том числе в практических ситуациях.

Разделы программы представлены в ней в следующем отношении: арифметика (2 задания), буквенные выражения и их преобразования (3 задания), уравнения, неравенства и их системы (4 задания), функции и графики (2 задания), арифметическая и геометрическая прогрессии (1 задание), геометрия (4 задания), вероятность и статистика (2 задания). Таким образом, основу первой части работы составляют задания по материалу, относящемуся к курсу алгебры (14 заданий из 18). По заложенным в них идеям они близки к заданиям, предлагавшимся в ходе экзамена по алгебре в предыдущие годы.

Вторая часть работы содержит 5 заданий: 3 задания по алгебре и 2 — по геометрии. Все они выполняются с записью решения. Задания во второй части расположены по нарастанию сложности, при этом условно могут быть выделены три уровня: № 19 — задание первого уровня (оценивается 2 баллами), № 20—21 — задания второго уровня (каждое оценивается 3 баллами), № 22—23 — задания третьего уровня (каждое оценивается 4 баллами). Из двух геометрических заданий одно второго уровня и одно — третьего.

Содержание и структура данного сборника позволяют, с одной стороны, готовиться к экзамену отдельно на уроках алгебры и на уроках геометрии в ходе изучения этих двух параллельных предметов, а с другой — потренироваться в выполнении полной экзаменационной работы в ходе итогового повторения. Сборник состоит из четырёх основных разделов и двух приложений.

Раздел I содержит скомпонованные тесты, назначение которых — подготовка к экзамену на уроках алгебры (12 тестов по два параллельных варианта). Число заданий в каждом из них избыточно — 18 заданий вместо 14, содержащихся в демоверсии экзамена. Это сделано для того, чтобы возможно более полно представить спектр экзаменационных заданий, относящихся к арифметическому, алгебраическому и вероятностно-статистическому материалу. Учитель легко может регулировать число заданий, исключая, например, те, что относятся к ещё не пройденным вопросам.

Раздел II содержит тренировочные задания по курсу алгебры для подготовки к выполнению второй части экзаменационной работы (каждое в двух параллельных вариантах). Задания распределены по нескольким содержательным блокам: выражения и их преобразования; уравнения; системы уравнений; неравенства; функции; координаты и их графики; арифметическая и геометрическая прогрессии; текстовые задачи. В каждом блоке задания представлены на трёх уровнях; их относительная сложность обозначена соответствующим количество баллов (2, 3 и 4 балла). Три задания по курсу алгебры, включаемые во вторую часть экзаменационной работы, всегда относятся к разным содержательным блокам.

Раздел III содержит набор геометрических заданий, каждое из которых дано в двух параллельных вариантах. Все задания для подготовки к выполнению первой части экзаменационной работы отнесены к нескольким видам, различающимся по их функциональной роли в тексте работы. Задания для подготовки к выполнению второй части даны на трёх уровнях, как это сделано для заданий по алгебре.

В конце каждого из трёх разделов ко всем заданиям даны ответы и указания.

Раздел IV включает три полные тренировочные работы (в двух вариантах), аналогичные тем, что могут быть предложены учащимся на экзамене. Они сопровождаются ответами, комментариями, образцами решений заданий с развёрнутыми ответами.

Приложение 1 содержит дополнительный набор заданий по вероятностно-статистической линии курса — для подготовки к выполнению части 1 и части 2 (задания для второй части — на перспективу; в настоящее время проверка усвоения материала вероятностно-статистической линии осуществляется только на базовом уровне). Все задания сопровождаются решениями и ответами.

Приложение 2 содержит методические рекомендации по подготовке к экзамену с примерами возможных подходов к выполнению заданий первой и второй части.

РАЗДЕЛ I

Тренировочные тесты по курсу алгебры (первая часть экзаменационной работы)

Работа № 1

Вариант 1

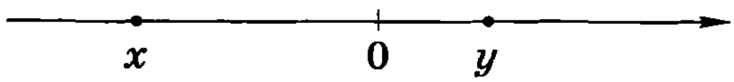
1 Найдите значение выражения $\sqrt{2x+1}$ при $x = -\frac{4}{9}$.

Ответ: ____________________

2 Из формулы мощности $N = \frac{A}{t}$ выразите работу A.

1) $A = \frac{Nt}{A}$ 2) $A = \frac{N}{t}$ 3) $A = \frac{t}{N}$ 4) $A = Nt$

3 На координатной прямой отмечены числа x и y. Какое из приведённых утверждений неверно?



1) $xy < 0$ 2) $x^2y > 0$ 3) $x + y > 0$ 4) $x - y < 0$

4 Для биологической лаборатории купили оптический микроскоп, который даёт возможность различать объекты размером до $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ см. Выразите эту величину в миллиметрах.

1) 0,0000025 мм 3) 0,00025 мм

2) 0,000025 мм 4) 0,0025 мм

5 В двух библиотеках было одинаковое количество книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 50%, а во второй — в 2 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

1) В первой библиотеке

2) Во второй библиотеке

3) Книг осталось поровну

4) Для ответа не хватает данных

$\boxed{6}$ Упростите выражение $(a - 4)^2 - 2a(3a - 4)$.

Ответ: ____________________

$\boxed{7}$ Какое из данных выражений не равно $\sqrt{\frac{5}{48}}$?

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{3}}$ 2) $\frac{\sqrt{15}}{12}$ 3) $\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}$ 4) $\frac{\sqrt{5}}{8}$

$\boxed{8}$ Сократите дробь $\frac{a^2+3a}{9-a^2}$.

Ответ: ____________________

$\boxed{9}$ Решите уравнение $3x^2 + x = 0$.

Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ Вычислите координаты точки пересечения прямых

$$2x + 3y = -12 \text{ и } 4x - 6y = 0.$$

Ответ: ____________________

$\boxed{11}$ Велосипедист от озера до деревни ехал со скоростью 15 км/ч, а обратно — со скоростью 10 км/ч. Сколько времени ушло у него на дорогу от озера до деревни, если на весь путь туда и обратно велосипедист затратил 1 ч?

Пусть x ч — время, затраченное на дорогу от озера до деревни. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $15x = 10(1 - x)$

2) $\frac{15}{x} + \frac{10}{1-x} = 1$

3) $15x + 10(1 - x) = 1$

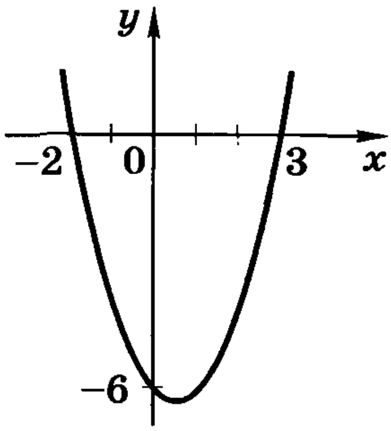
4) $15(1 - x) = 10x$

$\boxed{12}$ При каких значениях x значения выражения $8x - 2$ больше значений выражения $10x + 1$?

1) При $x > -1{,}5$
2) При $x < -1{,}5$
3) При $x < 0{,}5$
4) При $x > 0{,}5$

$\boxed{13}$ На рисунке изображён график функции

$$y = x^2 - x - 6.$$



Используя график, решите неравенство

$$x^2 - x - 6 > 0.$$

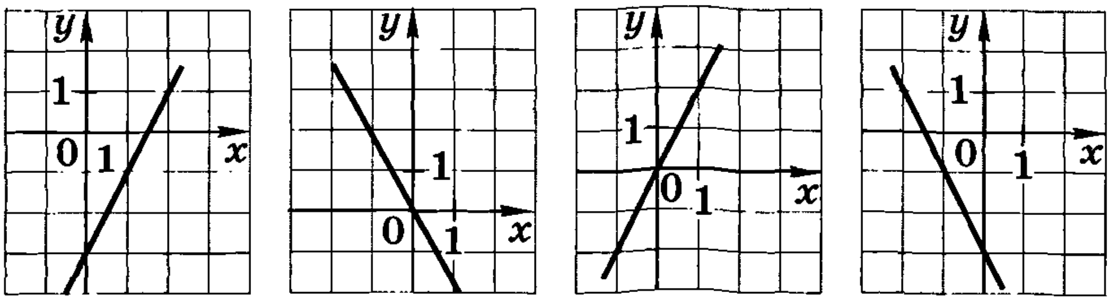
Ответ: ____________________

$\boxed{14}$ В геометрической прогрессии $b_1 = 64$, $q = -\frac{1}{2}$. В каком случае при сравнении членов этой прогрессии знак неравенства поставлен неверно?

1) $b_2 < b_3$
2) $b_3 > b_4$
3) $b_4 > b_6$
4) $b_5 > b_7$

$\boxed{15}$ Установите соответствие между графиками функций и формулами, задающими эти функции.

А. Б. В. Г.

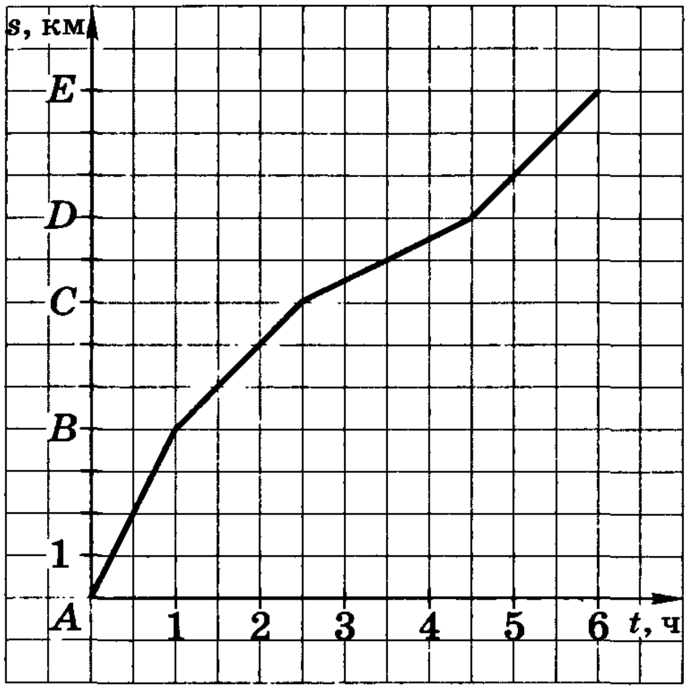


1) $y = 2x$ 2) $y = -2x - 3$ 3) $y = -2x$ 4) $y = 2x - 3$

Ответ:

А	Б	В	Г

16 Плот плывёт по реке. На рисунке изображён график его движения: по горизонтальной оси откладывается время движения t, по вертикальной — расстояние s, которое проплыл плот. На каком участке пути скорость течения наибольшая?



1) От A до B
2) От B до C
3) От C до D
4) От D до E

17 Сколько трёхзначных чётных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2 и 3?

Ответ: ____________________

18 В коробке лежат одинаковые по виду конфеты с разными начинками: 5 с вишней, 4 с миндалём, 3 с фундуком. Наугад выбирают одну конфету. Какова вероятность того, что она будет с ореховой начинкой?

Ответ: ____________________

Работа № 1

Вариант 2

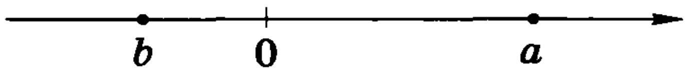
1 Найдите значение выражения $\sqrt{1+3x}$ при $x = -0{,}17$.

Ответ: ____________________

2 Из формулы удельной теплоёмкости $c = \frac{C}{M}$ выразите массу M.

1) $M = Cc$ 2) $M = \frac{c}{C}$ 3) $M = \frac{C}{c}$ 4) $M = \frac{cM}{C}$

3 На координатной прямой отмечены числа a и b. Какое из приведённых утверждений **неверно?**



1) $ab < 0$ 2) $ab^2 > 0$ 3) $a + b > 0$ 4) $a - b < 0$

4 Простейшие-паразиты имеют длину от 1 см до $2 \cdot 10^{-4}$ см. Выразите последнюю величину в миллиметрах.

1) 0,02 мм 3) 0,0002 мм

2) 0,002 мм 4) 0,00002 мм

5 В двух библиотеках было одинаковое количество книг. Через год в первой библиотеке число книг увеличилось на 50%, а во второй — в 1,5 раза. В какой библиотеке книг стало больше?

1) В первой библиотеке
2) Во второй библиотеке
3) Книг осталось поровну
4) Для ответа не хватает данных

6 Упростите выражение $(c + 5)^2 - c(10 - 3c)$.

Ответ: ____________________

7 Какое из данных выражений не равно $\sqrt{\frac{4}{45}}$?

1) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}}$ 2) $\frac{2}{3\sqrt{5}}$ 3) $\frac{4}{3\sqrt{5}}$ 4) $\frac{2\sqrt{5}}{15}$

8 Сократите дробь $\frac{3a^2 - 6a}{a^2 - 4}$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $3x - x^2 = 0$.

Ответ: ____________________

10 Вычислите координаты точки пересечения прямых

$$4x - 10y = 0 \text{ и } 3x + 5y = 25.$$

Ответ: ____________________

11 Лыжник от озера до деревни шёл со скоростью 15 км/ч, а обратно — со скоростью 12 км/ч. Сколько времени ушло у него на обратную дорогу, если на весь путь туда и обратно лыжник затратил 3 ч?

Пусть x ч — время на обратную дорогу. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $15(3 - x) = 12x$

2) $\frac{15}{x} + \frac{12}{3 - x} = 3$

3) $15x + 12(3 - x) = 3$

4) $15x = 12(3 - x)$

12 При каких значениях x значения выражения $3x - 4$ меньше значений выражения $7x - 2$?

1) При $x > 1{,}5$ 3) При $x < -0{,}5$
2) При $x < 1{,}5$ 4) При $x > -0{,}5$

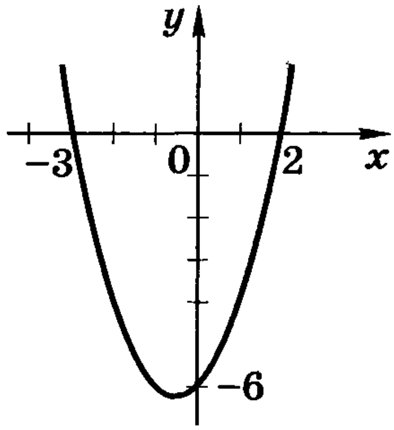
13 На рисунке изображён график функции

$$y = x^2 + x - 6.$$

Используя график, решите неравенство

$$x^2 + x - 6 < 0.$$

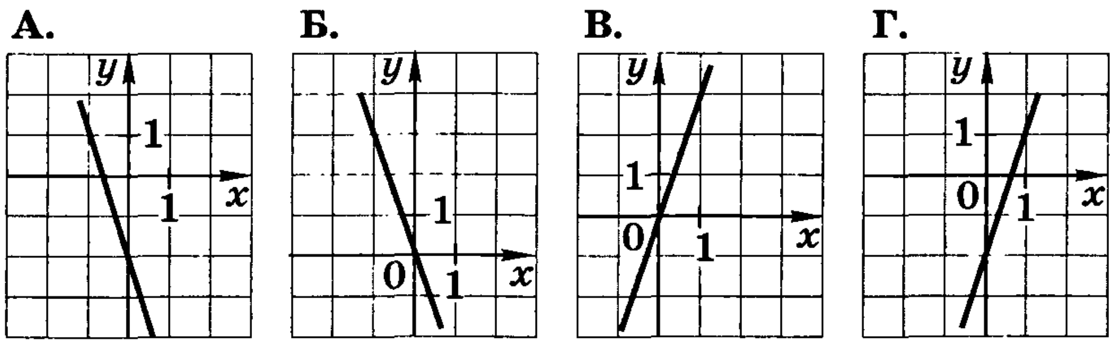
Ответ: ____________________



14 В геометрической прогрессии $b_1 = 81$, $q = -\frac{1}{3}$. В каком случае при сравнении членов этой прогрессии знак неравенства поставлен неверно?

1) $b_2 < b_3$ 3) $b_3 > b_4$
2) $b_4 > b_6$ 4) $b_5 > b_7$

15 Установите соответствие между графиками функций и формулами, задающими эти функции.

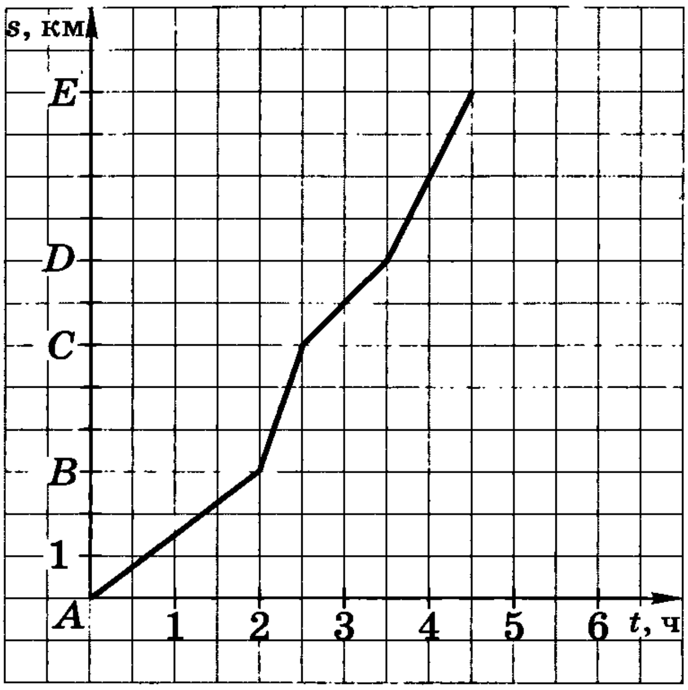


1) $y = 3x$ 2) $y = -3x - 2$ 3) $y = -3x$ 4) $y = 3x - 2$

Ответ:

А	Б	В	Г

16 Плот плывёт по реке. На рисунке изображён график его движения: по горизонтальной оси откладывается время движения t, по вертикальной — расстояние s, которое проплыл плот. На каком участке пути скорость течения реки наименьшая?



1) От A до B

2) От B до C

3) От C до D

4) От D до E

17 Сколько четырёхзначных нечётных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2 и 3?

Ответ: ____________________

18 На тарелке лежат одинаковые по виду пирожки с разными начинками: 8 с яблоком, 3 с черникой, 6 с малиной. Наугад выбирают один пирожок. Какова вероятность того, что он будет с ягодной начинкой?

Ответ: ____________________

Работа № 2

Вариант 1

1 Проверьте, правильно ли выполнено вычисление, и запишите номера верных равенств:

1) $1 : \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ 2) $1{,}2 \cdot \frac{2}{3} = 0{,}8$ 3) $\frac{4}{5} + 0{,}4 = 1{,}2$

Ответ: ____________________

2 Из формулы $Q = cm(t_2 - t_1)$ выразите t_2.

Ответ: ____________________

3 Сотрудники офиса подсчитали, что за неделю в среднем они расходуют 350 листов бумаги. На складе имеются пачки такой бумаги по 500 листов. Какое наименьшее количество пачек им надо заказать, чтобы обеспечить себя бумагой на 8 недель?

Ответ: ____________________

4 Какое из чисел $\sqrt{4000}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{0{,}04}$ является иррациональным?

1) $\sqrt{4000}$ 2) $\sqrt{400}$ 3) $\sqrt{0{,}04}$ 4) Все эти числа

5 При покупке стиральной машины стоимостью 6500 р. покупатель предъявил вырезанную из газеты рекламу, дающую право на скидку 5%. Сколько он заплатит за машину?

Ответ: ____________________

6 В выражении $4x^2 - 6xy$ вынесли за скобки общий множитель $-2x$. Какой двучлен остался в скобках?

1) $-2x - 3y$ 3) $-2x + 3y$

2) $2x - 3y$ 4) $2x + 3y$

7 Найдите значение выражения $(m^{-6})^{-2}m^{-14}$ при $m = \frac{1}{4}$.

1) -16 2) $-\frac{1}{16}$ 3) $\frac{1}{16}$ 4) 16

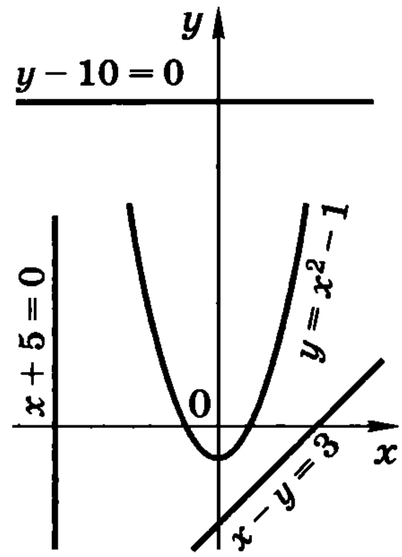
8 Упростите выражение $\frac{15a^2}{3a-2} - 5a$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $3(2 + 1{,}5x) = 0{,}5x + 24$.

Ответ: ____________________

10 На рисунке изображена парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.



1) $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ x + 5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y - 10 = 0 \end{cases}$

4) Все три указанные системы

11 Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 20 км ему потребовалось на 20 мин меньше, чем второму. Чему равны скорости велосипедистов?

Пусть x км/ч — скорость первого велосипедиста. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $\frac{20}{x} - \frac{20}{x-3} = \frac{1}{3}$ 3) $\frac{20}{x-3} - \frac{20}{x} = 20$

2) $\frac{20}{x-3} - \frac{20}{x} = \frac{1}{3}$ 4) $20x - 20(x-3) = 20$

12 Даны неравенства:

А. $xy > 200$; **Б.** $xy > 100$; **В.** $xy > 400$.

Какие из этих неравенств верны при любых значениях x и y, удовлетворяющих условию $x > 10$, $y > 20$?

1) А и Б

2) А и В

3) Б и В

4) А, Б и В

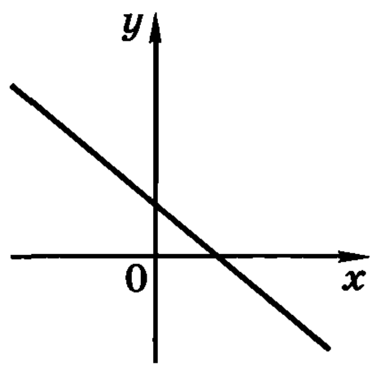
13 Решите неравенство $x^2 + 2x - 8 \leqslant 0$.

Ответ: ____________________

14 Последовательность чисел задана условиями: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = a_n + 5$. Какое утверждение относительно этой последовательности **неверно**?

1) Все члены последовательности — положительные числа.
2) Эта последовательность — арифметическая прогрессия.
3) Число 25 является членом этой последовательности.
4) Каждый следующий член последовательности больше предыдущего.

15 На рисунке изображён график функции вида $y = kx + b$. Какое утверждение о знаках коэффициентов k и b верно?



1) $k > 0$, $b > 0$

2) $k > 0$, $b < 0$

3) $k < 0$, $b > 0$

4) $k < 0$, $b < 0$

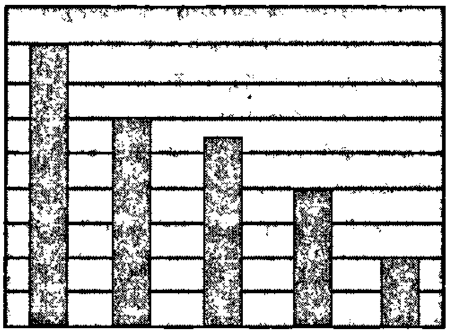
16 Функция задана формулой $f(x) = 5x + x^2$. Сравните $f(-5)$ и $f(-2)$.

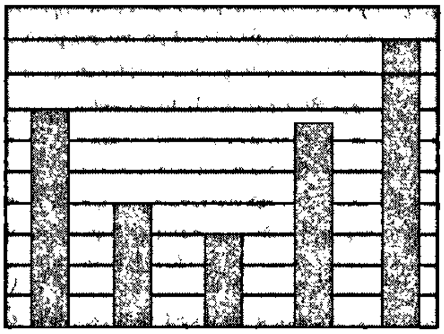
Ответ: ____________________

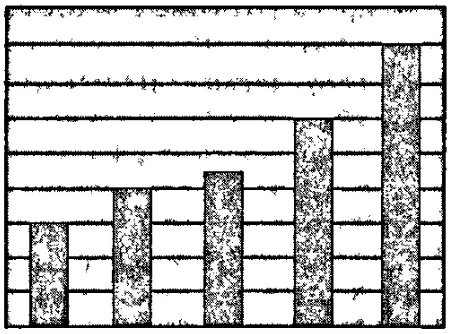
17 В таблице приведены данные о количестве выпускников в трёх школах города за 5 лет.

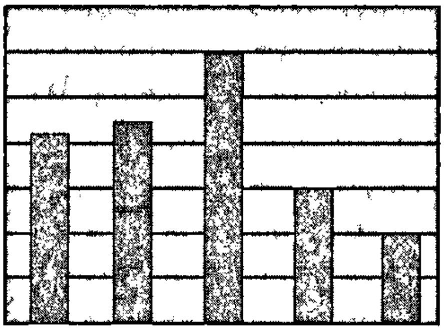
Школа	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.
А	240	180	160	233	280
Б	180	160	155	140	120
В	185	190	220	160	140

Установите, какая из приведённых диаграмм какой школе соответствует.

1) 

3) 

2) 

4) 

Ответ:

А	Б	В

18 Карточки с цифрами 1, 2, 3 перемешали и выложили в ряд одну за другой. Какова вероятность того, что получилось число 213?

Ответ: ____________________

Работа № 2

Вариант 2

1 Проверьте, правильно ли выполнено вычисление, и запишите номера верных равенств:

1) $\frac{3}{7} \cdot 1{,}4 = 0{,}6$ 2) $1 : \frac{3}{7} = \frac{7}{3}$ 3) $\frac{4}{3} - 0{,}5 = 0{,}7$

Ответ: ____________

2 Из формулы $Q = cm(t_2 - t_1)$ выразите t_1.

Ответ: ____________

3 В школе подсчитали, что в среднем для учащихся начальной школы в месяц требуется 280 тетрадей в линейку. На складе имеются пачки таких тетрадей по 150 штук. Какое наименьшее количество таких пачек должна заказать школа, чтобы обеспечить детей тетрадями в линейку на 4 месяца?

Ответ: ____________

4 Какое из чисел $\sqrt{9000}$, $\sqrt{900}$, $\sqrt{0{,}009}$ является рациональным?

1) $\sqrt{9000}$ 3) $\sqrt{0{,}009}$

2) $\sqrt{900}$ 4) Ни одно из этих чисел

5 Плата за коммунальные услуги составляет 800 р. Сколько придётся платить за коммунальные услуги после их подорожания на 6%?

Ответ: ____________

6 В выражении $9xy - 6y^2$ вынесли за скобки общий множитель $-3y$. Какой двучлен остался в скобках?

1) $-3x - 2y$ 2) $-3x + 2y$ 3) $3x - 2y$ 4) $3x + 2y$

$\boxed{7}$ Найдите значение выражения $\frac{x^{-15}}{(x^3)^{-4}}$ при $x = \frac{1}{3}$.

1) -27 2) 27 3) $-\frac{1}{27}$ 4) $\frac{1}{27}$

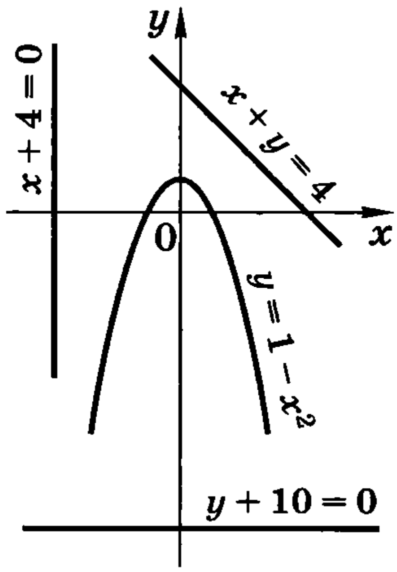
$\boxed{8}$ Упростите выражение $\frac{2x^2}{x-8} - 2x$.

Ответ: ____________________

$\boxed{9}$ Решите уравнение $2x - 5{,}5 = 3(2x - 1{,}5)$.

Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ На рисунке изображена парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет два решения.



1) $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ x + y = 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y + 10 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ x + 4 = 0 \end{cases}$

4) Такой системы нет

$\boxed{11}$ Скорость первого пешехода на 1 км/ч больше скорости второго, поэтому на путь длиной 5 км ему потребовалось на 15 мин меньше, чем второму. Чему равны скорости пешеходов?

Пусть x км/ч — скорость первого пешехода. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}$

2) $\frac{5}{x} - \frac{5}{x-1} = \frac{1}{4}$

3) $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = 15$

4) $5x - 5(x - 1) = 15$

12 Даны неравенства:

А. $x + y < 25$; Б. $x + y < 30$; В. $x + y < 40$.

Какие из этих неравенств верны при любых значениях x и y, удовлетворяющих условию $x < 10$, $y < 20$?

1) А и Б
2) А и В
3) Б и В
4) А, Б и В

13 Решите неравенство $x^2 + 3x - 4 \geqslant 0$.

Ответ: ____________________

14 Последовательность чисел задана условиями: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = x_n \cdot (-2)$. Какое утверждение относительно этой последовательности **неверно**?

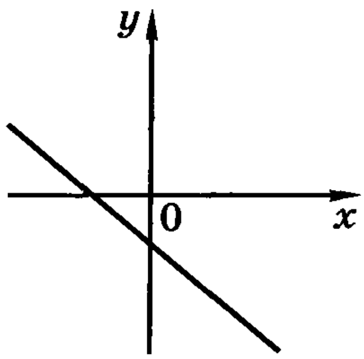
1) Все члены последовательности — отрицательные числа.

2) Эта последовательность — геометрическая прогрессия.

3) Число 8 является членом этой последовательности.

4) Второй член последовательности меньше первого.

15 На рисунке изображён график функции вида $y = kx + b$. Какое утверждение о знаках коэффициентов k и b верно?



1) $k > 0$, $b > 0$

2) $k < 0$, $b > 0$

3) $k < 0$, $b < 0$

4) $k > 0$, $b < 0$

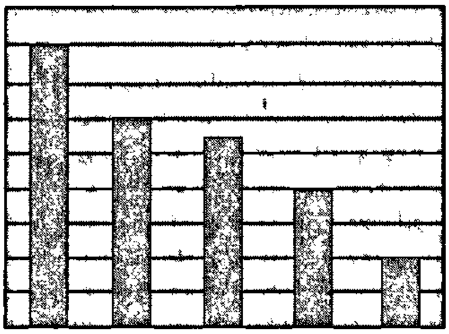
16 Функция задана формулой $f(x) = x^2 + 4x$. Сравните $f(-3)$ и $f(-1)$.

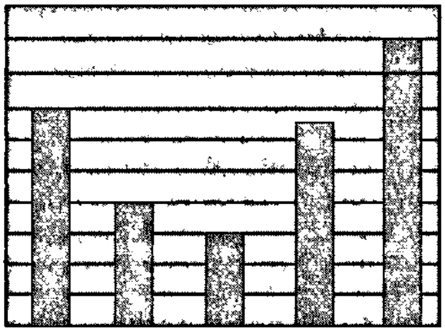
Ответ: ____________________

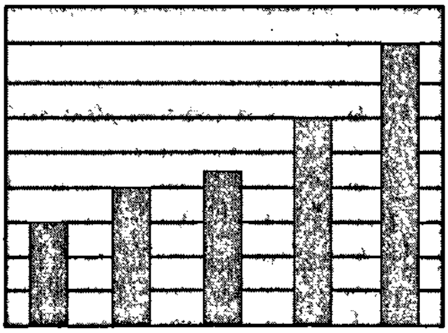
17 В таблице приведены данные о количестве абитуриентов в трёх университетах за 5 лет.

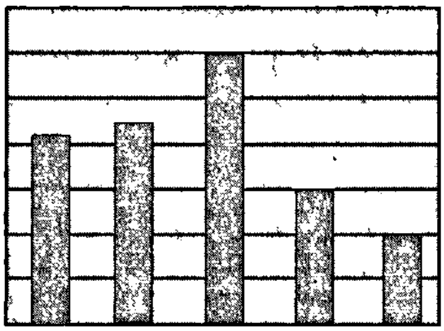
Университет	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.
А	286	295	342	262	240
Б	262	284	296	325	364
В	340	286	261	333	389

Установите, какая из приведённых диаграмм какому университету соответствует.

1) 

3) 

2) 

4) 

Ответ:

А	Б	В

18 Карточки с буквами О, Р, Т перемешали и выложили в ряд одну за другой. Какова вероятность того, что получилось слово ТОР?

Ответ: ____________________

Работа № 3

Вариант 1

1 Масса Луны равна $7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг. Выразите массу Луны в миллионах тонн.

1) $7{,}35 \cdot 10^{10}$ млн т
2) $7{,}35 \cdot 10^{13}$ млн т
3) $7{,}35 \cdot 10^{16}$ млн т
4) $7{,}35 \cdot 10^{19}$ млн т

2 На первый курс института может быть принято 180 человек. Число поданных заявлений составило 120% от количества мест на курсе. Сколько заявлений было подано?

1) 36 2) 150 3) 216 4) 300

3 Какое из чисел является значением выражения $\frac{0{,}3 \cdot 7{,}2}{4{,}5}$?

1) 0,48 2) 0,048 3) 48 4) 4,8

4 Расстояние s (в метрах), которое пролетает тело при свободном падении, можно приближённо вычислить по формуле $s = vt + 5t^2$, где v — начальная скорость (в метрах в секунду), t — время падения (в секундах). На какой высоте над землёй окажется камень, упавший с высоты 80 м, через 3 с падения, если его начальная скорость равна 7 м/с?

Ответ: ____________________

5 Какое из выражений не имеет смысла при $x = 2$ и $x = 3$?

1) $\frac{x-2}{x-3}$
2) $\frac{x-3}{x-2}$
3) $\frac{3}{(x-2)(x-3)}$
4) $\frac{(x-2)(x-3)}{3}$

6 Упростите выражение $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2\right)\cdot\frac{1}{a-b}$.

Ответ: ____________________

7 Вычислите значение выражения $\frac{4^{-12}}{4^{-8}\cdot 4^{-2}}$.

1) $\frac{1}{16}$ 2) $-\frac{1}{16}$ 3) 16 4) −16

8 Найдите площадь квадрата со стороной, равной $\sqrt{3}-1$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $\frac{x}{3}+\frac{x}{12}=-5$.

Ответ: ____________________

10 Вычислите координаты точек пересечения параболы $y=x^2-10$ и прямой $y=4x+11$.

Ответ: ____________________

11 Расстояние по реке между двумя деревнями равно 2 км. На путь туда и обратно моторная лодка затратила 22 мин. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения реки равна 1 км/ч?

Пусть x км/ч — собственная скорость лодки. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $2(x+1)+2(x-1)=22$

2) $\frac{2}{x+1}+\frac{2}{x-1}=\frac{11}{30}$

3) $\frac{x+1}{2}+\frac{x-1}{2}=\frac{11}{30}$

4) $\frac{2}{x+1}+\frac{2}{x-1}=22$

12 Решите неравенство $5x - 2(x - 4) \leqslant 9x + 20$.

Ответ: ____________________

13 Решите неравенство $3x - x^2 > 0$.

1) $x < 0$
2) $x > 3$
3) $x < 0$ или $x > 3$
4) $0 < x < 3$

14 Какая из последовательностей является арифметической прогрессией?

1) Последовательность натуральных степеней числа 2
2) Последовательность натуральных чисел, кратных 7
3) Последовательность квадратов натуральных чисел
4) Последовательность чисел, обратных натуральным

15 Ниже записано количество голов, забитых в каждом из матчей очередного тура футбольного чемпионата:

3, 1, 0, 0, 3, 4, 3, 2, 4, 0.

Для каждой статистической характеристики укажите её значение для этого ряда чисел.

Статистические характеристики	Значения
А) Среднее арифметическое	1) 2
Б) Медиана	2) 3
В) Размах	3) 2,5
	4) 4

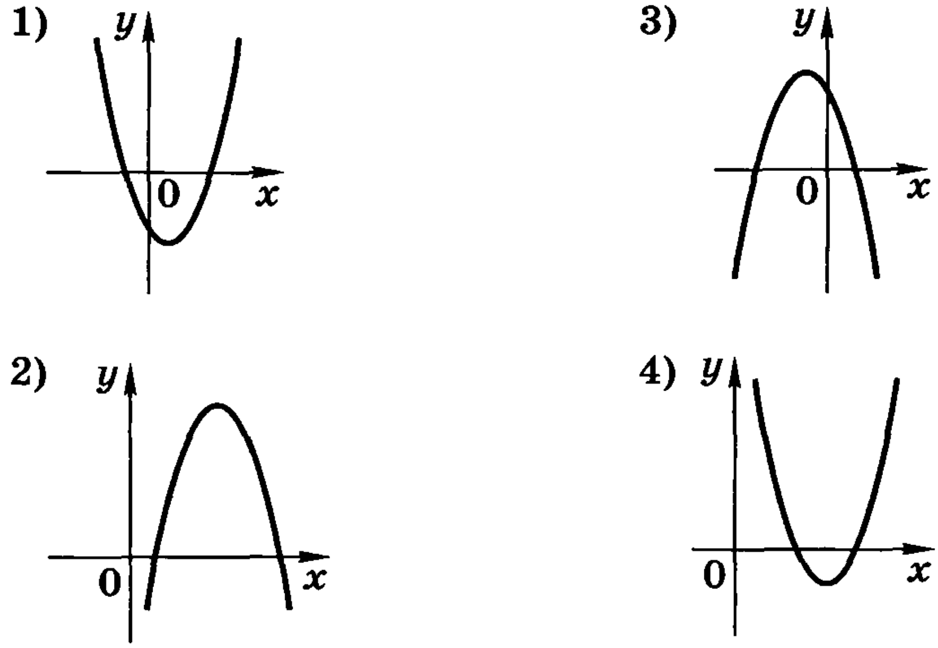
Ответ:

А	Б	В

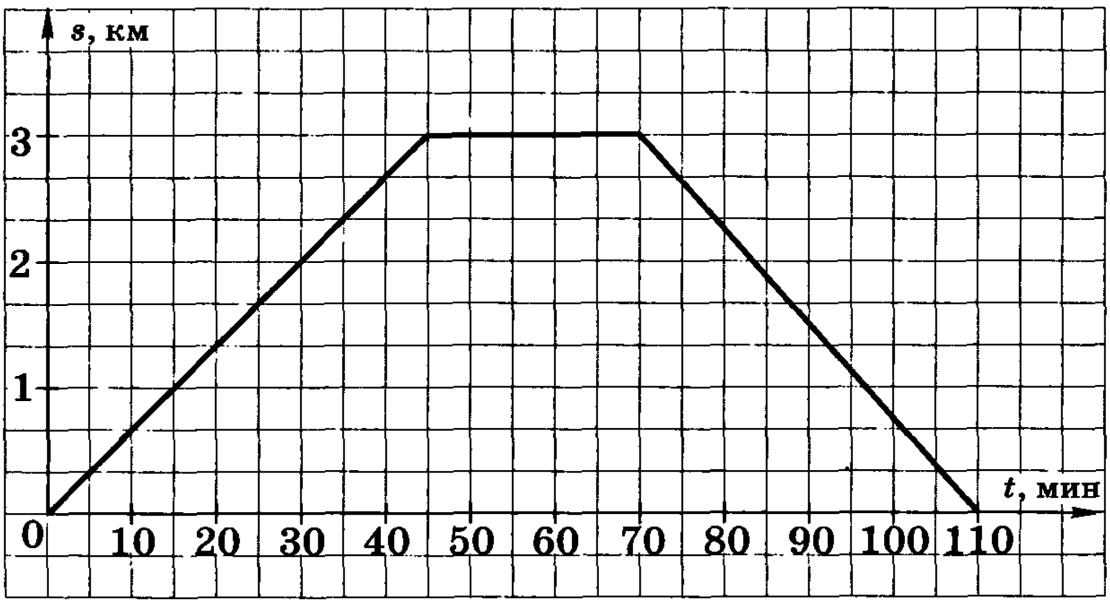
16 Доля брака при производстве SIM-карт составляет 0,03%. С какой вероятностью купленная в магазине карта окажется исправной?

1) 0,9997 2) 0,97 3) 0,07 4) 0,03

17 Дана функция $y = ax^2 + bx + c$. На каком рисунке изображён график этой функции, если известно, что $a > 0$ и квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два положительных корня?



18 Турист отправился из лагеря к озеру, отдохнул у озера и вернулся обратно. На рисунке изображён график движения туриста (по горизонтальной оси откладывается время, по вертикальной — расстояние, на котором находится турист от лагеря). Найдите скорость туриста на обратном пути, выразив её в километрах в час.



Ответ: ____________________

Работа № 3

Вариант 2

1 Масса Меркурия равна $3{,}3 \cdot 10^{23}$ кг. Выразите массу Меркурия в миллионах тонн.

1) $3{,}3 \cdot 10^{21}$ млн т
2) $3{,}3 \cdot 10^{17}$ млн т
3) $3{,}3 \cdot 10^{15}$ млн т
4) $3{,}3 \cdot 10^{14}$ млн т

2 В декабре каждому сотруднику предприятия выплатили премию, составившую 130% его месячной заработной платы. Какую премию получил сотрудник, зарплата которого равна 5500 р.?

1) 71 500 р.
2) 7150 р.
3) 5630 р.
4) 1650 р.

3 Какое из чисел является значением выражения $\frac{0{,}7 \cdot 5{,}4}{2{,}8}$?

1) 0,135
2) 1,35
3) 13,5
4) 135

4 Высоту h (в метрах), на которой через t с окажется тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью v (в метрах в секунду), можно приближённо вычислить по формуле $h = vt - 5t^2$. На сколько выше взлетит за 1 с мяч, подброшенный вертикально вверх, при начальной скорости 18 м/с, чем при начальной скорости 14 м/с?

Ответ: ____________________

5 Какое из выражений не имеет смысла при $x = 1$ и $x = 5$?

1) $\frac{x}{(x-1)(x-5)}$
2) $\frac{x}{(x+1)(x+5)}$
3) $\frac{x-1}{x-5}$
4) $\frac{x-5}{x-1}$

$\boxed{6}$ Упростите выражение $\left(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{a^2}\right)\cdot\frac{ab}{a+b}$.

Ответ: ____________________

$\boxed{7}$ Вычислите значение выражения $\frac{6^{-4}\cdot 6^{-9}}{6^{-12}}$.

1) 6 2) $\frac{1}{6}$ 3) $-\frac{1}{6}$ 4) -6

$\boxed{8}$ Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны $\sqrt{5}+1$ и $\sqrt{5}-1$.

Ответ: ____________________

$\boxed{9}$ Решите уравнение $\frac{x}{5}-\frac{x}{2}=-3$.

Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ Вычислите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 15$ и прямой $y = 2x + 9$.

Ответ: ____________________

$\boxed{11}$ Моторная лодка курсирует между двумя пристанями, расстояние между которыми по реке равно 4 км. На путь по течению у неё уходит на 3 мин меньше, чем на путь против течения. Чему равна скорость течения реки, если известно, что скорость лодки в стоячей воде равна 18 км/ч?

Пусть x км/ч — скорость течения реки. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $\frac{4}{18-x}-\frac{4}{18+x}=\frac{1}{20}$ 3) $\frac{4}{18+x}-\frac{4}{18-x}=\frac{1}{20}$

2) $\frac{18-x}{4}-\frac{18+x}{4}=3$ 4) $4(18+x)-4(18-x)=3$

12 Решите неравенство $2x - 3(x + 4) < x + 12$.

Ответ: ____________________

13 Решите неравенство $5x - x^2 < 0$.

1) $0 < x < 5$ 3) $x > 5$

2) $x < 0$ 4) $x < 0$ или $x > 5$

14 Какая из последовательностей является геометрической прогрессией?

1) Последовательность натуральных чисел, кратных 3
2) Последовательность кубов натуральных чисел
3) Последовательность натуральных степеней числа 3
4) Последовательность чисел, обратных натуральным

15 Ниже записано количество голов, забитых в каждом из матчей очередного тура хоккейного чемпионата:

6, 5, 2, 8, 12, 4, 2, 2, 2, 7.

Для каждой статистической характеристики укажите её значение для этого ряда чисел.

Статистические характеристики	Значения
А) Среднее арифметическое	1) 4,5
Б) Медиана	2) 10
В) Размах	3) 8
	4) 5

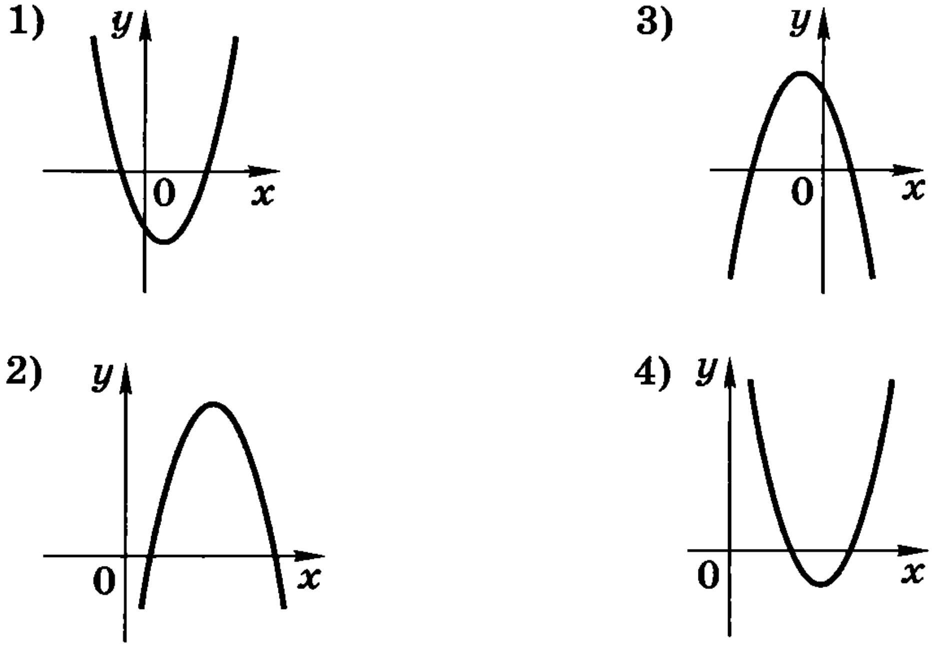
Ответ:

А	Б	В

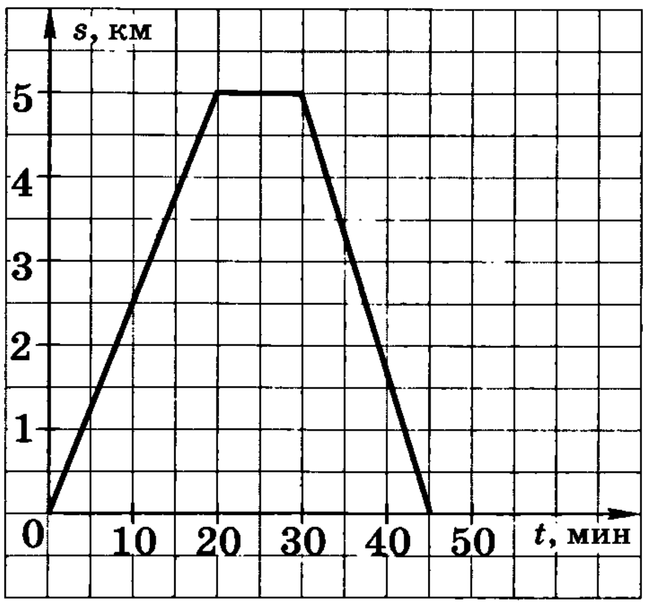
16 Доля брака при производстве блоков питания составляет 0,25%. С какой вероятностью блок питания только что купленного компьютера окажется исправным?

1) 0,25 2) 0,75 3) 0,9975 4) 0,0025

17 Дана функция $y = ax^2 + bx + c$. На каком рисунке изображён график этой функции, если известно, что $a < 0$ и квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня разных знаков?



18 Велосипедист выехал из дома, доехал до почты и, пробыв там некоторое время, вернулся домой. На рисунке изображён график его движения (по горизонтальной оси откладывается время, по вертикальной — расстояние, на котором находится велосипедист от дома). Найдите скорость велосипедиста на обратном пути, выразив её в километрах в час.



Ответ: ____________________

Работа № 4

Вариант 1

1 Найдите значение выражения $-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-1$ при $x=-1$.

Ответ: ____________________

2 Выразите из формулы скорости равноускоренного движения $v = v_0 + at$ время t.

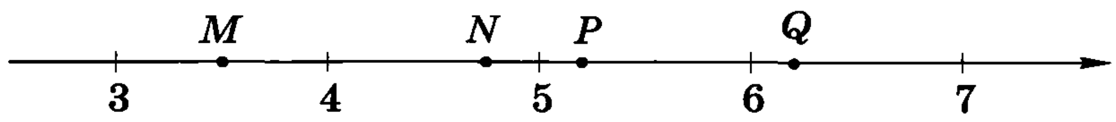
Ответ: ____________________

3 Запишите десятичную дробь, равную сумме $3 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-4}$.

1) 0,0315 3) 0,3105

2) 0,03105 4) 0,315

4 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{85}$. Какая это точка?



1) M 2) N 3) P 4) Q

5 На выборах в городскую думу голоса между партиями A и B распределились в отношении 1 : 4. Сколько процентов избирателей проголосовало за партию B?

1) 20% 2) 25% 3) 40% 4) 80%

6 Какое из выражений тождественно равно дроби $\frac{x-y}{2x-y}$?

1) $-\frac{y-x}{2x-y}$ 2) $\frac{y-x}{2x-y}$ 3) $\frac{x-y}{y-2x}$ 4) $-\frac{y-x}{y-2x}$

7 Упростите выражение $3(a-1)^2+6a$.

Ответ: ____________________

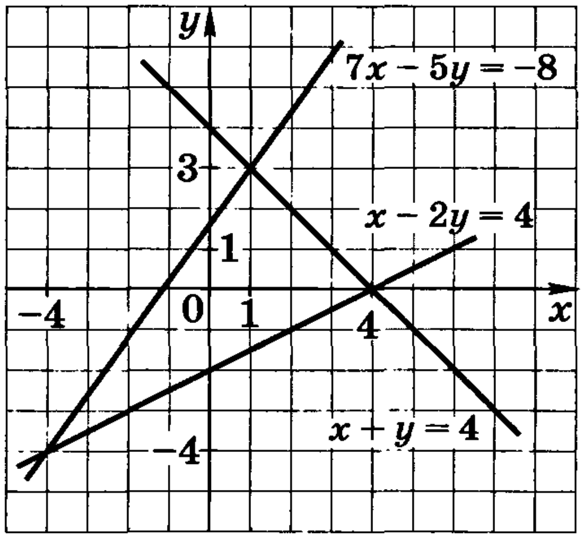
8 Найдите значение выражения $2\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $2x^2+3x-5=0$.

Ответ: ____________________

10 Пользуясь рисунком, запишите систему уравнений, решением которой является пара $x=4$, $y=0$.



Ответ: ____________________

11 Решите задачу.
Андрей старше Олега на 4 года, а Олег старше Бориса в 1,5 раза. Вместе им 36 лет. Сколько лет Борису?

Ответ: ____________________

12 Какое из неравенств **не следует** из неравенства $a > b$?

1) $a + 5 > b + 5$
2) $-5a < -5b$
3) $a - 5 < b - 5$
4) $\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$

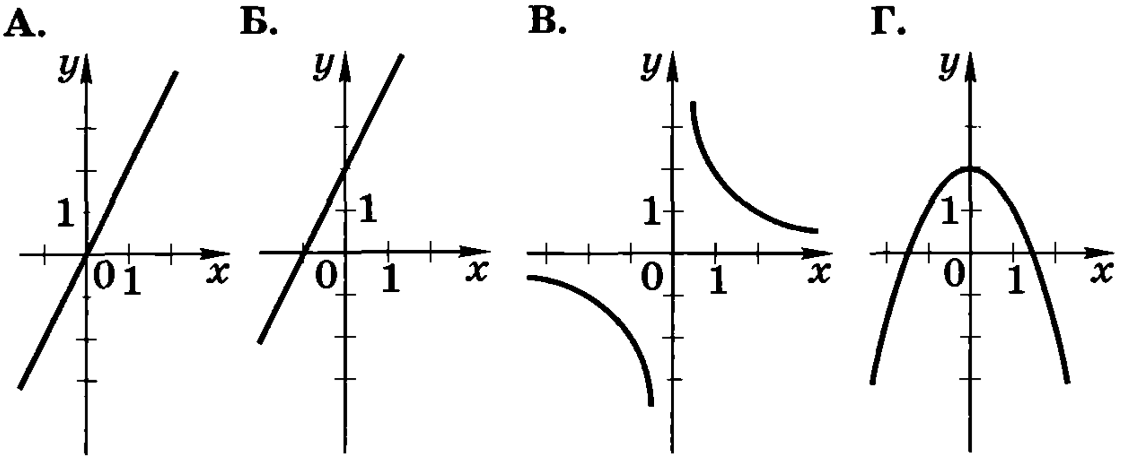
13 Решите неравенство $x^2 \leqslant 4$.

Ответ: ____________________

14 В первом ряду амфитеатра концертного зала 30 мест, а в каждом следующем на 4 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в ряду с номером n?

1) $30 + 4n$
2) $26 + 4n$
3) $34 + 4n$
4) $4n$

15 Каждый график соотнесите с соответствующей ему формулой.

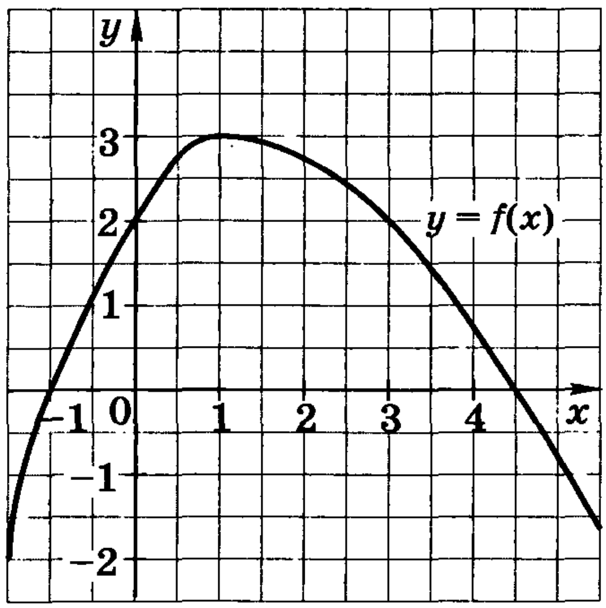


1) $y = \frac{2}{x}$ 2) $y = 2x$ 3) $y = 2 - x^2$ 4) $y = 2x + 2$

Ответ:

А	Б	В	Г

16 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Из приведённых утверждений выберите верное.



1) $f(-1) > f(3)$

2) Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $[1; +\infty)$

3) $f(2) = 0$

4) Наибольшее значение функции $y = f(x)$ равно 1

17 В течение недели ученики измеряли температуру воздуха на улице в 12 часов дня и в 12 часов ночи, записывая результаты в таблицу.

Время	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
12 ч дня (°C)	3	2	2	6	10	7	5
12 ч ночи (°C)	1	0	1	3	4	3	2

На сколько градусов средняя температура воздуха в полдень выше, чем в полночь?

Ответ: ____________________

18 Бросают 2 игральных кубика. С какой вероятностью оба выпавших числа будут меньше 3?

Ответ: ____________________

Работа № 4

Вариант 2

1 Найдите значение выражения $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1$ при $x = -1$.

Ответ: ____________________

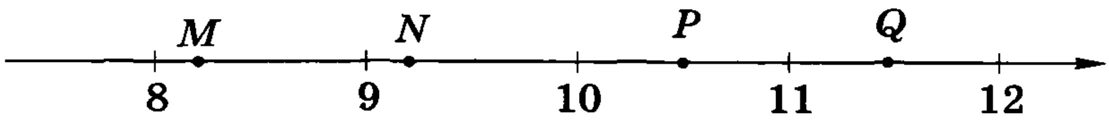
2 Выразите из формулы пути равномерного движения $s = s_0 + vt$ время t.

Ответ: ____________________

3 Запишите десятичную дробь, равную сумме $6 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-4}$.

1) 0,612   2) 0,6012   3) 0,0612   4) 0,06012

4 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\sqrt{68}$. Какая это точка?



1) M 2) N 3) P 4) Q

5 На выборах в городскую думу голоса между партиями A и B распределились в отношении 3 : 2. Сколько процентов избирателей проголосовало за партию A?

1) 60%   2) 33%   3) 30%   4) 20%

6 Какое из выражений тождественно равно дроби $\frac{m-n}{m-2n}$?

1) $-\frac{m-n}{m-2n}$ 2) $\frac{m-n}{2n-m}$ 3) $\frac{n-m}{m-2n}$ 4) $\frac{n-m}{2n-m}$

$\boxed{7}$ Упростите выражение $8x + 4(1 - x)^2$.

Ответ: ____________________

$\boxed{8}$ Найдите значение выражения $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}$.

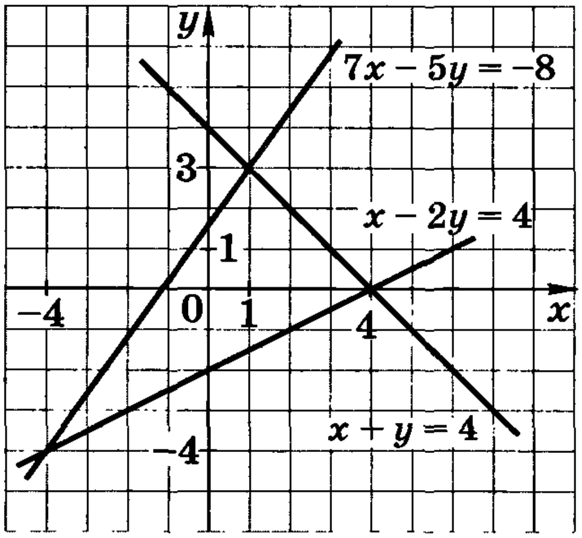
Ответ: ____________________

$\boxed{9}$ Решите уравнение $5x^2 + 4x - 1 = 0$.

Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ Пользуясь рисунком, решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 7x - 5y = -8. \end{cases}$$



Ответ: ____________________

$\boxed{11}$ Решите задачу.
Бабушка старше мамы на 20 лет, а мама старше дочери в 5 раз. Вместе им 86 лет. Сколько лет дочери?

Ответ: ____________________

12 Какое из неравенств **не следует** из неравенства $x > y$?

1) $x - 3 > y - 3$
2) $-x < -y$
3) $x + 3 > y + 3$
4) $\frac{x}{3} < \frac{y}{3}$

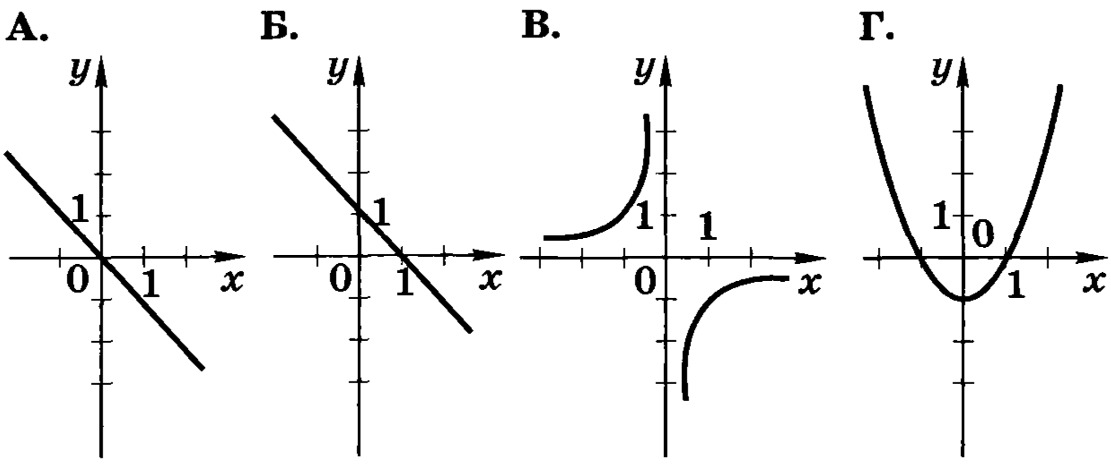
13 Решите неравенство $x^2 \geqslant 1$.

Ответ: ____________________

14 В первый день после нарушения автомобилистом правил дорожного движения штраф составляет 200 р., а в каждый последующий день штраф увеличивается на 10 р. по сравнению с предыдущим. Какой штраф придется заплатить автомобилисту на n-й день после нарушения правил?

1) $190 + 10n$
2) $200 + 10n$
3) $210 + 10n$
4) $10n$

15 Каждый график соотнесите с соответствующей формулой.

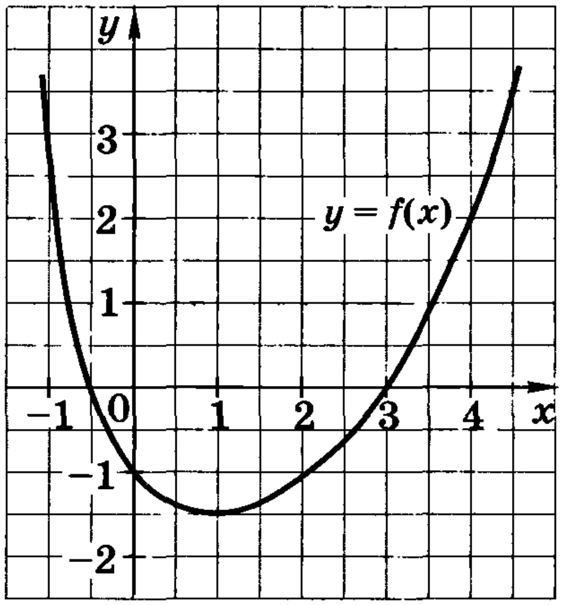


1) $y = -\frac{1}{x}$ 2) $y = x^2 - 1$ 3) $y = -x$ 4) $y = 1 - x$

Ответ:

А	Б	В	Г

16 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Из приведённых утверждений выберите верное.



1) $f(-1) < f(2)$

2) Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке $(-\infty; 1]$

3) $f(0) = 2$

4) Функция принимает наименьшее значение при $x = 3$

17 В течение недели дежурные записывали количество опоздавших учеников в 9 «А» и 9 «Б» классах, занося результаты в таблицу.

Класс	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
9 «А»	0	4	2	0	3	3
9 «Б»	1	1	0	2	2	0

На сколько среднее количество опозданий в 9 «А» было больше?

Ответ: ____________________

18 Бросают два игральных кубика. С какой вероятностью оба выпавших числа будут больше 3?

Ответ: ____________________

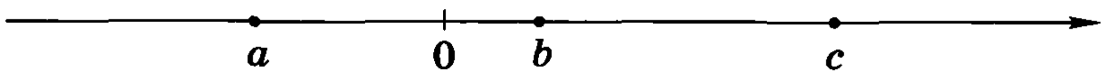
Работа № 5

Вариант 1

1. После уценки телевизора его новая цена составила 0,8 старой. На сколько процентов уценили телевизор?

Ответ: ____________________

2. На координатной прямой отмечены числа a, b и c. Какое из приведённых утверждений неверно?



1) $ab < 0$ 3) $a + b < 0$

2) $abc < 0$ 4) $a + c < 0$

3. Каждому выражению поставьте в соответствие его значение.

А. $5 - 2\frac{4}{9}$ Б. $80 : 36$ В. $3{,}5 \cdot \frac{4}{5}$

1) $2\frac{2}{9}$ 2) $2\frac{5}{9}$ 3) $0{,}28$ 4) $2{,}8$

Ответ:

А	Б	В

4. За 3 ч мотоциклист проехал a км. Скорость велосипедиста в 2 раза меньше скорости мотоциклиста. Какое расстояние проедет велосипедист за 5 ч?

1) $\frac{5a}{6}$ км 2) $\frac{6}{5a}$ км 3) $\frac{15}{2a}$ км 4) $\frac{2a}{15}$ км

5. Известно, что a — чётное число, b — нечётное число. Какое из следующих чисел является нечётным?

1) ab 2) $2(a + b)$ 3) $a + b$ 4) $a + b + 1$

$\boxed{6}$ Упростите выражение $\dfrac{2x-2y}{y} \cdot \dfrac{3y^2}{x^2-y^2}$.

Ответ: ____________________

$\boxed{7}$ Найдите значение произведения $(1{,}2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$.

1) 0,0036 3) 0,000036

2) 0,00036 4) 3600

$\boxed{8}$ Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{10}$, $2\sqrt{3}$, 3.

1) $3, \sqrt{10}, 2\sqrt{3}$ 3) $\sqrt{10}, 3, 2\sqrt{3}$

2) $2\sqrt{3}, \sqrt{10}, 3$ 4) $\sqrt{10}, 2\sqrt{3}, 3$

$\boxed{9}$ Каждое уравнение соотнесите с множеством его корней.

А. $x^2 = x$ Б. $x^2 = -x$ В. $x^2 = -1$ Г. $x^2 = 1$

1) 1 и −1 2) 0 и 1 3) 0 и −1 4) Корней нет

Ответ:

А	Б	В	Г

$\boxed{10}$ В классе 25 учащихся. При посадке деревьев в школьном саду каждая девочка посадила по 2 дерева, а каждый мальчик — по 3 дерева. Всего было посажено 63 дерева. Сколько в классе девочек и сколько мальчиков?

Пусть в классе x девочек и y мальчиков. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} x + y = 25 \\ \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 63 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = 25 \\ 3x + 2y = 63 \end{cases}$

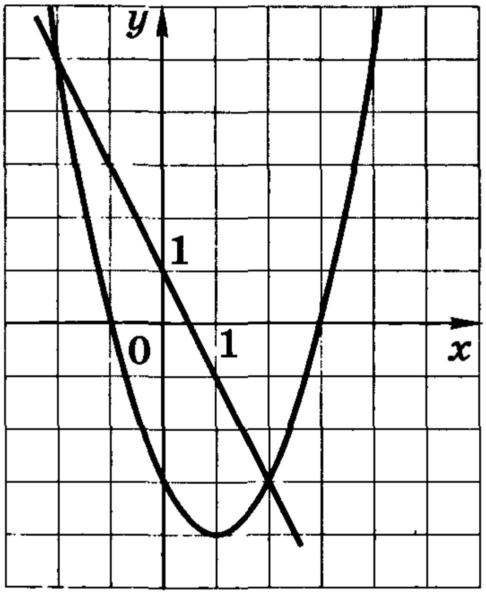
2) $\begin{cases} x + y = 25 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 63 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3y = 63 \end{cases}$

11 На рисунке изображены графики функций

$$y = x^2 - 2x - 3 \text{ и } y = 1 - 2x.$$

Используя графики, решите систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = 1 - 2x. \end{cases}$$



Ответ: ____________________

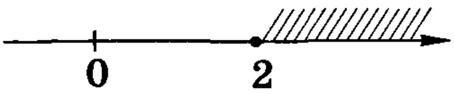
12 О числах a, b, c и d известно, что $a < b$, $b = c$, $d > c$. Сравните d и a.

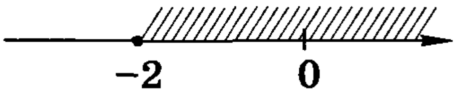
1) $d = a$ 3) $d > a$

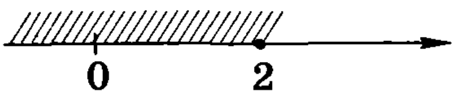
2) $d < a$ 4) Сравнить невозможно

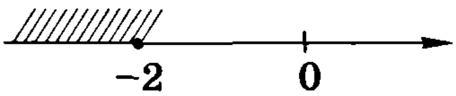
13 На каком рисунке изображено множество решений неравенства

$$3x + 5 \leqslant 7x - 3?$$

1) 

3) 

2) 

4) 

14 Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = 5$, $a_{n+1} = a_n + 3$. Найдите a_{101}.

Ответ: ____________________

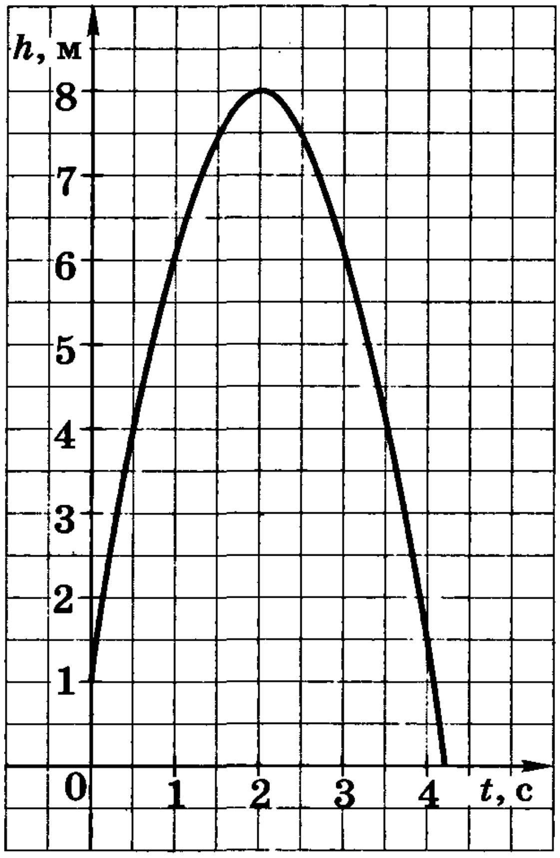
15 Функции заданы формулами:

А. $y = x^2 - 2$ **Б.** $y = x^2 + 2x$ **В.** $y = -\frac{2}{x}$ **Г.** $y = 2x$

Найдите в этом перечне функции, графики которых проходят через начало координат.

1) А, В 2) Б, В 3) Б, Г 4) Б, В, Г

16 Мяч подбросили вертикально вверх, и он упал на землю. На рисунке изображён график зависимости высоты мяча над землёй от времени полёта. Используя график, выясните, сколько метров пролетел мяч за первые 3 с.



Ответ: ________________

17 В репертуаре школьного музыкального ансамбля 6 эстрадных мелодий, 8 народных и 5 джазовых. Для показа на фестивале нужно выбрать 3 мелодии разных жанров. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: ____________________

18 Монету бросают 2 раза. С какой вероятностью не выпадет ни одного орла?

Ответ: ____________________

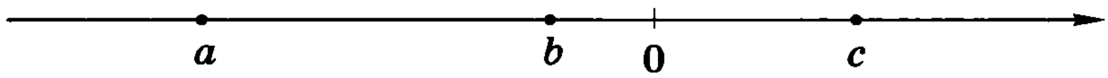
Работа № 5

Вариант 2

1 Число дорожно-транспортных происшествий в летний период составило 0,7 их числа в зимний период. На сколько процентов уменьшилось число дорожно-транспортных происшествий летом?

Ответ: ____________________

2 На координатной прямой отмечены числа a, b и c. Какое из приведённых утверждений неверно?



1) $a + b < 0$ 3) $ab < 0$

2) $b + c > 0$ 4) $abc > 0$

3 Каждому выражению поставьте в соответствие его значение.

А. $\frac{3}{5} \cdot 4{,}5$ Б. $6 - 3\frac{3}{7}$ В. $60 : 28$

1) $2\frac{4}{7}$ 2) $2\frac{1}{7}$ 3) 2,7 4) $3\frac{4}{7}$

Ответ:

А	Б	В

4 За a ч пешеход прошёл 17 км. Скорость велосипедиста в 3 раза больше скорости пешехода. Какое расстояние проедет велосипедист за b ч?

1) $\frac{17 \cdot 3 \cdot b}{a}$ км 2) $\frac{a \cdot 3 \cdot b}{17}$ км 3) $\frac{a \cdot 17}{3b}$ км 4) $\frac{ab}{17 \cdot 3}$ км

5 Известно, что a — чётное число, b — нечётное число. Какое из следующих чисел является чётным?

1) $a + b$ 2) $3(a + b)$ 3) $(a + 1)b$ 4) ab

6 Упростите выражение $\frac{x^2-y^2}{2xy}\cdot\frac{2y}{3x-3y}$.

Ответ: ____________________

7 Найдите значение произведения $(2{,}4 \cdot 10^{-3}) \cdot (2 \cdot 10^{-2})$.

1) 0,00048
2) 0,000048
3) 0,0000048
4) 4800000

8 Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{15}$, $3\sqrt{2}$, 4.

1) 4, $\sqrt{15}$, $3\sqrt{2}$
2) $\sqrt{15}$, $3\sqrt{2}$, 4
3) $3\sqrt{2}$, 4, $\sqrt{15}$
4) $\sqrt{15}$, 4, $3\sqrt{2}$

9 Каждое уравнение соотнесите с множеством его корней.

А. $x^2 - 1 = 0$ Б. $x^2 + 1 = 0$ В. $x = x^2$ Г. $x^2 = -x$

1) 0 и −1 2) 0 и 1 3) 1 и −1 4) Корней нет

Ответ:

А	Б	В	Г

10 В классе 18 учащихся. Для полива сада каждая девочка принесла по 2 ведра воды, а каждый мальчик — по 5 вёдер. Всего было принесено 57 вёдер воды. Сколько в классе девочек и сколько мальчиков?

Пусть в классе x девочек и y мальчиков. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

1) $\begin{cases} x+y=18 \\ 2x+5y=57 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=18 \\ 5x+2y=57 \end{cases}$

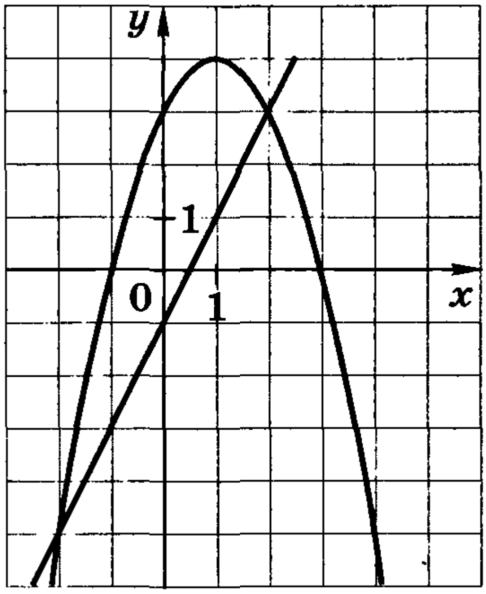
3) $\begin{cases} x+y=18 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}=57 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+y=18 \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=57 \end{cases}$

11 На рисунке изображены графики функций

$$y = -x^2 + 2x + 3 \text{ и } y = 2x - 1.$$

Используя графики, решите систему уравнений



$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = 2x - 1. \end{cases}$$

Ответ: ____________________

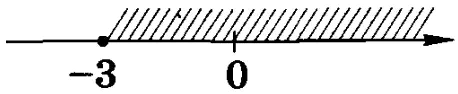
12 О числах a, b, c и d известно, что $a > b$, $b = c$, $d < c$. Сравните d и a.

А. $d = a$ **В.** $d > a$

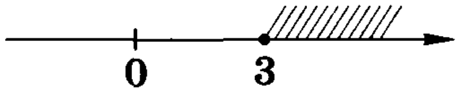
Б. $d < a$ **Г.** Сравнить невозможно

13 На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x + 4 \geqslant 4x - 5$?

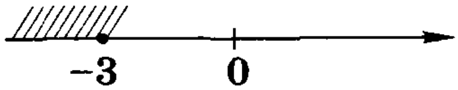
А.



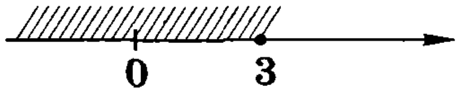
В.



Б.



Г.



14 Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 4$. Найдите a_{101}.

Ответ: ____________________

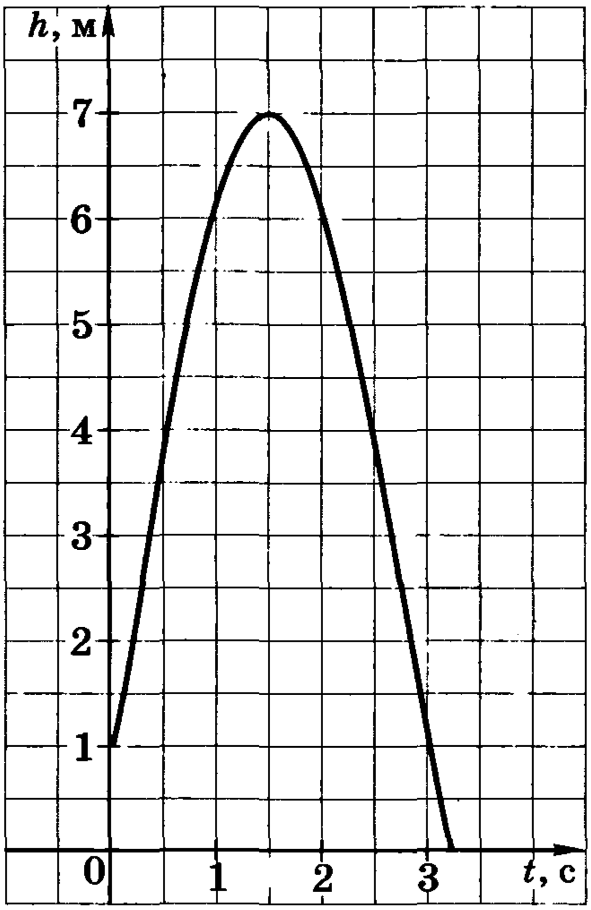
15 Функции заданы формулами:

А. $y = \frac{6}{x}$ **Б.** $y = 3x - x^2$ **В.** $y = 3 - 5x$ **Г.** $y = 7x$

Найдите в этом перечне функции, графики которых не проходят через начало координат.

1) А, В 2) Б, Г 3) Б, В 4) А, Б, Г

16 Мяч подбросили вертикально вверх, и он упал на землю. График, изображённый на рисунке, показывает, как менялась за время полёта высота мяча над землёй. Используя график, выясните, сколько метров пролетел мяч за первые 2 с.



Ответ: ____________

17 Участникам конференции должны вручить папку с блокнотом и авторучкой. В магазине имеется 4 вида папок, 6 видов блокнотов и 5 видов авторучек. Сколькими способами можно скомпоновать комплект для участника конференции?

Ответ: ________________

18 Монету бросают 2 раза. С какой вероятностью оба раза выпадет решка?

Ответ: ________________

Работа № 6

Вариант 1

1 Найдите значение выражения $\sqrt{a^2 + b^2}$ при $a = 12$, $b = -5$.

Ответ: ____________________

2 Выразите из формулы $F = 1{,}8C + 32$ переменную C.

Ответ: ____________________

3 Известно, что a и b — положительные числа и $a > b$. Сравните $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$.

1) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
2) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
3) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b}$
4) Сравнить невозможно

4 На пост спикера парламента претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 252 депутата. Голоса между кандидатами распределились в отношении 2 : 7. Сколько голосов получил проигравший?

1) 280 2) 196 3) 56 4) 28

5 Суточная норма потребления витамина С для взрослого человека составляет 60 мг. В 100 г свёклы в среднем содержится 23 мг витамина С. Сколько примерно процентов суточной нормы витамина С получил человек, съевший 100 г свёклы?

1) 38% 2) 0,38% 3) 23% 4) 2,6%

Ответ: ____________________

6 В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(a + 3)b = a + 3b$
2) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$
3) $(a + 2)(2 - a) = 4 - a^2$
4) $(a + b)^2 = a^2 + ab + b^2$

7 Выполните деление: $\frac{a^2+4a+4}{a}:(a^2+2a)$.

Ответ: ____________________

8 Представьте выражение $(a^{-6})^{-2} \cdot a^{-14}$ в виде степени с основанием a.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $\frac{x+9}{3}-\frac{x-1}{5}=2$.

Ответ: ____________________

10 Вычислите координаты точек пересечения параболы $y = 2x^2 - 5$ и прямой $y = 4x - 5$.

Ответ: ____________________

11 На двух принтерах распечатали 340 страниц. Первый принтер работал 10 мин, а второй — 15 мин. Производительность первого принтера на 4 страницы в минуту больше, чем второго. Сколько страниц в минуту можно распечатать на каждом принтере?

Пусть производительность первого принтера — x страниц в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $15x + 10(x - 4) = 340$

2) $10x + 15(x + 4) = 340$

3) $10x + 15(x - 4) = 340$

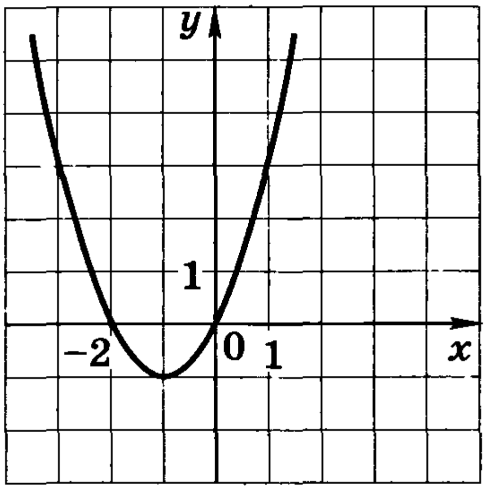
4) $\frac{x+9}{3}-\frac{x-1}{5}=2$

12 Решите неравенство $3(3x - 1) > 10x - 14$.

1) $(-\infty; 11)$ 3) $(-\infty; -11)$

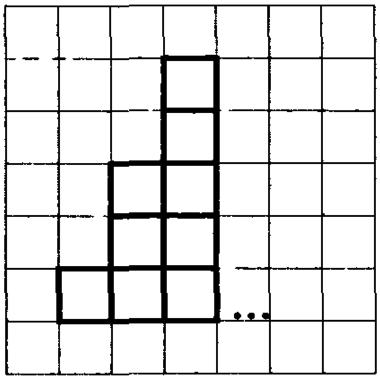
2) $(11; +\infty)$ 4) $(-11; +\infty)$

13 На рисунке изображён график функции $y = x^2 + 2x$. Используя этот график, решите неравенство $x^2 + 2x \leqslant 0$.



Ответ: ____________________

14 Фигура составляется из столбиков так, как показано на рисунке. В каждом следующем столбике на 2 квадрата больше, чем в предыдущем. Сколько квадратов в 20-м столбике?



Ответ: ____________________

15 Среди учеников 9 «А» класса, в котором учится 12 мальчиков и 9 девочек, разыгрывают по жребию один билет на концерт рок-группы. С какой вероятностью он достанется мальчику?

1) $\frac{1}{9}$ 2) $\frac{1}{12}$ 3) $\frac{4}{7}$ 4) $\frac{1}{2}$

16 В течение четверти Таня получила следующие отметки по физике: одну «2», две «3», четыре «4» и три «5». На сколько среднее арифметическое её отметок отличается от медианы?

Ответ: ____________________

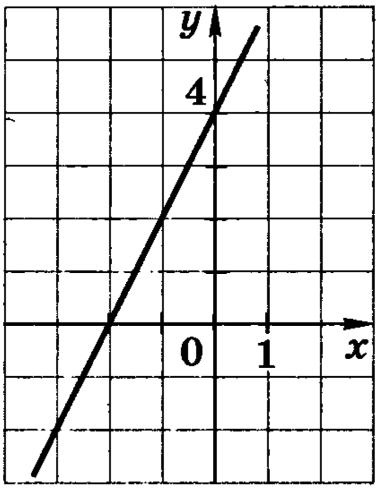
17 График какой функции изображён на рисунке?

1) $y = 2x + 4$

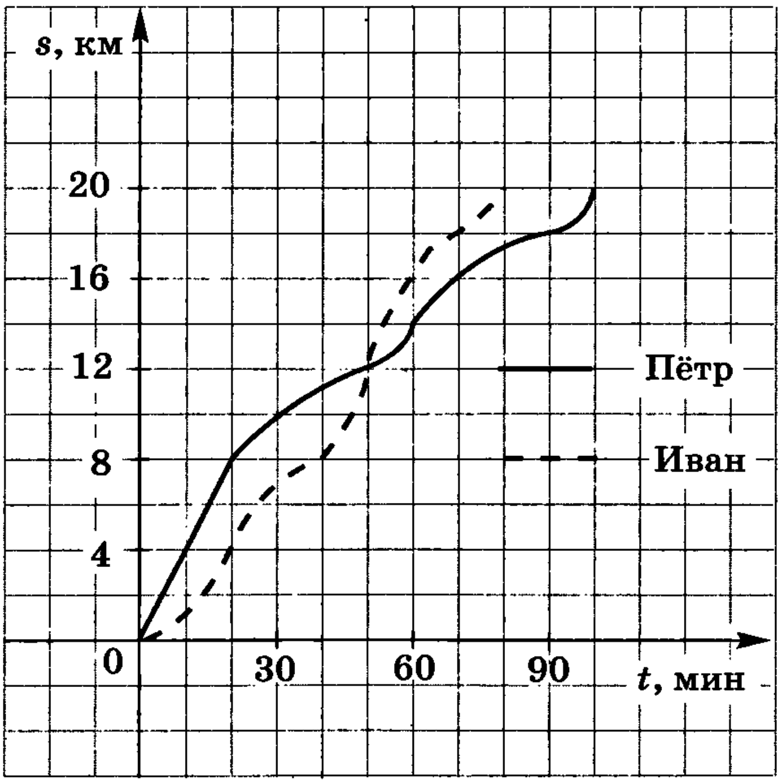
2) $y = -2x + 4$

3) $y = x^2 - 4$

4) $y = -x^2 + 4$



18 Два спортсмена, Пётр и Иван, во время тренировки пробежали 20 км. Графики их бега представлены на рисунке. Кто из них затратил меньше времени на отрезок дистанции от 8-го до 16-го километра и на сколько?



Ответ: ____________________

Работа № 6

Вариант 2

1 Найдите значение выражения $\sqrt{x^2 - y^2}$ при $x = 10$ и $y = -6$.

Ответ: ____________________

2 Выразите из формулы $v = 20 - 2{,}5t$ время t.

Ответ: ____________________

3 Известно, что a и b — отрицательные числа и $a > b$. Сравните $-a$ и $-b$.

1) $-a > -b$
2) $-a < -b$
3) $-a = -b$
4) Сравнить невозможно

4 На пост председателя городской думы претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 198 человек, причём голоса распределились между кандидатами в отношении 8 : 3. Сколько голосов получил победитель?

1) 180 2) 144 3) 54 4) 18

5 Суточная норма потребления витамина C для взрослого человека составляет 60 мг. В 100 г шпината в среднем содержится 25 мг витамина C. Сколько примерно процентов суточной нормы витамина C получил человек, съевший 100 г шпината?

1) 25% 2) 2,4% 3) 42% 4) 0,42%

6 В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1) $(x + y)^2 = x^2 + y^2$
2) $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
3) $(x + y)(y - x) = x^2 - y^2$
4) $3(x + y) = 3x + y$

$\boxed{7}$ Выполните деление: $(x-3):\dfrac{x^2-6x+9}{x+3}$.

Ответ: ____________________

$\boxed{8}$ Представьте выражение $\dfrac{a^{-9}}{(a^2)^{-3}}$ в виде степени с основанием a.

Ответ: ____________________

$\boxed{9}$ Решите уравнение $\dfrac{x-4}{2}-\dfrac{x-2}{5}=2$.

Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ Вычислите координаты точек пересечения параболы $y = 3x^2 + 2$ и прямой $y = -6x + 2$.

Ответ: ____________________

$\boxed{11}$ Первый автомат упаковывает в минуту на 2 пачки печенья больше, чем второй. Первый автомат работал 10 мин, а второй — 20 мин. Всего за это время было упаковано 320 пачек печенья. Сколько пачек печенья в минуту упаковывает каждый автомат?

Пусть производительность первого автомата — x пачек в минуту. Какое из уравнений соответствует условию задачи?

1) $10x + 20(x - 2) = 320$

2) $10x + 20(x + 2) = 320$

3) $20x + 10(x + 2) = 320$

4) $\dfrac{x}{10}+\dfrac{x-2}{20}=320$

$\boxed{12}$ Решите неравенство $5x + 20 < 2(4x - 5)$.

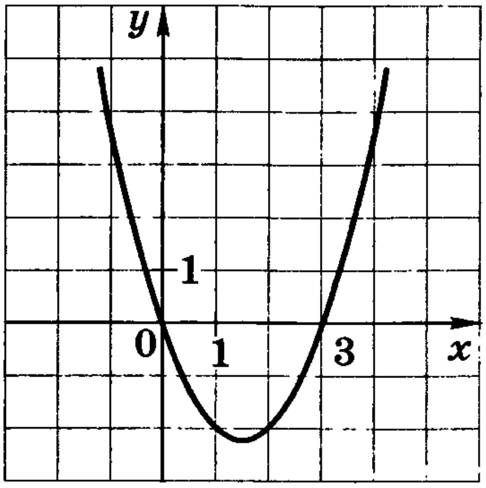
1) $(-10; +\infty)$

2) $(-\infty; -10)$

3) $(10; +\infty)$

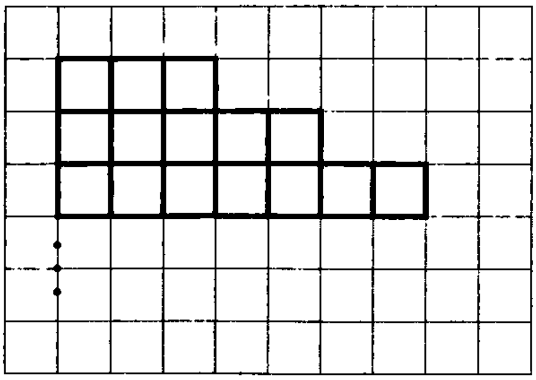
4) $(-\infty; 10)$

13 На рисунке изображён график функции $y = x^2 - 3x$. Используя этот график, решите неравенство $x^2 - 3x \geqslant 0$.



Ответ: ____________________

14 Фигура составляется из квадратов так, как показано на рисунке. В каждом следующем ряду на 2 квадрата больше, чем в предыдущем. Сколько квадратов в 15-м ряду?



Ответ: ____________________

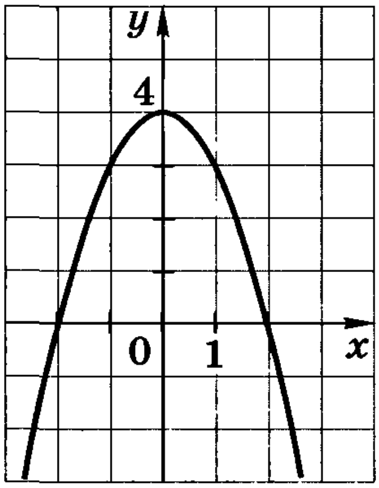
15 Среди учеников 9 «Б» класса, в котором учится 9 мальчиков и 15 девочек, разыгрывают по жребию одну путёвку в летний спортивный лагерь. С какой вероятностью она достанется девочке?

1) $\frac{1}{9}$ 2) $\frac{1}{15}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{5}{8}$

16 В течение четверти Коля получил следующие отметки по химии: две «2», одну «3», пять «4» и две «5». На сколько среднее арифметическое его отметок отличается от медианы?

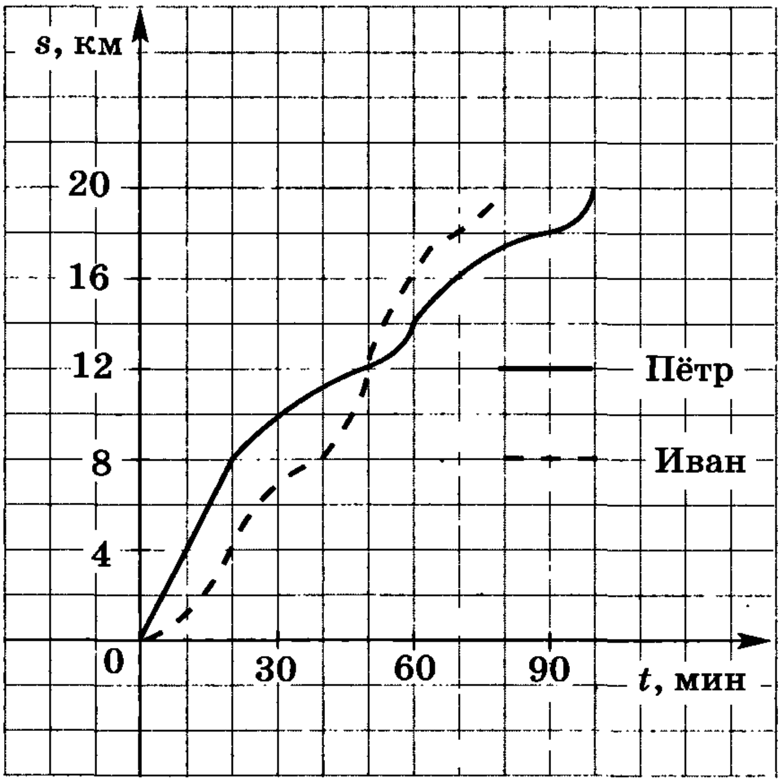
Ответ: ____________________

17 График какой функции изображён на рисунке?



1) $y = 2x + 4$
2) $y = -2x + 4$
3) $y = x^2 - 4$
4) $y = -x^2 + 4$

18 Два спортсмена, Пётр и Иван, во время тренировки пробежали 20 км. Графики их бега представлены на рисунке. Кто из них пробежал большее расстояние за вторые полчаса тренировки и на сколько?



Ответ: ____________________

Работа № 7

Вариант 1

1 В таблице приведены результаты забега на 200 м шести участников школьных соревнований.

Номер дорожки	I	II	III	IV	V	VI
Результат, с	30,17	27,31	28,93	28,50	27,80	24,32

По какой дорожке бежал школьник, показавший третий результат?

1) По VI 2) По V 3) По IV 4) По III

2 Средний вес мальчиков того же возраста, что и Сергей, равен 48 кг. Вес Сергея составляет 120% среднего веса. Сколько весит Сергей?

1) 57,8 кг 2) 57,6 кг 3) 40 кг 4) 9,6 кг

3 Какое из чисел является лучшим приближением числа $\sqrt{8}$?

1) 2 2) 2,7 3) 2,8 4) 3

4 Какое из чисел не входит в область определения выражения $\sqrt{4-x}$?

1) −6 2) 0 3) 4 4) 8

5 Расстояние s (в метрах), которое пролетает тело при свободном падении за время t (в секундах), можно приближённо вычислить по формуле $s = 5t^2$. За какое время камень, упавший с высоты 80 м, достигнет земли?

Ответ: ____________________

6 Найдите значение выражения $4c(c - 2) - (c - 4)^2$ при $c = 1{,}5$.

Ответ: ____________________

7 Найдите значение выражения $(1{,}6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2)$.

1) 6400 3) 0,0064
2) 0,064 4) 0,00064

8 Упростите выражение $\frac{x}{x^2 - y^2} \cdot (xy - y^2)$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $4x - 4{,}5 = 5x - 3(2x - 1{,}5)$.

Ответ: ____________________

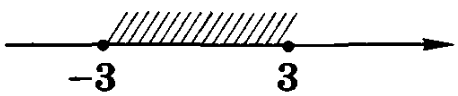
10 Решите задачу. От города до посёлка автомобиль доехал за 3 ч. Если бы он увеличил скорость на 25 км/ч, то затратил бы на этот путь на 1 ч меньше. Чему равно расстояние от города до посёлка?

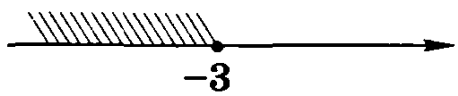
Ответ: ____________________

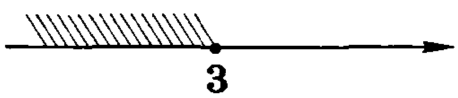
11 Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 3y = -9 \\ x + y = 3. \end{cases}$

Ответ: ____________________

12 На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 9 \leqslant 0$?

1) 

3) 

2) 

4) 

13 Даны неравенства:

А. $x - y < 0$ В. $y - x < -3$

Б. $x - y > -5$ Г. $y - x < 1$

Выберите те из них, которые верны при любых x и y, удовлетворяющих условию $x > y$.

1) А и В 3) Б и Г

2) А и Б 4) В и Г

14 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями: $b_1 = 3$, $b_{n+1} = b_n \cdot 2$. Укажите формулу n-го члена этой прогрессии.

1) $b_n = 3 \cdot 2n$ 3) $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

2) $b_n = 3 \cdot 2^n$ 4) $b_n = 3 \cdot 2(n-1)$

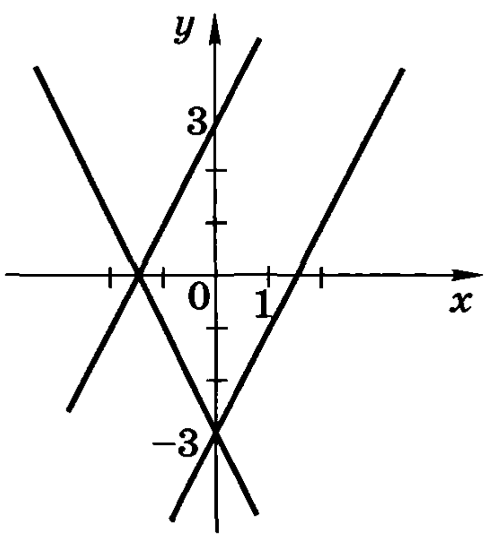
15 Какая из следующих прямых отсутствует на рисунке?

1) $y = 2x + 3$

2) $y = 2x - 3$

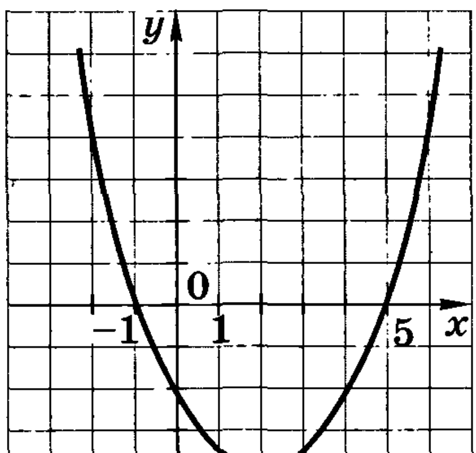
3) $y = -2x + 3$

4) $y = -2x - 3$



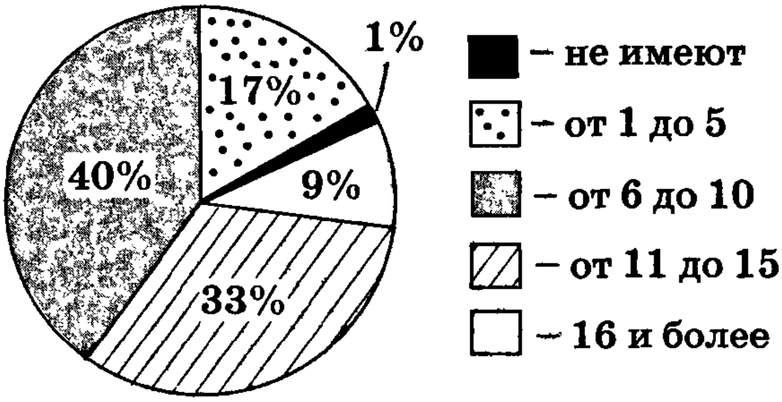
16 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Расположите в порядке возрастания числа

$f(-2)$, $f(2)$, $f(5)$.



Ответ: ____________________

17 Аналитический центр провёл опрос. Был задан вопрос: «Есть ли у вас дома комнатные растения? Если да, то сколько?» Результаты опроса представлены на круговой диаграмме.



Сколько процентов опрошенных имеют комнатные растения, но их менее 16?

Ответ: ____________________

18 Из слова ГИПОТЕНУЗА случайно выбирают одну букву. Какова вероятность того, что она окажется гласной?

Ответ: ____________________

Работа № 7

Вариант 2

1. В таблице приведены результаты прохождения гонщиком шести кругов дистанции во время кольцевой автогонки.

Номер круга	I	II	III	IV	V	VI
Результат, с	90,03	89,59	90,30	89,41	88,90	90,17

На каком круге гонщик показал худший результат?

1) На I 2) На V 3) На VI 4) На III

2. Средний вес девочек того же возраста, что и Маша, равен 36 кг. Вес Маши составляет 110% среднего веса. Сколько весит Маша?

1) 32,4 кг 2) 39,6 кг 3) 36 кг 4) 3,6 кг

3. Какое из чисел является лучшим приближением числа $\sqrt{12}$?

1) 3 2) 3,4 3) 3,6 4) 4

4. Какое из чисел не входит в область определения выражения $\sqrt{x+2}$?

1) 2 2) 0 3) -4 4) -2

5. Расстояние s (в метрах), которое пролетает тело при свободном падении за время t (в секундах), можно приближённо вычислить по формуле $s = 5t^2$. За какое время камень, упавший с высоты 45 м, достигнет земли?

Ответ: ____________________

6 Найдите значение выражения $3a(a + 2) - (a + 3)^2$ при $a = -0{,}5$.

Ответ: ____________________

7 Найдите значение выражения $(6 \cdot 10^3) \cdot (1{,}4 \cdot 10^{-6})$.

1) 8400
2) 0,084
3) 0,0084
4) 0,00084

8 Упростите выражение $\dfrac{y}{x^2 - y^2} \cdot (xy - y^2)$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $3(2 + 1{,}5x) = 0{,}5x + 24$.

Ответ: ____________________

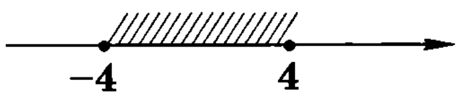
10 Решите задачу. От дома до школы Коля обычно едет на велосипеде со скоростью 10 км/ч. Чтобы приехать в школу раньше на $\dfrac{1}{4}$ ч, ему надо ехать со скоростью 12 км/ч. Чему равно расстояние от дома до школы?

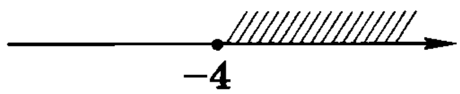
Ответ: ____________________

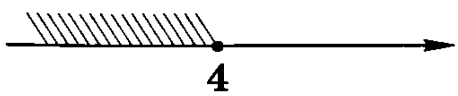
11 Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ x - y = 3. \end{cases}$

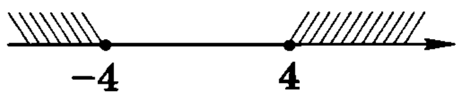
Ответ: ____________________

12 На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 16 \geqslant 0$?

А. 

В. 

Б. 

Г. 

13 Даны неравенства:

А. $x - y > 0$ В. $y - x > -7$

Б. $y - x < 1$ Г. $x - y < 2$

Выберите те из них, которые верны при любых x и y, удовлетворяющих условию $x < y$.

1) А и В 3) В и Г

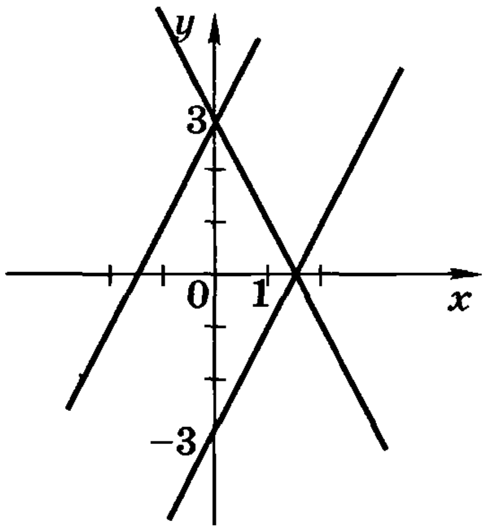
2) А и Б 4) Б и Г

14 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями: $b_1 = 2,\ b_{n+1} = b_n \cdot \frac{1}{3}$. Укажите формулу n-го члена этой прогрессии.

1) $b_n = \frac{2n}{3}$ 3) $b_n = \frac{2}{3^{n-1}}$

2) $b_n = \frac{2}{3^n}$ 4) $b_n = 2 \cdot \frac{n-1}{3}$

15 Какая из следующих прямых отсутствует на рисунке?



1) $y = 2x + 3$

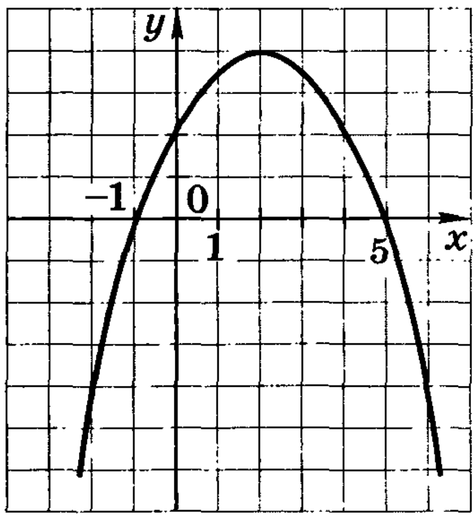
2) $y = 2x - 3$

3) $y = -2x + 3$

4) $y = -2x - 3$

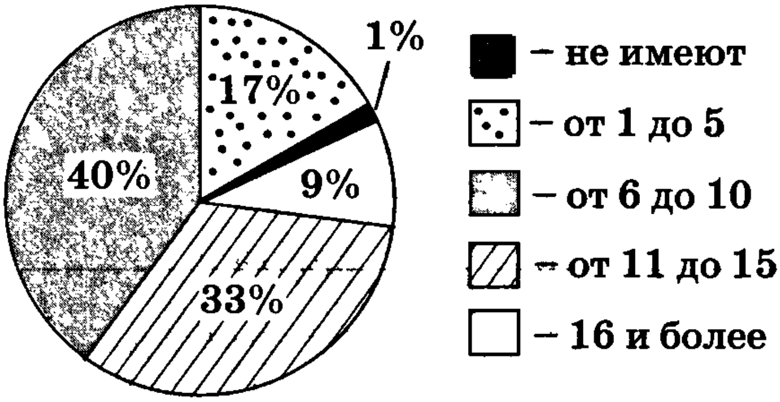
16 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Расположите в порядке возрастания числа

$f(-2)$, $f(2)$ и $f(5)$.



Ответ: ____________________

17 Аналитический центр провёл опрос. Был задан вопрос: «Есть ли у вас дома комнатные растения? Если да, то сколько?» Результаты опроса представлены на круговой диаграмме.



Сколько процентов опрошенных имеют дома не менее 6 комнатных растений?

Ответ: ____________________

18 Из слова ГИПОТЕЗА случайно выбирают одну букву. Какова вероятность того, что она окажется согласной?

Ответ: ____________________

Работа № 8

Вариант 1

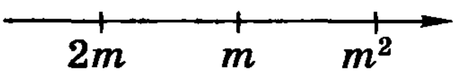
1 Укажите выражение, значение которого является наименьшим.

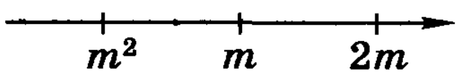
1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ 3) $\frac{2}{0,3}$ 4) $2 \cdot 0,3$

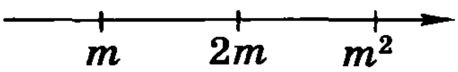
2 Некоторый товар поступил в продажу по цене 60 р. В соответствии с принятыми в магазине правилами цена непроданного товара каждую неделю снижается на 10%. Сколько будет стоить товар на 12-й день, если не будет куплен?

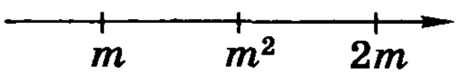
1) 6 р. 2) 48,5 р. 3) 50 р. 4) 54 р.

3 Известно, что число m отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами m, $2m$, m^2 расположены на координатной прямой в правильном порядке?

1) 

3) 

2) 

4) 

4 Для вычисления тормозного пути автомобиля часто используется формула $s=\frac{40v+v^2}{200}$, где s — длина тормозного пути (в метрах), v – скорость (в километрах в час), с которой автомобиль ехал перед торможением. На сколько метров длиннее будет тормозной путь автомобиля при скорости 100 км/ч, чем при скорости 80 км/ч?

Ответ: ____________________

$\boxed{5}$ Даны выражения: **А.** $\frac{x}{x-3}$; **Б.** $\frac{x-5}{x}$; **В.** $\frac{x-\frac{1}{2}}{5}$. Какие из них не имеют смысла при $x = 0$?

1) Только А 3) Б и В
2) Только Б 4) А, Б и В

$\boxed{6}$ В выражение pq подставьте $p = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$, $q = \frac{a}{ab + b^2}$. и упростите полученное выражение.

Ответ: ____________________

$\boxed{7}$ Чему равно значение выражения $\frac{a^{-9}}{a^{-2}a^{-5}}$ при $a = \frac{1}{2}$?

Ответ: ____________________

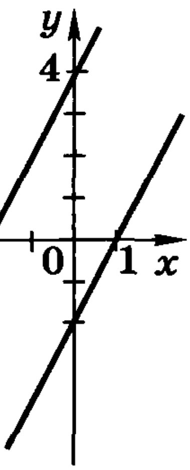
$\boxed{8}$ Найдите значение выражения $\sqrt{15 \cdot 32 \cdot 30}$.

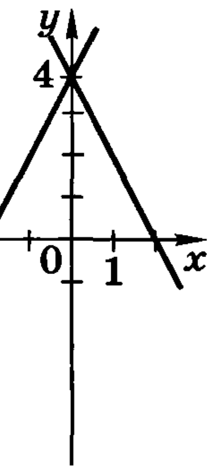
Ответ: ____________________

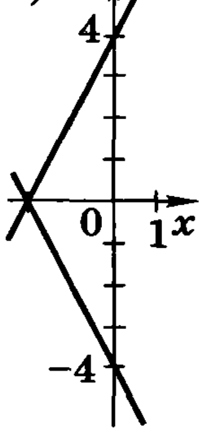
$\boxed{9}$ Решите уравнение $2x^2 - 8 = 0$.

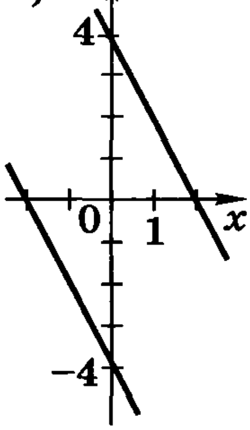
Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ Укажите рисунок, на котором приведена графическая иллюстрация решения системы уравнений $\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = 2x + 4. \end{cases}$

1) 

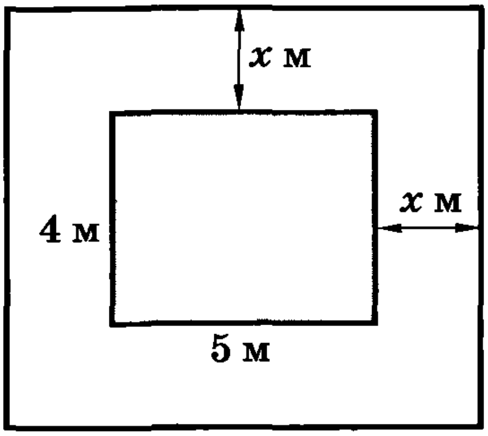
2) 

3) 

4) 

11 Детский бассейн прямоугольной формы со сторонами 4 м и 5 м обрамлён дорожкой одинаковой ширины (см. рисунок). Бассейн вместе с дорожкой занимает площадь, равную 56 м^2. Какова ширина дорожки? Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначена ширина дорожки.

1) $(4 + x)(5 + x) = 56$
2) $4(5 + 2x) = 56$
3) $5(4 + 2x) = 56$
4) $(4 + 2x)(5 + 2x) = 56$



12 Решите неравенство $6 - 3x < 19 - (x - 7)$.

Ответ: ____________________

13 Значение какого из данных выражений положительно, если известно, что $x > 0$, $y < 0$?

1) xy
2) $(x - y)x$
3) $(x - y)y$
4) $(y - x)x$

14 Каждой последовательности, заданной формулой n-го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А. $x_n = n^2$ — 1) Последовательность — арифметическая прогрессия

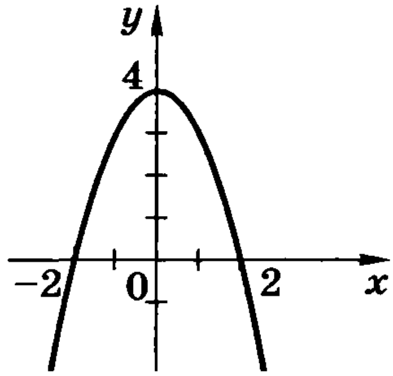
Б. $y_n = 2n$ — 2) Последовательность — геометрическая прогрессия

В. $z_n = 2^n$ — 3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

А	Б	В

15 График какой из функций изображён на рисунке?



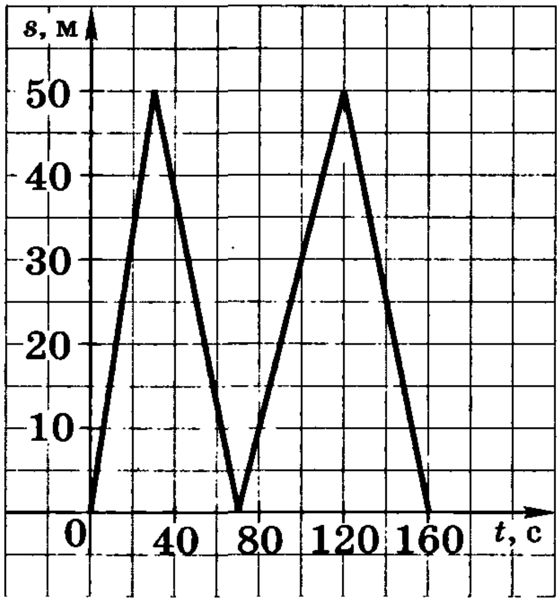
1) $y = x^2 - 2$

2) $y = -x^2 + 2$

3) $y = x^2 + 4$

4) $y = -x^2 + 4$

16 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния s (в метрах) между пловцом и точкой старта от времени t (в секундах) движения пловца. Определите, какое расстояние преодолел пловец за 1 мин 40 с.



1) 30 м

2) 120 м

3) 130 м

4) 175 м

17 Игральный кубик бросили два раза. Какое событие более вероятно:
A. «Оба раза выпало 5 очков»
B. «В первый раз выпало 2 очка, а во второй 6»
C. «Сумма выпавших очков равна 12»?

1) Событие *A*

2) Событие *B*

3) Событие *C*

4) События *A*, *B* и *C* равновероятны

18 Имеется материя пяти разных цветов. Сколько различных трёхцветных флагов, состоящих из трёх горизонтальных полос, можно из неё сшить?

Ответ: ____________________

Работа № 8

Вариант 2

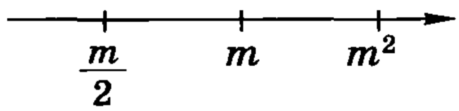
1 Укажите выражение, значение которого является наибольшим.

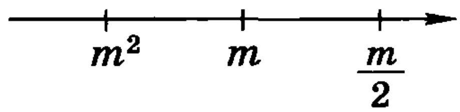
1) $3 \cdot 0{,}4$ 2) $\frac{3}{0{,}4}$ 3) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ 4) $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$

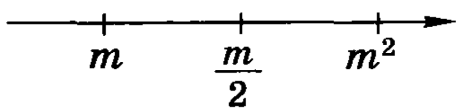
2 Некоторый товар поступил в продажу по цене 800 р. В соответствии с принятыми в магазине правилами цена нереализованного товара каждый месяц снижается на 10%. Сколько будет стоить товар на 50-й день, если не будет куплен?

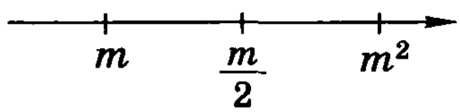
1) 720 р. 2) 648 р. 3) 640 р. 4) 880 р.

3 Известно, что число m — отрицательное. На каком из рисунков точки с координатами m^2, $\frac{m}{2}$, m расположены на координатной прямой в правильном порядке?

1) 

3) 

2) 

4) 

4 Для вычисления тормозного пути автомобиля часто используется формула $s=\frac{40v+v^2}{200}$, где s — длина тормозного пути (в метрах), v — скорость (в километрах в час), с которой автомобиль ехал перед торможением. На сколько метров длиннее будет тормозной путь автомобиля при скорости 120 км/ч, чем при скорости 100 км/ч?

Ответ: ____________________

$\boxed{5}$ Даны выражения: **А.** $\frac{x}{x-1}$; **Б.** $\frac{x-1}{x}$; **В.** $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}$. Какие из них не имеют смысла при $x = 1$?

1) А и Б   3) Только А

2) А и В   4) А, Б и В

$\boxed{6}$ В выражение ab подставьте $a=\frac{x^2-y^2}{2x}$, $b=\frac{2xy}{xy-y^2}$ и упростите полученное выражение.

Ответ: ____________________

$\boxed{7}$ Чему равно значение выражения $\frac{a^{-4}a^{-3}}{a^{-5}}$ при $a=\frac{1}{3}$?

Ответ: ____________________

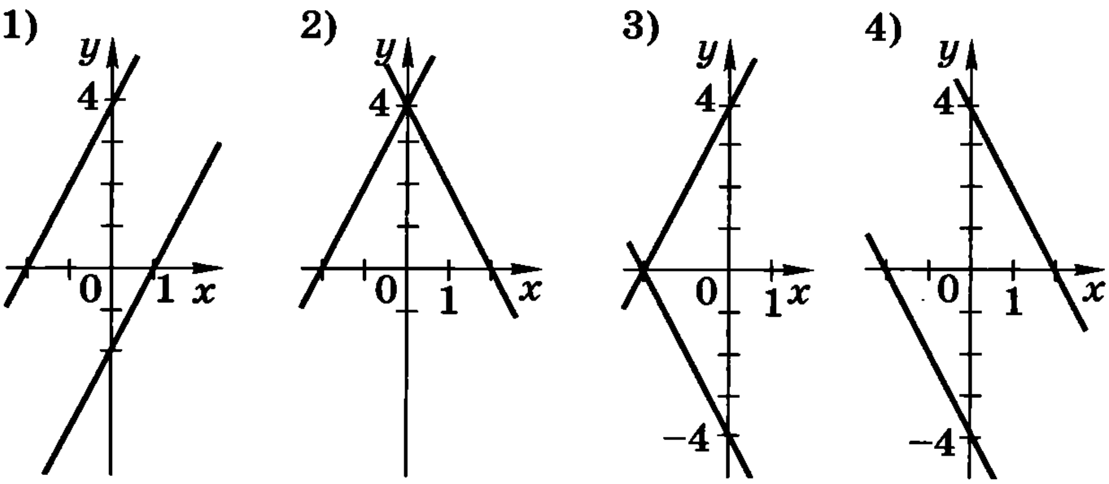
$\boxed{8}$ Найдите значение выражения $\sqrt{27\cdot 6\cdot 50}$.

Ответ: ____________________

$\boxed{9}$ Решите уравнение $3x^2 - 27 = 0$.

Ответ: ____________________

$\boxed{10}$ Укажите рисунок, на котором приведена графическая иллюстрация решения системы уравнений $\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=2x+4. \end{cases}$



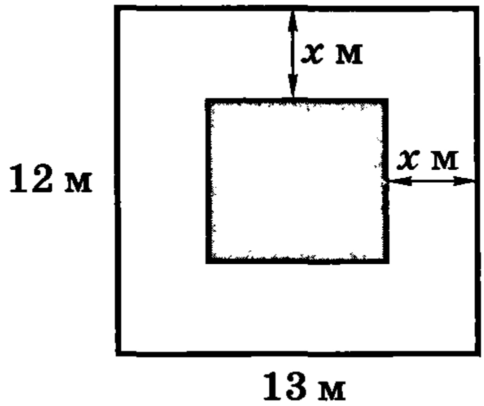
11 В центре детской площадки прямоугольной формы со сторонами 12 м и 13 м расположена прямоугольная песочница. Площадь, не занятая песочницей, равна 130 м^2. Расстояния от её бортика до границы площадки одинаковы (см. рисунок). Найдите это расстояние. Выберите уравнение, соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние от бортика песочницы до границы площадки.

1) $(12 - 2x)(13 - 2x) = 130$

2) $156 - (12 - x)(13 - x) = 130$

3) $156 - (12 - 2x)(13 - 2x) = 130$

4) $130 - 25 = 2(12 - 2x) + 2(13 - 2x)$



12 Решите неравенство $3(1 - x) - (2 - x) < 5$.

Ответ: ____________________

13 Значение какого из данных выражений положительно, если известно, что $x < 0$, $y > 0$?

1) $(x - y)x$ 3) $(x - y)y$

2) xy 4) $(y - x)x$

14 Каждой последовательности, заданной формулой n-го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

А) $x_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

Б) $y_n = \frac{1}{n}$

В) $z_n = 2n + 5$

1) Последовательность — арифметическая прогрессия

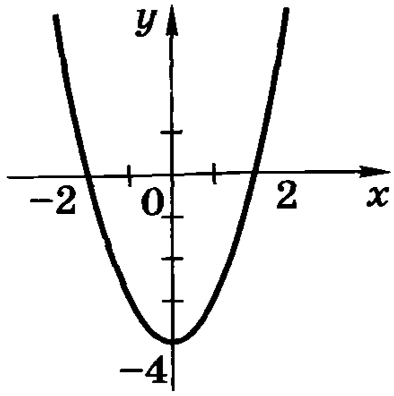
2) Последовательность — геометрическая прогрессия

3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией

Ответ:

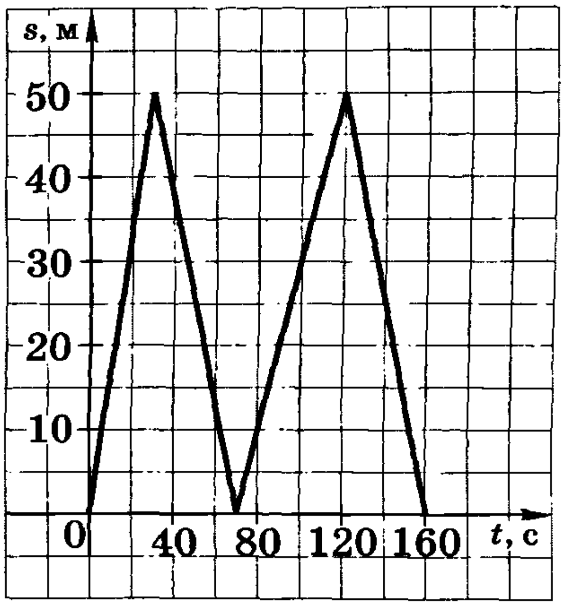
А	Б	В

15 График какой из функций изображён на рисунке?



1) $y = x^2 - 2$
2) $y = -x^2 + 2$
3) $y = x^2 - 4$
4) $y = -x^2 + 4$

16 На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На рисунке изображён график зависимости расстояния s (в метрах) между пловцом и точкой старта от времени t (в секундах) движения пловца. Определите, какое расстояние преодолел пловец за 2 мин 20 с.



1) 30 м
2) 120 м
3) 130 м
4) 175 м

17 Игральный кубик бросили два раза. Какое событие более вероятно:
A. «В первый раз выпало 4 очка, а во второй 2»
B. «Оба раза выпало 4 очка»
C. «Сумма выпавших очков равна 4»?

1) Событие *A*
2) Событие *B*
3) Событие *C*
4) События *A*, *B* и *C* равновероятны

18 Сколькими способами можно расставить спортсменов по этапам эстафеты 4×100 метров, если всего в команде 6 спортсменов?

Ответ: ____________________

Работа № 9

Вариант 1

$\boxed{1}$ В подъезде высотного дома нумерация квартир начинается с 1. На каждом этаже 6 квартир. На каком этаже находится квартира номер 116?

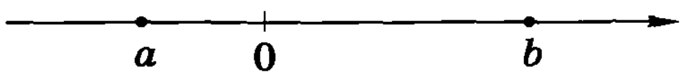
Ответ: ____________________

$\boxed{2}$ Расположите в порядке убывания числа:

0,0216; 0,12; 0,016.

1) 0,0216; 0,016; 0,12
2) 0,016; 0,0216; 0,12
3) 0,12; 0,0216; 0,016
4) 0,12; 0,016; 0,0216

$\boxed{3}$ На координатной прямой отмечены числа a и b. Какое из следующих утверждений является верным?



1) $a + b > b$
2) $a + b > a$
3) $ab > b$
4) $a - b > b$

$\boxed{4}$ Найдите значение выражения $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ при $a = -\sqrt{2}$.

Ответ: ____________________

$\boxed{5}$ На счёт в банке, доход по которому составляет 20% годовых, внесли a р. Какая сумма будет на счету через год?

1) $(a + 0{,}2a)$ р.
2) $(a + 20a)$ р.
3) $0{,}2a$ р.
4) $(a + 20)$ р.

$\boxed{6}$ Упростите выражение $\frac{1}{x^{-1}} \cdot \frac{1}{x^{-4}}$ и найдите его значение при $x = -2$.

Ответ: ____________________

7 Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 - 6x + 9$ 3) $x^2 - 2x - 2$

2) $x^2 - 6x + 5$ 4) $x^2 - 2x + 5$

8 Упростите выражение $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{6a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $\frac{5}{1-x} = \frac{4}{3-x}$.

Ответ: ____________________

10 Решите задачу:
Под детскую площадку отведён участок прямоугольной формы, длина которого на 4 м больше ширины. Площадь участка 165 м^2. Найдите длину площадки.

Ответ: ____________________

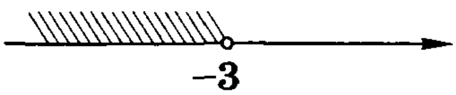
11 Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \ldots \end{cases}$ так, чтобы она имела два решения.

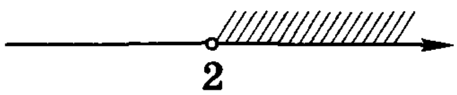
(Используйте графические представления.)

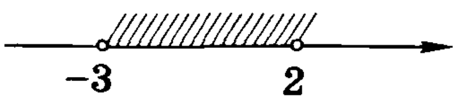
1) $y = -x$ 2) $y = x$ 3) $y = x^2$ 4) $y = -x^2$

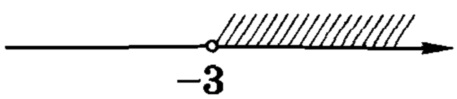
12 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 2x + 6 > 0 \\ 3 - x > 1? \end{cases}$$

1) 

3) 

2) 

4) 

$\boxed{13}$ Какое из неравенств следует из неравенства $x > y - z$?

1) $x - y > z$
3) $z - x > y$
2) $y > x + z$
4) $z > y - x$

$\boxed{14}$ Арифметические прогрессии (a_n), (b_n) и (c_n) заданы формулами n-го члена:

$$a_n = 2n + 3,\ b_n = 3n,\ c_n = 3n + 2.$$

Укажите те из них, которые имеют разность, равную 3.

1) (a_n)
3) (b_n) и (c_n)
2) (a_n) и (b_n)
4) (a_n), (b_n) и (c_n)

$\boxed{15}$ По правилам игры «Морской бой» на поле 10×10 клеток размещаются 4 однопалубных (одноклеточных) корабля, 3 двухпалубных, 2 трёхпалубных и 1 четырёхпалубный. С какой вероятностью вы первым же выстрелом попадёте в какой-нибудь корабль противника?

Ответ: ____________________

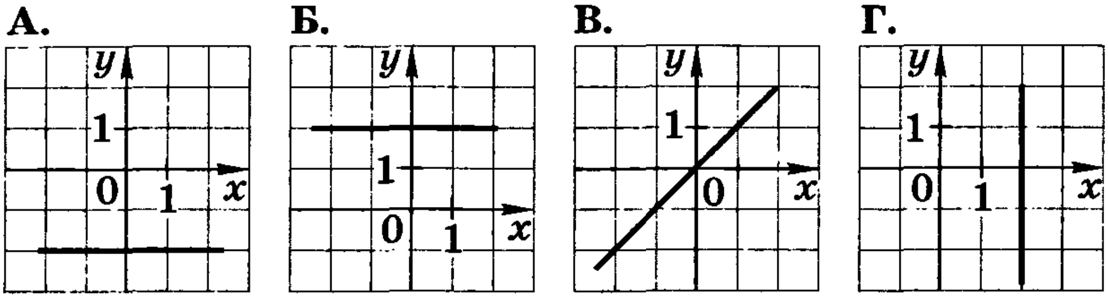
$\boxed{16}$ Фирма по производству цифровых фотоаппаратов провела исследование, связанное с качеством четырёх выпускаемых ею моделей. В исследовании регистрировалось количество продаж и количество обращений в гарантийный сервис. Результаты были сведены в таблицу.

Марка фотоаппарата	Количество продаж	Количество обращений
Альфа	13 200	396
Бета	7200	360
Гамма	4625	185
Дельта	7575	303

По результатам исследования одну из моделей решено снять с производства. Какую именно, если решающим критерием была выбрана относительная частота обращений в сервис?

1) Альфа
2) Бета
3) Гамма
4) Дельта

17 Каждую прямую, построенную на координатной плоскости, соотнесите с её уравнением.

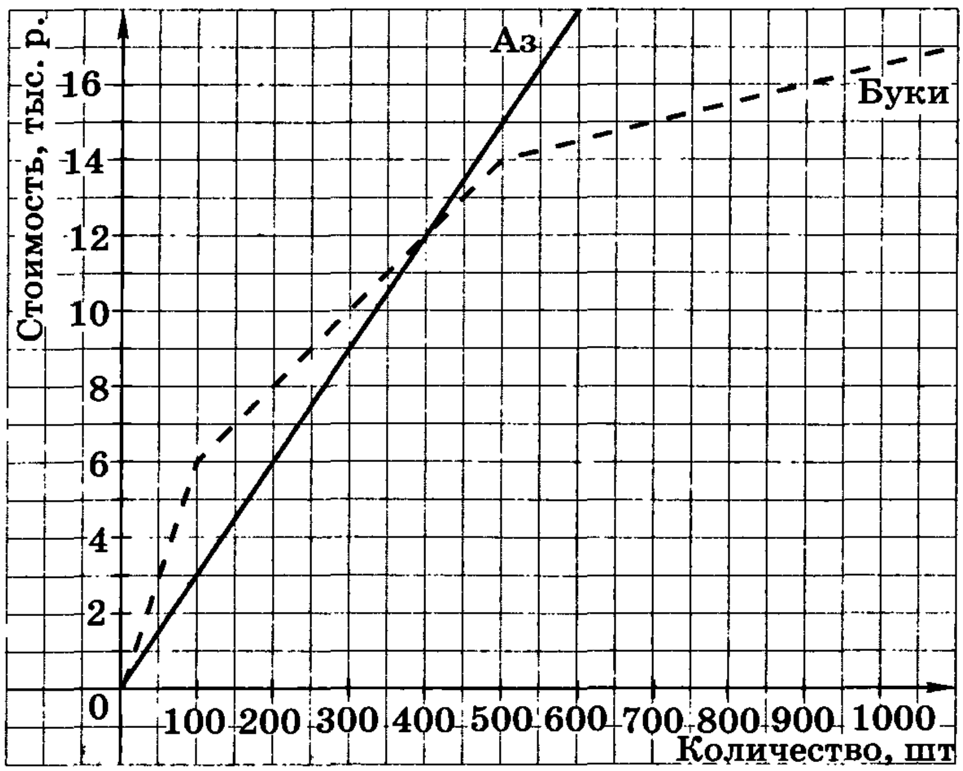


1) $y = x$ 2) $x = 2$ 3) $y = 2$ 4) $y = -2$

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Фирмы Аз и Буки продают со склада книги. Зависимости стоимости партии одной и той же книги для каждой из этих фирм изображены графически. В какой фирме партия из 200 книг дешевле и на сколько?



Ответ: ____________________

Работа № 9

Вариант 2

1 В подъезде высотного дома нумерация квартир начинается с 1. На каждом этаже 8 квартир. На каком этаже находится квартира номер 125?

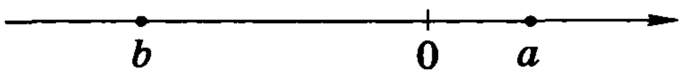
Ответ: ____________________

2 Расположите в порядке возрастания числа:

0,0641; 0,104; 0,06.

1) 0,06; 0,0641; 0,104
2) 0,104; 0,0641; 0,06
3) 0,06; 0,104; 0,0641
4) 0,0641; 0,104; 0,06

3 На координатной прямой отмечены числа a и b. Какое из следующих утверждений является верным?



1) $a + b < b$
2) $a + b > a$
3) $ab > a$
4) $a - b > b$

4 Найдите значение выражения $-\frac{4\sqrt{2}}{a^3}$ при $a = -\sqrt{2}$.

Ответ: ____________________

5 При получении денег через банкомат банк удерживает 3% от снятой суммы. Сколько всего денег будет снято со счёта клиента, если он получает через банкомат a р.?

1) $(a - 0{,}03a)$ р.
2) $(a + 0{,}03a)$ р.
3) $0{,}03a$ р.
4) a р.

6 Упростите выражение $\frac{1}{x^{-1}} : \frac{1}{x^{-4}}$ и найдите его значение при $x = 2$.

Ответ: ____________________

7 Какой из следующих квадратных трёхчленов нельзя разложить на линейные множители?

1) $x^2 + 4x + 4$
2) $x^2 - 6x + 10$
3) $x^2 - 2x - 3$
4) $x^2 + 4x + 2$

8 Упростите выражение $\left(\frac{1}{5c} - \frac{1}{10c}\right) \cdot \frac{2c^2}{3}$.

Ответ: ____________________

9 Решите уравнение $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x-4}$.

Ответ: ____________________

10 Решите задачу:
Под сквер отведён участок земли прямоугольной формы, длина которого на 10 м больше ширины. Площадь участка 875 м^2. Найдите длину участка.

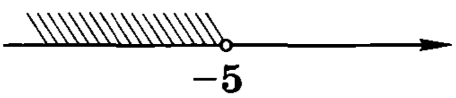
Ответ: ____________________

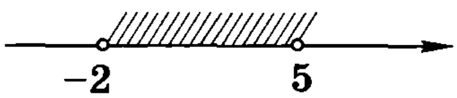
11 Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ \ldots \end{cases}$ так, чтобы она не имела решений.
(Используйте графические представления.)

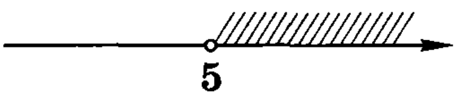
1) $y = -x$ 2) $y = x$ 3) $y = x^2$ 4) $y = -x^2$

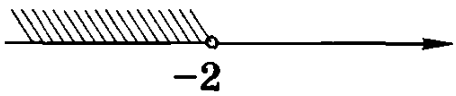
12 На каком рисунке изображено множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} 2x + 4 > 0 \\ 15 - 3x > 0? \end{cases}$$

1) 

3) 

2) 

4) 

13 Какое из неравенств следует из неравенства $x - y > z$?

1) $z - x + y < 0$
2) $y > x - z$
3) $z + y > x$
4) $x - y - z < 0$

14 Арифметические прогрессии (x_n), (y_n) и (z_n) заданы формулами n-го члена:

$$x_n = 2n + 4,\ y_n = 4n,\ z_n = 4n + 2.$$

Укажите те из них, которые имеют разность, равную 4.

1) (x_n) и (z_n)
2) (y_n) и (z_n)
3) (x_n), (y_n) и (z_n)
4) (x_n)

15 По правилам игры «Морской бой» на поле 10×10 клеток размещаются 4 однопалубных (одноклеточных) корабля, 3 двухпалубных, 2 трёхпалубных и 1 четырёхпалубный. Какова вероятность того, что первый выстрел не будет результативным?

Ответ: ____________________

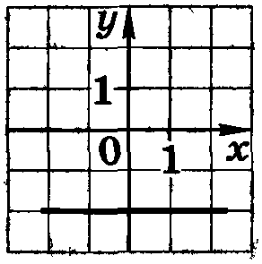
16 Фирма по производству музыкальных плееров провела исследование, связанное с качеством четырёх выпускаемых моделей плееров. В обследовании регистрировалось количество продаж и количество обращений в гарантийный сервис. Результаты были сведены в таблицу:

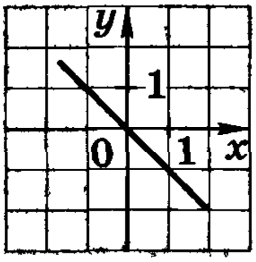
Марка плеера	Количество продаж	Количество обращений
P-200	15 200	456
P-300	6800	272
P-400	8400	420
S-100	10 200	408

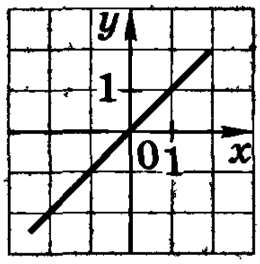
По результатам исследования одну из моделей решено снять с производства. Какую именно, если решающим критерием была выбрана относительная частота обращений в сервис?

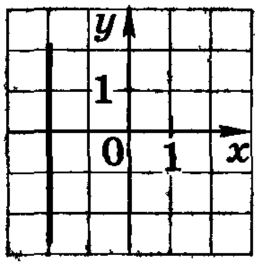
1) P-200
2) P-300
3) P-400
4) S-100

17 Каждую прямую, построенную на координатной плоскости, соотнесите с её уравнением.

А. 

Б. 

В. 

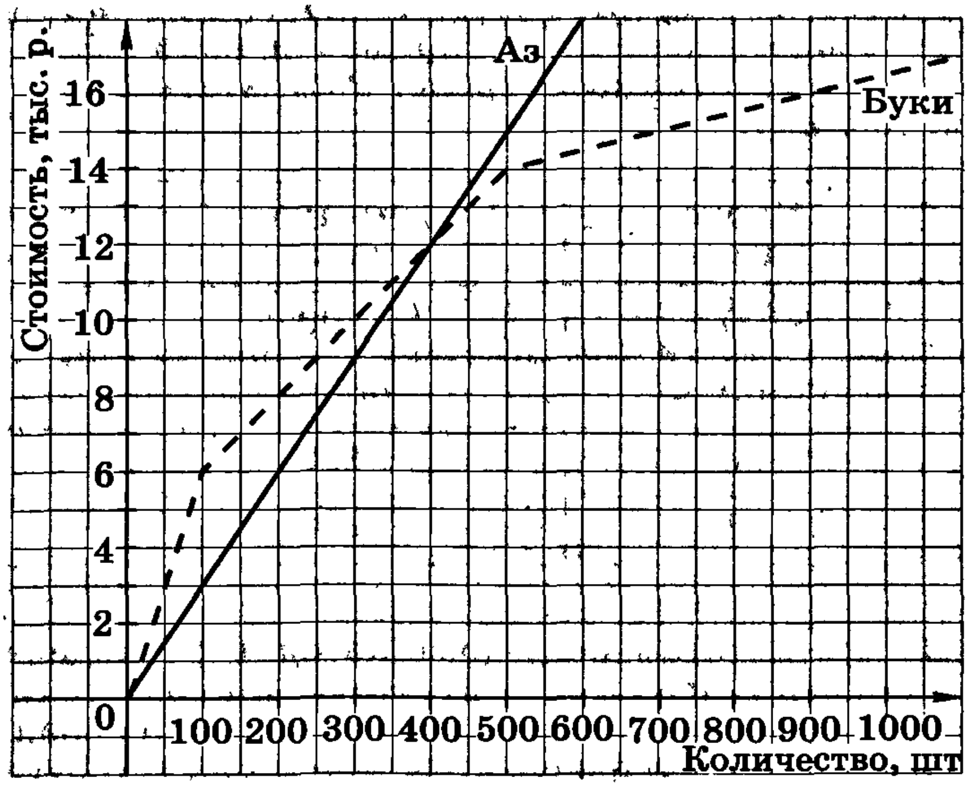
Г. 

1) $y = -x$ 2) $x = -2$ 3) $y = x$ 4) $y = -2$

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Фирмы Аз и Буки продают со склада книги. Зависимости стоимости партии одной и той же книги для каждой из этих фирм изображены графически. В какой фирме на 15 тыс. р. можно купить больше книг и на сколько штук?



Ответ: ____________________

Работа № 10

Вариант 1

1 Укажите число, равное $5{,}6 \cdot 10^{-4}$.

1) 0,000056 2) 0,00056 3) 0,0056 4) 0,056

2 В танцевальной студии число девочек относится к числу мальчиков как 6 : 5. Сколько пар, в каждую из которых входят мальчик и девочка, может одновременно танцевать, если всего в студии занимаются 66 человек?

1) 36 2) 33 3) 30 4) 5

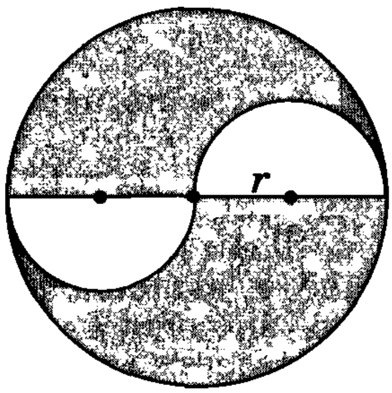
3 Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$; 5,5.

1) $\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$; 5,5
2) $\sqrt{30}$; 5,5; $3\sqrt{3}$
3) 5,5; $\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$
4) $3\sqrt{3}$; $\sqrt{30}$; 5,5

4 Найдите значение выражения $1 - 7y + 30y^2$ при $y = -0{,}1$.

Ответ: ____________________

5 Чему равна площадь заштрихованной части круга? (Составьте выражение и упростите его.)



Ответ: ____________________

6 Разложите на множители квадратный трёхчлен
$$x^2 + 2x - 3.$$

Ответ: ____________________

7 В выражение $a - b$ подставьте $a = \frac{x+y}{x-y}$ и $b = \frac{x-y}{x+y}$ и упростите его.

Ответ: ____________________

8 Представьте в виде степени произведение $4 \cdot 2^n$.

1) 4^{n+2} 2) 8^n 3) 2^{2n} 4) 2^{n+2}

9 Найдите корни уравнения $\frac{(x-2)(x+3)}{x-3} = 0$.

1) 2 2) 3 3) 2; −3 4) 2; 3; −3

10 Прочитайте задачу:
В коллекции 85 марок. Из них марок на спортивную тему на 20 больше, чем на тему «Фауна», и в 3 раза меньше, чем на тему «Автомобили». Сколько в коллекции марок на спортивную тему?
Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x количество марок на спортивную тему.

Ответ: ____________________

11 Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 2y = 0. \end{cases}$

Ответ: ____________________

12 Какое из неравенств верно при любом значении x?

1) $x^2 - 1 > 0$ 3) $x^2 - 1 < 0$
2) $x^2 + 1 > 0$ 4) $x^2 + 1 < 0$

13 Известно, что a и b – положительные числа и $a > b$. Какое из утверждений **неверно**?

1) $-a < -b$ 3) $a^2 > b^2$
2) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 4) $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

14 Последовательности заданы несколькими первыми членами. Одна из них — геометрическая прогрессия. Укажите её.

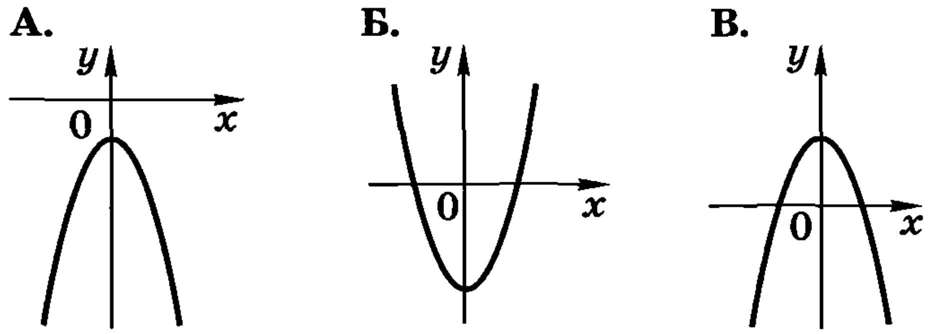
1) $1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \ldots$

2) 1; 3; 5; 7; ...

3) 1; 2; 4; 8; ...

4) 1; 2; 3; 5; ...

15 На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + c$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов a и c.



1) $a < 0$, $c > 0$

2) $a > 0$, $c < 0$

3) $a < 0$, $c < 0$

4) $a > 0$ $c > 0$

Ответ:

А	Б	В

16 Из полного бака, вместимость которого 100 л, через открытый кран вытекает вода со скоростью 5 л в минуту. Количество воды y (л), остающейся в баке, является функцией времени x (мин), в течение которого вытекает вода. Задайте эту функцию формулой.

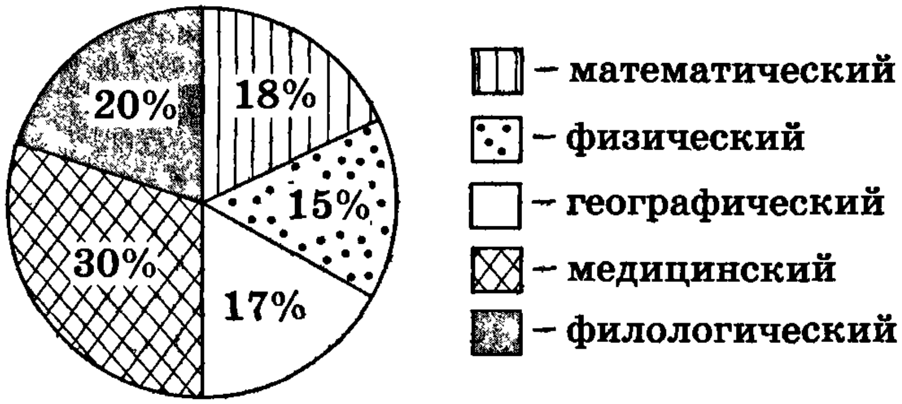
1) $y = 100 - 5x$

2) $y = 5x$

3) $y = 5x - 100$

4) $y = 100 - \frac{5}{x}$

17 На круговой диаграмме показано, сколько заявлений (в процентах) поступило от абитуриентов на разные факультеты университета. Какова вероятность того, что очередной абитуриент придёт подавать заявление не на математический факультет?



Ответ: ______________________

18 Имеются красные, жёлтые и белые тюльпаны. Сколько разных по расцветке букетов из трёх тюльпанов можно составить?

Ответ: ______________________

Работа № 10

Вариант 2

1. Укажите число, равное $1{,}9 \cdot 10^{-5}$.

1) 0,0019 3) 0,000019
2) 0,00019 4) 0,0000019

2. В секции акробатики число девочек относится к числу мальчиков как 2 : 5. Сколько троек, в каждую из которых входят одна девочка и два мальчика, может одновременно выступать, если всего в секции занимаются 28 человек?

1) 4 2) 8 3) 9 4) 10

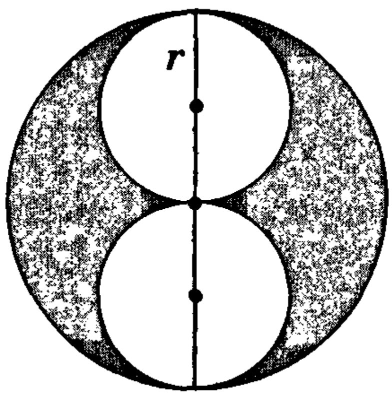
3. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{45}$; $4\sqrt{3}$; 6,5.

1) 6,5; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{45}$ 3) $\sqrt{45}$; $4\sqrt{3}$; 6,5
2) $4\sqrt{3}$; 6,5; $\sqrt{45}$ 4) 6,5; $\sqrt{45}$; $4\sqrt{3}$

4. Найдите значение выражения $1 - 10y + 5y^2$ при $y = -0{,}2$.

Ответ: ____________________

5. Чему равна площадь заштрихованной части круга? (Составьте выражение и упростите его.)



Ответ: ____________________

6. Разложите на множители квадратный трёхчлен

$$x^2 + 3x - 10.$$

Ответ: ____________________

7 В выражение $a - b$ подставьте $a = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$ и $b = \frac{x - y}{x + y}$ и упростите его.

Ответ: ____________________

8 Представьте в виде степени произведение $9 \cdot 3^k$.

1) 3^{k+2} 2) 27^k 3) 3^{2k} 4) 9^{k+3}

9 Найдите корни уравнения $\frac{(x-3)(x+2)}{x-2} = 0$.

1) 2 2) 3 3) −2; 3 4) 2; 3; −2

10 Прочитайте задачу:
В книге 84 страницы. Во второй день каникул Саша прочитал в 2 раза больше страниц, чем в первый, а в третий — на 4 страницы меньше, чем во второй. Сколько страниц прочитал Саша в каждый из этих дней?
Составьте уравнение по условию задачи, обозначив буквой x количество страниц, прочитанных в первый день.

Ответ: ____________________

11 Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 0. \end{cases}$

Ответ: ____________________

12 Какое из неравенств не имеет решений?

1) $x^2 - 1 > 0$
2) $x^2 + 1 > 0$
3) $x^2 - 1 < 0$
4) $x^2 + 1 < 0$

13 Известно, что x и y — положительные числа и $x < y$. Какое из утверждений **неверно**?

1) $-x > -y$
2) $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$
3) $x^2 < y^2$
4) $\sqrt{x} > \sqrt{y}$

14 Последовательности заданы несколькими первыми членами. Одна из них — арифметическая прогрессия. Укажите её.

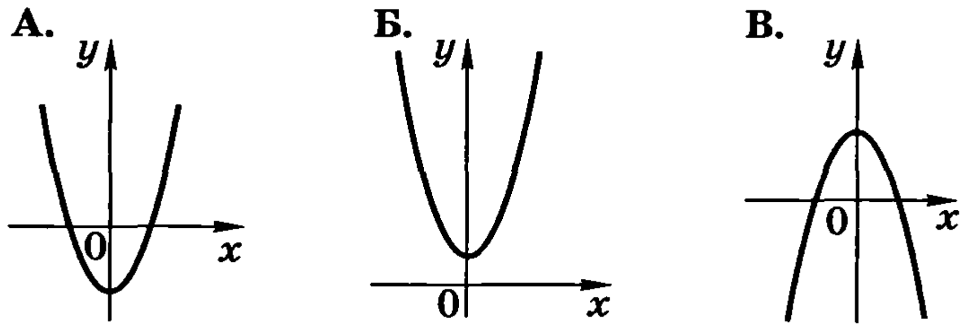
1) 1; 4; 9; 16; ...

2) 2; $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{4}$;...

3) 1; 3; 9; 27; ...

4) 2; 4; 6; 8; ...

15 На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + c$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов a и c.



1) $a > 0$, $c > 0$

2) $a < 0$, $c > 0$

3) $a < 0$, $c < 0$

4) $a > 0$ $c < 0$

Ответ:

А	Б	В

16 Количество бензина в баке автомобиля, вместимость которого 40 л, уменьшается на 1 л за 10 км пути. Количество бензина y (л), остающегося в баке, является функцией расстояния x (км), пройденного автомобилем. Задайте эту функцию формулой.

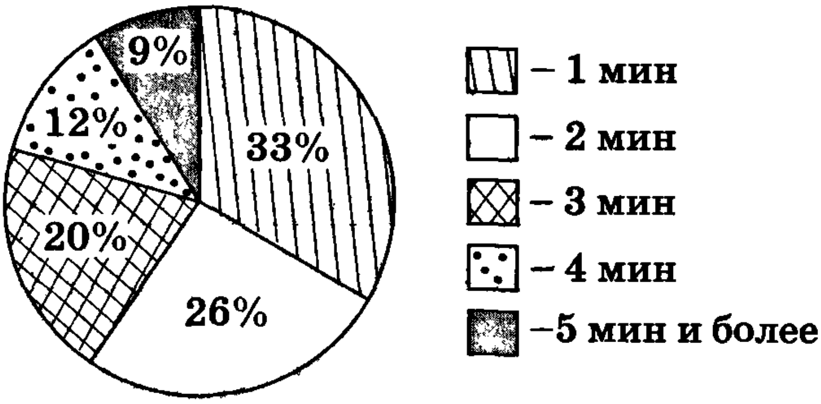
1) $y = 40 - \frac{x}{10}$

2) $y = 10x + 40$

3) $y = 40 - 10x$

4) $y = 40 - \frac{10}{x}$

17 На круговой диаграмме показано, как распределяется (в процентах) длительность телефонных разговоров сотовых абонентов компании «Мобил». Какова вероятность того, что очередной разговор продлится не более 3 минут?



Ответ: ____________________

18 В столовой имеются апельсины, яблоки, груши и бананы. На полдник можно взять любые два фрукта (в том числе и одинаковые). Сколько разных вариантов выбора существует?

Ответ: ____________________

Работа № 11

Вариант 1

1 Укажите наименьшее из следующих чисел: 0,7; $\frac{7}{9}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{4}{5}$.

1) 0,7 2) $\frac{7}{9}$ 3) $\frac{9}{7}$ 4) $\frac{4}{5}$

2 Площадь садов фермерского хозяйства распределена следующим образом: яблонями занято 11 га, грушами — 24 га. Сколько примерно процентов площади садов занимают яблони?

1) 31% 2) 42% 3) 2,18% 4) 0,31%

3 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы.

Планета	Марс	Меркурий	Нептун	Сатурн
Расстояние (в км)	$2{,}280 \cdot 10^8$	$5{,}790 \cdot 10^7$	$4{,}497 \cdot 10^9$	$1{,}427 \cdot 10^9$

Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

1) Марс 3) Нептун
2) Меркурий 4) Сатурн

4 Найдите значение выражения $\frac{a+x}{a-x}$ при $a = -0{,}7$ и $x = -0{,}3$.

Ответ: ____________________

5 Из формулы $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ выразите переменную b.

1) $b = \frac{ac}{a+c}$ 3) $b = \frac{a-c}{ac}$

2) $b = \frac{ac}{c-a}$ 4) $b = \frac{ac}{a-c}$

6 Упростите выражение $(c + 2)(c - 3) - (c - 1)^2$.

Ответ: ____________________

7 Упростите выражение $\sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{\frac{10}{9}} \cdot \sqrt{21}$.

Ответ: ____________________

8 Укажите выражение, равное степени 2^{k-3}.

1) $2^k - 2^3$ 2) $\frac{2^k}{2^3}$ 3) $\frac{2^k}{2^{-3}}$ 4) $(2^k)^{-3}$

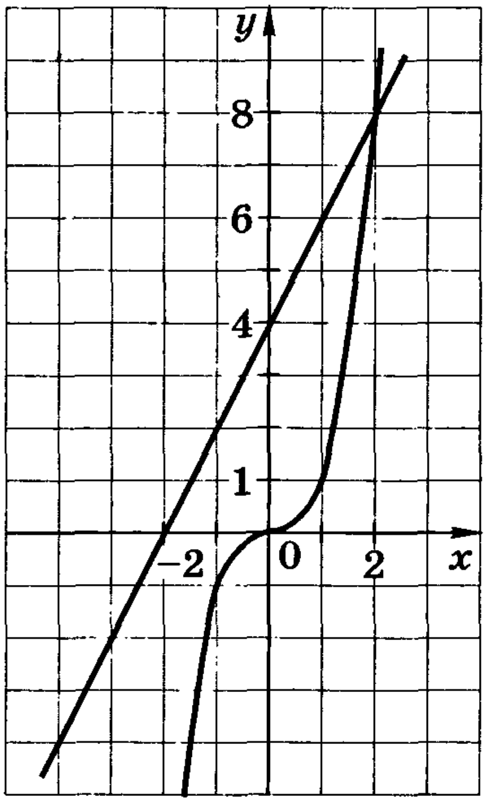
9 Решите уравнение $\frac{1}{3}x^2 - 12 = 0$.

Ответ: ____________________

10 Решите задачу:
В 2 большие и 3 маленькие коробки помещается 38 карандашей, а в 3 большие и 2 маленькие коробки — 42 карандаша. Сколько карандашей в большой и маленькой коробках вместе?

Ответ: ____________________

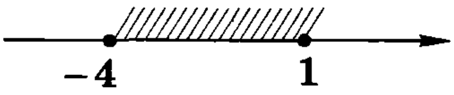
11 Используя графики функций $y = x^3$ и $y = 2x + 4$, решите уравнение $x^3 - 2x - 4 = 0$.

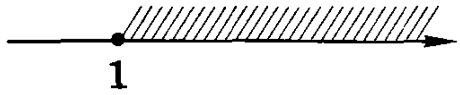


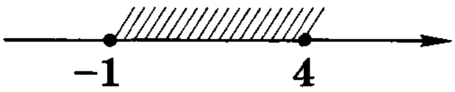
Ответ: ____________________

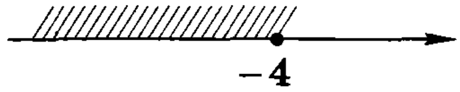
12 Для каждой системы неравенств укажите номер рисунка, на котором изображено множество её решений.

А. $\begin{cases} x \geqslant -1 \\ 4 - x \geqslant 0 \end{cases}$ Б. $\begin{cases} x \leqslant 1 \\ x + 4 \leqslant 0 \end{cases}$ В. $\begin{cases} 1 - x \leqslant 0 \\ x \geqslant -4 \end{cases}$

1) 

3) 

2) 

4) 

Ответ:

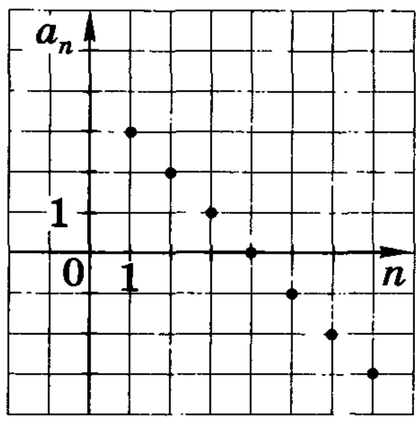
А	Б	В

13 О числах p и q известно, что $p > q$. Какое из следующих неравенств неверно?

1) $6 + p > 6 + q$ 3) $1 - p < 1 - q$

2) $\frac{p}{3} < \frac{q}{3}$ 4) $-\frac{p}{5} < -\frac{q}{5}$

14 Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной — соответствующий член последовательности. На рисунке изображены точками первые семь членов арифметической прогрессии (a_n).
Найдите a_1 и d.



Ответ: ____________________

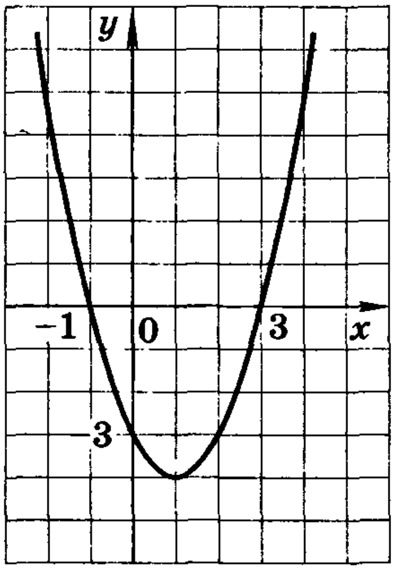
15 На рисунке изображён график квадратичной функции. Какая из перечисленных ниже формул задаёт эту функцию?

1) $y = -x^2 + 4x - 3$

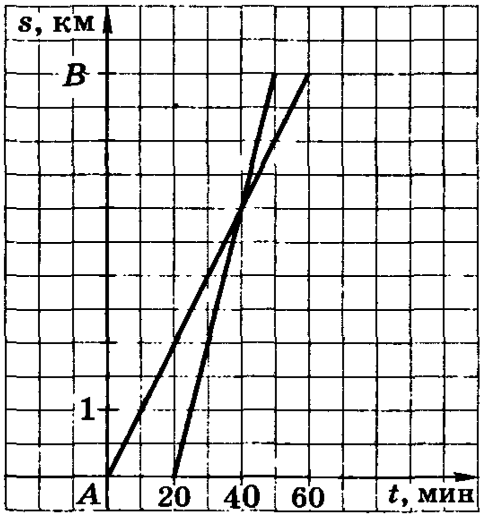
2) $y = x^2 + 2x - 3$

3) $y = -x^2 - 4x - 3$

4) $y = x^2 - 2x - 3$



16 Из пункта A в пункт B вышел пешеход, и через некоторое время вслед за ним выехал велосипедист. На рисунке изображены графики движения пешехода и велосипедиста. Определите, на сколько больше времени затратил на путь из A в B пешеход, чем велосипедист.



Ответ: ________________

17 Из класса, в котором учатся 15 девочек и 10 мальчиков, выбирают по жребию одного дежурного. Какова вероятность того, что это будет мальчик?

18 Средняя масса хомячков в школьном живом уголке равна 150 г. Масса Машиного любимого хомячка 153 г. Какое из следующих утверждений верно?

1) Все хомячки в живом уголке, кроме Машиного, имеют массу 150 г.

2) Среди хомячков обязательно есть экземпляр, масса которого равна 150 г.

3) Среди хомячков есть экземпляр, масса которого меньше 150 г.

4) Среди хомячков обязательно есть экземпляр, масса которого равна 147 г.

Работа № 11

Вариант 2

1 Укажите наименьшее из следующих чисел: 0,8; $\frac{8}{9}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{3}{5}$.

1) 0,8 2) $\frac{8}{9}$ 3) $\frac{9}{8}$ 4) $\frac{3}{5}$

2 В фермерском хозяйстве площадь используемых земель составляет 23 га, а неиспользуемых — 8 га. Какой примерно процент всей площади занимают используемые земли?

1) 74% 2) 2,88% 3) 135% 4) 0,74%

3 В таблице приведены расстояния от Солнца до четырёх планет Солнечной системы.

Планета	Уран	Сатурн	Нептун	Марс
Расстояние (в км)	$2{,}871\cdot10^9$	$1{,}427\cdot10^9$	$4{,}497\cdot10^9$	$2{,}280\cdot10^8$

Какая из этих планет дальше всех от Солнца?

1) Уран
2) Сатурн
3) Нептун
4) Марс

4 Найдите значение выражения $\frac{a-x}{a+x}$ при $a = -0{,}4$ и $x = -0{,}5$.

Ответ: ____________________

5 Из формулы $\frac{1}{c}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ выразите переменную a.

1) $a=\frac{bc}{b+c}$
2) $a=\frac{bc}{c-b}$
3) $a=\frac{b+c}{bc}$
4) $a=\frac{bc}{b-c}$

6 Упростите выражение $(a-1)^2-(a+1)(a-2)$.

Ответ: ____________________

7 Упростите выражение $\sqrt{\frac{5}{12}}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}\cdot\sqrt{15}$.

Ответ: ____________________

8 Укажите выражение, равное степени 2^{5-k}.

А. 2^5-2^k **Б.** $\frac{2^5}{2^k}$ **В.** $\frac{2^5}{2^{-k}}$ **Г.** 2^5-k

9 Решите уравнение $\frac{1}{4}x^2-16=0$.

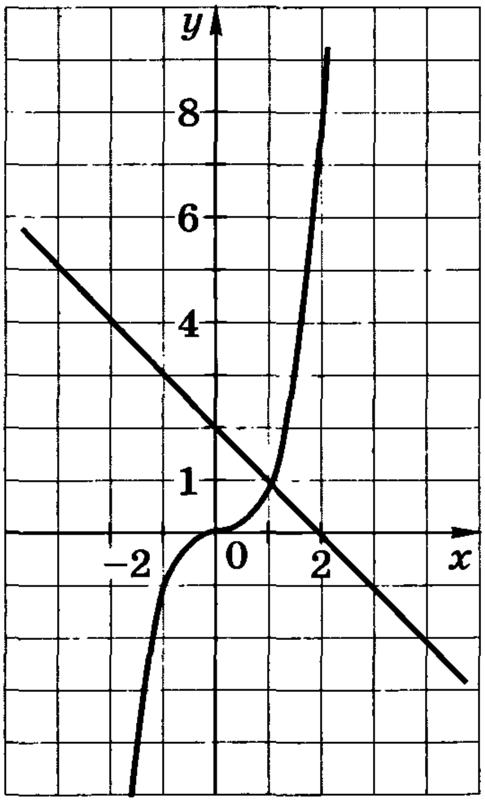
Ответ: ____________________

10 Решите задачу:
Букет из трёх тюльпанов и двух нарциссов стоит 80 р., а букет из двух тюльпанов и трёх нарциссов — 70 р. Сколько стоят один тюльпан и один нарцисс вместе?

Ответ: ____________________

11 Используя графики функций $y=x^3$ и $y=-x+2$, решите уравнение

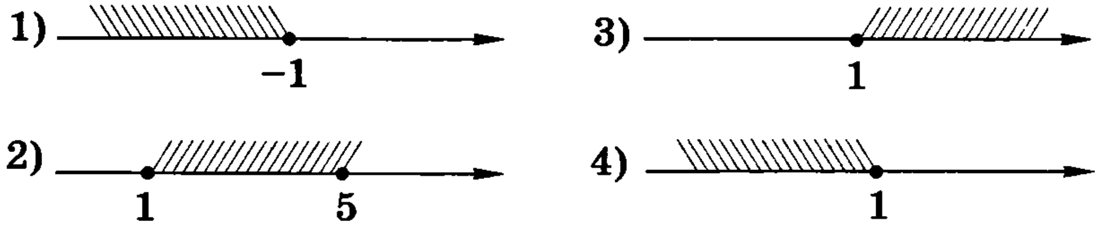
$$x^3+x-2=0.$$



Ответ: ____________________

12 Для каждой системы неравенств укажите номер рисунка, на котором изображено множество её решений.

А. $\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x+5 \geqslant 0 \end{cases}$ Б. $\begin{cases} x \leqslant -1 \\ 5-x \geqslant 0 \end{cases}$ В. $\begin{cases} 1-x \leqslant 0 \\ x \leqslant 5 \end{cases}$



Ответ:

А	Б	В

13 О числах a и b известно, что $a < b$. Какое из следующих неравенств неверно?

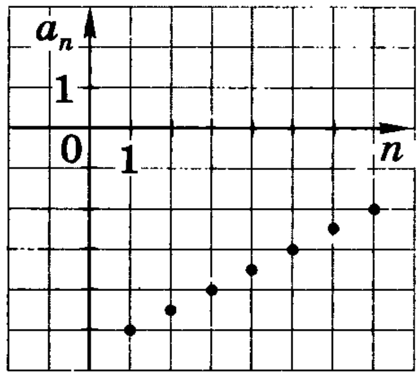
1) $a - 3 < b - 3$

2) $5 - a > 5 - b$

3) $\frac{1}{4}a < \frac{1}{4}b$

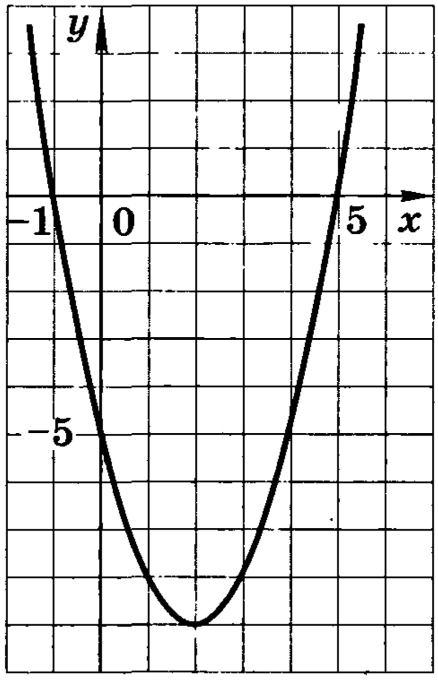
4) $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

14 Члены последовательности можно изображать точками на координатной плоскости. Для этого по горизонтальной оси откладывают номер члена, а по вертикальной — соответствующий член последовательности. На рисунке изображены точками первые семь членов арифметической прогрессии (a_n). Найдите a_1 и d.



Ответ: ____________________

15 На рисунке изображён график квадратичной функции. Какая из перечисленных ниже формул задаёт эту функцию?



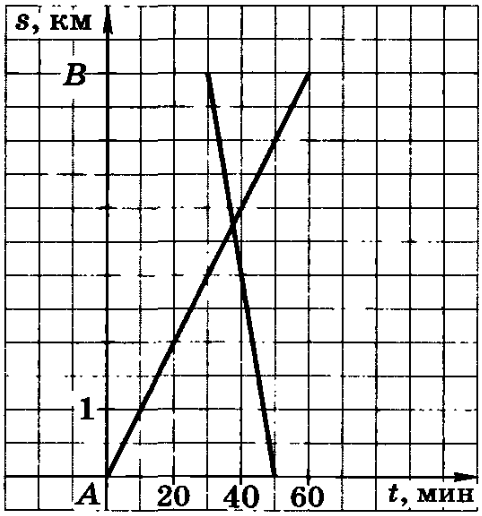
1) $y = x^2 + 2x - 8$

2) $y = x^2 - 4x - 5$

3) $y = x^2 - 2x - 8$

4) $y = x^2 + 4x - 5$

16 Из пункта A в пункт B вышел пешеход, и через некоторое время навстречу ему из пункта B в пункт A выехал велосипедист. Используя графики движения пешехода и велосипедиста, определите, на сколько меньше времени ушло на весь путь у велосипедиста, чем у пешехода.



Ответ: ____________

17 Из класса, в котором учатся 8 девочек и 16 мальчиков, выбирают по жребию одного дежурного. Какова вероятность, что это будет девочка?

18 Рост Пети 162 см, а медиана ростов мальчиков класса, где учится Петя, равна 165 см. Какое из следующих утверждений верно?

1) В классе обязательно есть мальчик ростом более 165 см.

2) В классе обязательно есть мальчик ниже Пети

3) В классе обязательно есть мальчик ростом 165 см

4) В классе обязательно есть мальчик выше Пети

Работа № 12

Вариант 1

$\boxed{1}$ Для каждого выражения из верхней строки укажите равное ему выражение из нижней.

А. $(a^2)^3a^2$ Б. $(a^2a^3)^2$ В. $\dfrac{(a^3)^3}{a^2}$

1) a^{12} 2) a^{10} 3) a^8 4) a^7

Ответ:

А	Б	В

$\boxed{2}$ Упростите выражение $4y(y - 4) - (y - 8)^2$.

Ответ: ____________________

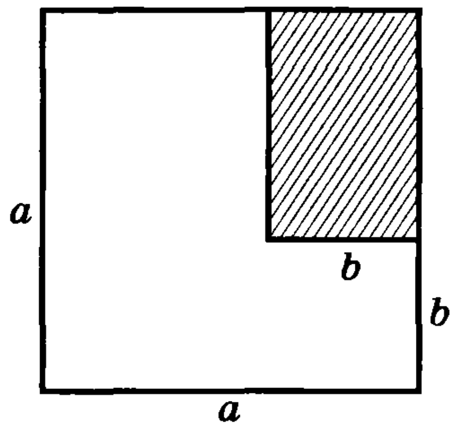
$\boxed{3}$ Найдите значение дроби $\dfrac{a^2 - 4}{4a^2 - 8a}$ при $a = 2{,}5$.

Ответ: ____________________

$\boxed{4}$ При каком значении x значение выражения $\sqrt{3-2x}$ является числом рациональным?

1) При $x = 6$
2) При $x = 0$
3) При $x = -2$
4) При $x = -3$

5 В спортивном зале выделили помещение для раздевалки (на рисунке оно показано штриховкой). Какова площадь оставшейся части зала? Запишите соответствующее выражение и упростите его.



Ответ: ____________________

6 Площадь территории России составляет $1{,}7 \cdot 10^7$ км^2, а Норвегии — $3{,}42 \cdot 10^5$ км^2. Во сколько раз площадь территории России больше площади территории Норвегии?

1) примерно в 1,9 раза
2) примерно в 5,3 раза
3) примерно в 53 раза
4) примерно в 530 раз

7 Какое из данных чисел принадлежит промежутку [6; 7]?

1) $\sqrt{6}$ 2) $\sqrt{7}$ 3) $\sqrt{30}$ 4) $\sqrt{46}$

8 В начале года число абонентов интернет-компании «Север» составляло 200 тыс. человек. В течение года к ней присоединилось 50 тыс. новых абонентов, а 60 тыс. абонентов перешли в другую компанию. На сколько процентов уменьшилось за год число абонентов интернет-компании «Север»?

1) На 5% 2) На 1% 3) На 24% 4) На 30%

9 Решите уравнение $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

Ответ: ____________________

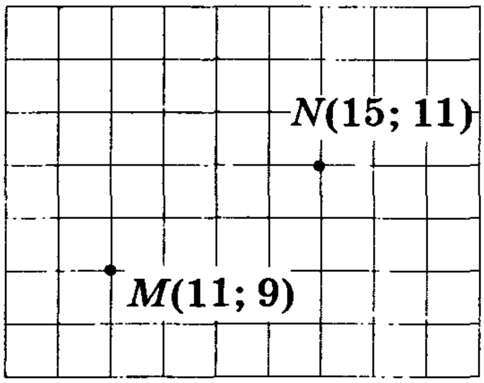
10 Прочитайте задачу:
От одного города до другого автобус доехал за 3 ч, а автомобиль — за 2 ч. Скорость автомобиля на 25 км/ч больше скорости автобуса. Чему равно расстояние между городами?

Составьте уравнение по условию заачи, обозначив скорость автобуса через x км/ч.

Ответ: ____________________

11 На рисунке изображены точки M и N координатной плоскости. Какое уравнение задаёт прямую MN?

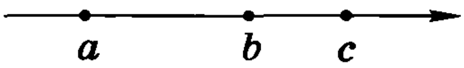
1) $x - y = 4$
2) $x + y = 20$
3) $x - 2y = -7$
4) $2x - y = 13$



12 Решите неравенство $3 - x \geqslant 3x + 5$.

Ответ: ____________________

13 На координатной прямой отмечены числа a, b и c. Какая из следующих разностей отрицательна?



1) $b - a$ 2) $b - c$ 3) $c - a$ 4) $c - b$

14 Последовательность задана формулой $a_n = \frac{10}{n+1}$. Сколько членов этой последовательности больше 1?

Ответ: ____________________

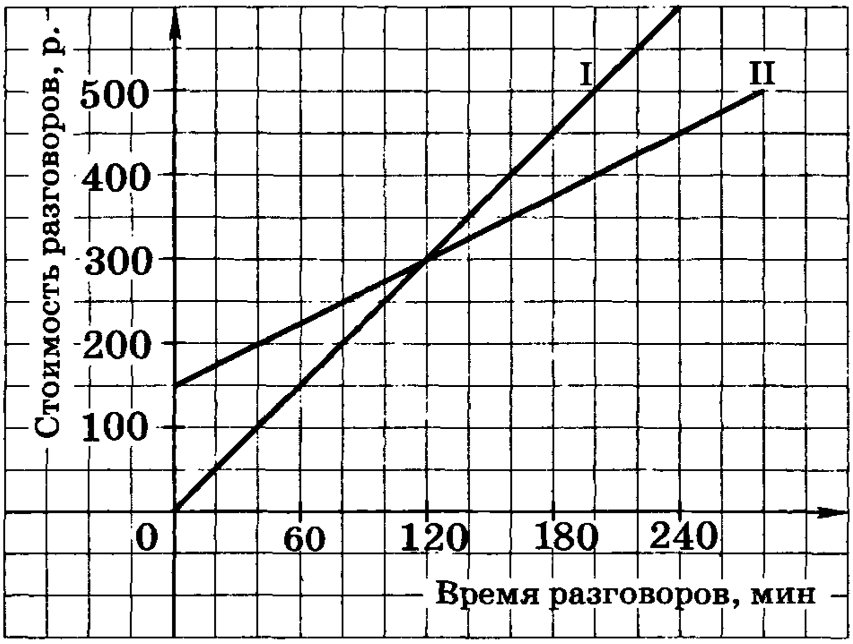
15 Функции заданы формулами:

А. $y = x^2 + 1$ В. $y = -x^2 + 1$
Б. $y = x^2 - 1$ Г. $y = -x^2 - 1$.

Графики каких из этих функций не пересекают ось x?

1) А и Г 2) Б и Г 3) А и В 4) Б и В

16 Телефонная компания предлагает на выбор две разные схемы начисления ежемесячной платы за разговоры:
схема I — без первоначального взноса;
схема II — с первоначальным взносом, но с меньшей стоимостью минуты разговора.
Для наглядности эти схемы изображены графически.



При каких планируемых ежемесячных расходах на телефонные разговоры выгоднее воспользоваться схемой II?

1) 200 р.   3) 300 р.

2) 250 р.   4) 400 р.

17 В течение года каждая из пяти подруг поздравила каждую другую с днём рождения, послав почтовую открытку. Сколько всего открыток было послано?

Ответ: ____________________

18 Из каждых 300 луковиц тюльпанов 8 не прорастают. Какова вероятность того, что случайно выбранная луковица прорастёт?

Ответ: ____________________

Работа № 12

Вариант 2

1 Для каждого выражения из верхней строки укажите равное ему выражение из нижней.

А. $(c^4c^2)^2$ Б. $(c^3)^2c^4$ В. $\left(\frac{c^6}{c^2}\right)^2$

1) c^6 2) c^8 3) c^{10} 4) c^{12}

Ответ:

А	Б	В

2 Упростите выражение $4b(b + 2) - (4 + b)^2$.

Ответ: ____________________

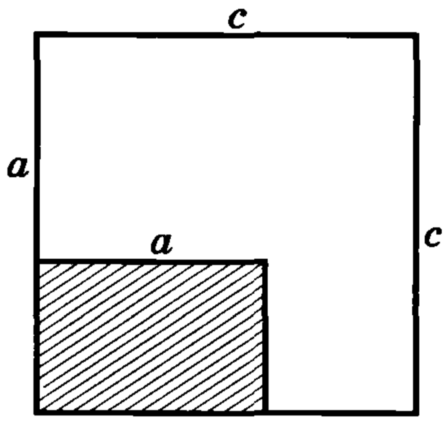
3 Найдите значение дроби $\frac{3x^2 - 12x}{x^2 - 16}$ при $x = -14$.

Ответ: ____________________

4 При каком значении x значение выражения $\sqrt{2x-7}$ является числом иррациональным?

1) При $x = 0$
2) При $x = 4$
3) При $x = 6$
4) При $x = 8$

5 В гараже выделили помещение для мойки машин (на рисунке оно показано штриховкой). Какова площадь S оставшейся части гаража? Составьте соответствующее выражение.



Ответ: ____________________

6 Площадь территории России составляет $1{,}7 \cdot 10^7$ км^2, а Великобритании — $2{,}6 \cdot 10^5$ км^2. Во сколько раз площадь территории России больше площади территории Великобритании?

1) примерно в 65 раз
2) примерно в 650 раз
3) примерно в 6,5 раз
4) примерно в 1,5 раза

7 Какое из данных чисел принадлежит промежутку [7; 8]?

1) $\sqrt{7}$ 2) $\sqrt{8}$ 3) $\sqrt{50}$ 4) $\sqrt{66}$

8 В начале года в городской библиотеке было 50 тыс. книг. К концу года 10 тыс. книг списали и купили 16 тыс. новых. На сколько процентов увеличился за год библиотечный фонд?

1) На 6% 3) На 28%

2) На 12% 4) На 40%

9 Решите уравнение $3x^2 + 8x - 3 = 0$.

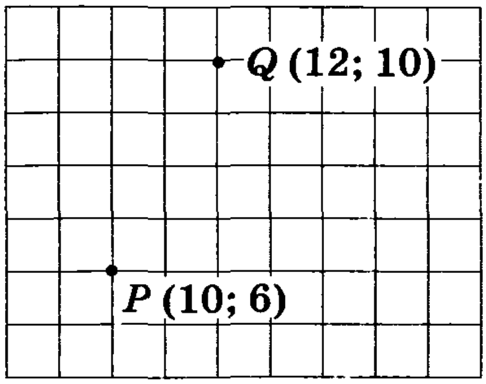
Ответ: ____________________

10 Прочитайте задачу:
От одного города до другого пассажирский автобус доехал за 3 ч, а грузовой автомобиль — за 4 ч. Скорость автобуса на 20 км/ч больше скорости грузового автомобиля. Чему равно расстояние между городами? Составьте уравнение по условию задачи, обозначив расстояние между городами через x км.

Ответ: ____________________

11 На рисунке изображены точки P и Q координатной плоскости. Какое уравнение задаёт прямую PQ?

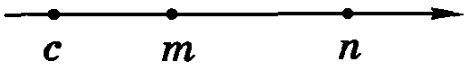
1) $x + y = 16$
2) $x - y = 2$
3) $x - 2y = -2$
4) $2x - y = 14$



12 Решите неравенство $x - 1 < 3x + 2$.

Ответ: ____________________

13 На координатной прямой отмечены числа c, m и n. Какая из следующих разностей отрицательна?



1) $n - m$ 2) $m - c$ 3) $n - c$ 4) $c - m$

14 Последовательность задана формулой $a_n = \frac{n+1}{11}$. Сколько членов этой последовательности меньше 1?

Ответ: ____________________

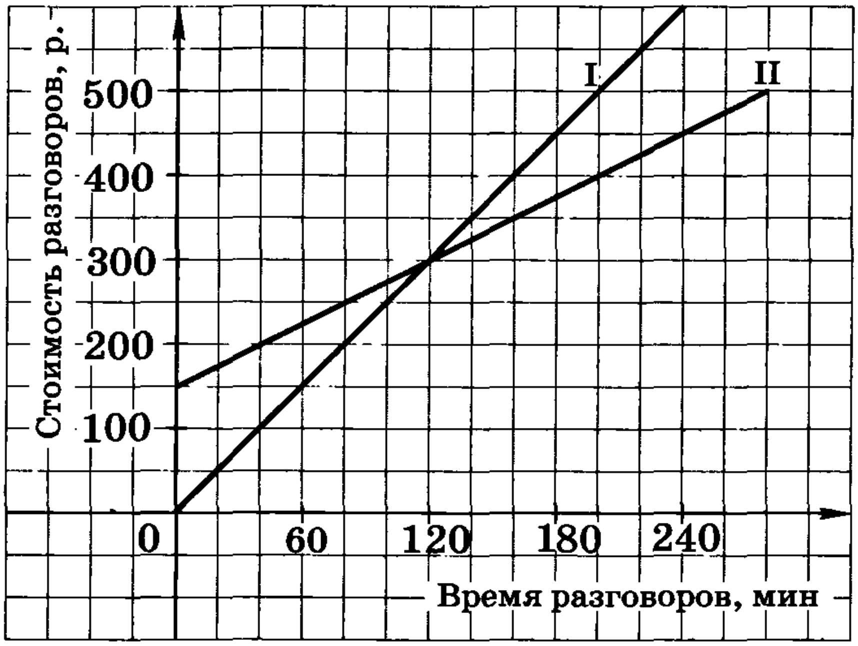
15 Функции заданы формулами:

А. $y = x^2 - 1$ В. $y = -x^2 - 1$
Б. $y = x^2 + 1$ Г. $y = -x^2 + 1$

Графики каких из этих функций пересекают ось x?

1) Б и В 2) В и Г 3) А и Г 4) А и Б

16 Телефонная компания предлагает на выбор две разные схемы начисления ежемесячной платы за разговоры:
схема I — без первоначального взноса;
схема II — с первоначальным взносом, но с меньшей стоимостью минуты разговора.



При какой длительности телефонных разговоров в месяц выгоднее воспользоваться схемой I?

1) 60 мин 3) 180 мин

2) 120 мин 4) 200 мин

17 Для проведения олимпиады четыре стадиона города решено соединить прямыми линиями скоростного метро. Сколько всего линий придётся проложить?

Ответ: ____________________

18 Из каждых 150 саженцев яблони 12 не приживаются. Какова вероятность того, что случайно выбранный саженец приживётся?

Ответ: ____________________

Ответы к разделу I

Работа № 1

Вариант 1. 1. $\frac{1}{3}$. 2. 4). 3. 3). 4. 3). 5. 2). 6. $-5a^2+16$. 7. 4). 8. $\frac{a}{3-a}$. 9. $x_1=0$, $x_2=-\frac{1}{3}$. 10. (–3; –2). 11. 1). 12. 2). 13. $x<-2$, $x>3$. 14. 3). 15. А4, Б3, В1, Г2. 16. 1). 17. 24. 18. $\frac{7}{12}$.

Вариант 2. 1. 0,7. 2. 3). 3. 4). 4. 2). 5. 3). 6. $4c^2+25$. 7. 3). 8. $\frac{3a}{a+2}$. 9. $x_1=0$, $x_2=3$. 10. (5; 2). 11. 1). 12. 4). 13. $-3<x<2$. 14. 2). 15. А2, Б3, В1, Г4. 16. 1). 17. 96. 18. $\frac{9}{17}$.

Работа № 2

Вариант 1. 1. 2), 3). 2. $t_2=t_1+\frac{Q}{cm}$. 3. 6. 4. 1). 5. 6175 р. 6. 3). 7. 4). 8. $\frac{10a}{3a-2}$. 9. 4,5. 10. 1). 11. 2). 12. 1). 13. $-4<x<2$. 14. 3). 15. 3). 16. $f(-5)=f(-2)$. 17. А3, Б1, В4. 18. $\frac{1}{6}$.

Вариант 2. 1. 1), 2). 2. $t_1=t_2-\frac{Q}{cm}$. 3. 8. 4. 2). 5. 848 р. 6. 2). 7. 2). 8. $\frac{16x}{x-8}$. 9. –0,25. 10. 3). 11. 1). 12. 3). 13. $x\leqslant -4$, $x\geqslant 1$. 14. 1). 15. 3). 16. $f(-3)=f(-1)$. 17. А1, Б3, В2. 18. $\frac{1}{6}$.

Работа № 3

Вариант 1. 1. 3). 2. 3). 3. 1). 4. 14 м. 5. 3). 6. $\frac{a-b}{ab}$. 7. 1). 8. $4-2\sqrt{3}$. 9. $x=-12$. 10. (7; 39) и (–3; –1). 11. 2). 12. $x\geqslant -2$. 13. 4). 14. 2). 15. А1, Б3, В4. 16. 1). 17. 4). 18. 4,5 км/ч.

Вариант 2. 1. 2). 2. 2). 3. 2). 4. На 4 м. 5. 1). 6. $\frac{a-b}{ab}$. 7. 2). 8. 4. 9. $x=-10$. 10. (6; 21) и (–4; 1). 11. 1). 12. $x>-12$. 13. 4). 14. 3). 15. А4, Б1, В2. 16. 3). 17. 3). 18. 20 км/ч.

Работа № 4

Вариант 1. 1. $-\frac{1}{6}$. 2. $t=\frac{v-v_0}{a}$. 3. 3). 4. 2). 5. 1). 6. 1). 7. $3a^2+3$. 8. 60. 9. $x_1=1$, $x_2=-2{,}5$. 10. $\begin{cases} x-2y=4, \\ x+y=4. \end{cases}$ 11. 8 лет. 12. 3). 13. $-2\leqslant x\leqslant 2$. 14. 2). 15. А2, Б4, В1, Г3. 16. 2). 17. На 3°. 18. $\frac{1}{9}$.

Вариант 2. 1. $\frac{1}{6}$. 2. $t=\frac{s-s_0}{v}$. 3. 2). 4. 1). 5. 3). 6. 4). 7. $4x^2+4$. 8. 120. 9. $x_1=\frac{1}{5}$, $x_2=-1$. 10. (1; 3). 11. 6 лет.

12. 4). 13. $x \leqslant -1$, $x \geqslant 1$. 14. 1). 15. А3, Б4, В1, Г2. 16. 2). 17. На 1. 18. $\frac{1}{4}$.

Работа № 5

Вариант 1. 1. На 20%. 2. 4). 3. А2, Б1, В4. 4. 1). 5. 3). 6. $\frac{6y}{x+y}$. 7. 2). 8. 1). 9. А2, Б3, В4, Г1. 10. 4). 11. (2; −3), (−2; 5). 12. 3). 13. 1). 14. 305. 15. 3). 16. 10 м. 17. 240. 18. $\frac{1}{4}$.

Вариант 2. 1. На 30%. 2. 3). 3. А3, Б1, В2. 4. 1). 5. 4). 6. $\frac{x+y}{3x}$. 7. 2). 8. 4). 9. А3, Б4, В2, Г1. 10. 1). 11. (2; 3), (−2; −5). 12. 2). 13. 4). 14. 403. 15. 1). 16. 7 м. 17. 120. 18. $\frac{1}{4}$.

Работа № 6

Вариант 1. 1. 13. 2. $C = \frac{F-32}{1,8}$. 3. 2). 4. 3). 5. 1). 6. 3). 7. $\frac{a+2}{a^2}$. 8. a^{-2}. 9. −9. 10. (0; −5) и (2; 3). 11. 3). 12. 1). 13. $-2 \leqslant x \leqslant 0$. 14. 39. 15. 3). 16. На 0,1. 17. 1). 18. Иван, на 30 мин.

Вариант 2. 1. 8. 2. $t = \frac{20-v}{2,5}$. 3. 2). 4. 2). 5. 3). 6. 2). 7. $\frac{x+3}{x-3}$. 8. a^{-3}. 9. 12. 10. (0; 2) и (−2; 14). 11. 1). 12. 3). 13. $x \leqslant 0$ или $x \geqslant 3$. 14. 31. 15. 4). 16. На 0,3. 17. 4). 18. Иван, на 6 км.

Работа № 7

Вариант 1. 1. 2). 2. 2). 3. 3). 4. 4). 5. 4 с. 6. −9,25. 7. 3). 8. $\frac{xy}{x+y}$. 9. 1,8. 10. 150 км. 11. (0; 3), (−3; 6). 12. 1). 13. 3). 14. 3). 15. 3). 16. $f(2)$, $f(5)$, $f(-2)$. 17. 90%. 18. $\frac{1}{2}$.

Вариант 2. 1. 4). 2. 2). 3. 2). 4. 3). 5. 3 с. 6. −8,5. 7. 3). 8. $\frac{x^2}{x+y}$. 9. 4,5. 10. 15 км. 11. (0; −3), (3; 0). 12. 4). 13. 3). 14. 3). 15. 4). 16. $f(-2)$, $f(5)$, $f(2)$. 17. 82%. 18. $\frac{1}{2}$.

Работа № 8

Вариант 1. 1. 2). 2. 4). 3. 1). 4. На 22 м. 5. 2). 6. $\frac{a-b}{ab}$. 7. 4. 8. 120. 9. $x_1 = 2$, $x_2 = -2$. 10. 1). 11. 4). 12. $x > -10$. 13. 2). 14. А3, Б1, В2. 15. 4). 16. 130 м. 17. 4). 18. 60.

Вариант 2. 1. 2). 2. 1). 3. 2). 4. На 26 м. 5. 2). 6. $x + y$. 7. 9. 8. 90. 9. $x_1 = 3$, $x_2 = -3$. 10. 2). 11. 3). 12. $x > 2$. 13. 1). 14. А2, Б3, В1. 15. 3). 16. 175 м. 17. 3). 18. 360.

Работа № 9

Вариант 1. **1.** На 20-м. **2.** 3). **3.** 2). **4.** −1. **5.** 1). **6.** −32. **7.** 4). **8.** $\frac{a}{6}$. **9.** $x = 11$. **10.** 15 м. **11.** 2). **12.** 2). **13.** 4). **14.** 3). **15.** 0,2. **16.** 2). **17.** А4, Б3, В1, Г2. **18.** Аз, на 2000 р.

Вариант 2. **1.** На 16-м. **2.** 1). **3.** 4). **4.** 2. **5.** 2). **6.** $\frac{1}{8}$. **7.** 2). **8.** $\frac{c}{15}$. **9.** $x = 13$. **10.** 35 м. **11.** 1). **12.** 3). **13.** 1). **14.** 2). **15.** 0,8. **16.** 3). **17.** А4, Б1, В3, Г2. **18.** Буки, на 200 штук.

Работа № 10

Вариант 1. **1.** 2). **2.** 3). **3.** 4). **4.** 2. **5.** $3\pi r^2$. **6.** $(x-1)(x+3)$. **7.** $\frac{4xy}{x^2-y^2}$. **8.** 4). **9.** 3). **10.** $x + (x-20) + 3x = 85$. **11.** $(-2; 5)$. **12.** 2). **13.** 2). **14.** 3). **15.** А3, Б2, В1. **16.** 1). **17.** 0,82 (или 82%). **18.** 10.

Вариант 2. **1.** 3). **2.** 2). **3.** 4). **4.** 3,2. **5.** $2\pi r^2$. **6.** $(x+5)(x-2)$. **7.** $\frac{2xy}{x^2-y^2}$. **8.** 1). **9.** 3). **10.** $x + 2x + (2x-4) = 84$. **11.** $(2; -3)$. **12.** 4). **13.** 4). **14.** 4). **15.** А4, Б1, В2. **16.** 1). **17.** 0,79 (или 79%). **18.** 10.

Работа № 11

Вариант 1. **1.** 1). **2.** 1). **3.** Нептун. **4.** 2,5. **5.** 4). **6.** 1). **7.** $\sqrt{7}$. **8.** 2). **9.** $x_1 = -6$, $x_2 = 6$. **10.** 16 карандашей. **11.** $x = 2$. **12.** А2, Б4, В3. **13.** 2). **14.** $a_1 = 3$, $d = -1$. **15.** 4). **16.** На 30 мин. **17.** 0,6. **18.** 3).

Вариант 2. **1.** 4). **2.** 1). **3.** Нептун. **4.** $-\frac{1}{9}$. **5.** 1). **6.** 2). **7.** $\sqrt{5}$. **8.** 2). **9.** $x_1 = -8$, $x_2 = 8$. **10.** 30 р. **11.** $x = 1$. **12.** А3, Б1, В2. **13.** 4). **14.** $a_1 = -5$, $d = 0{,}5$. **15.** 2). **16.** 3). **17.** $\frac{1}{3}$. **18.** 4).

Работа № 12

Вариант 1. **1.** А3, Б2, В4. **2.** $3y^2 + 64$. **3.** 0,45. **4.** 4). **5.** $a^2 - ab + b^2$. **6.** 3). **7.** 4). **8.** 1). **9.** $x_1 = 0{,}5$; $x_2 = -2$. **10.** $3x = 2(x + 25)$. **11.** 3). **12.** $x \leqslant -0{,}5$. **13.** 2). **14.** 8. **15.** 1). **16.** 4). **17.** 20. **18.** $\frac{73}{75}$.

Вариант 2. **1.** А4, Б3, В2. **2.** $3b^2 - 16$. **3.** 4,2. **4.** 3). **5.** $c^2 + ac + a^2$. **6.** 1). **7.** 3). **8.** 2). **9.** $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = -3$. **10.** $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 20$. **11.** 4). **12.** $x \geqslant -1{,}5$. **13.** 4). **14.** 9. **15.** 3). **16.** 1). **17.** 6. **18.** 0,92.

РАЗДЕЛ II

Тренировочные задания по курсу алгебры (вторая часть экзаменационной работы)

1. Выражения и их преобразования

Задания направлены на проверку умений:
- — выполнять разложение многочленов на множители с использованием нескольких способов;
- — выполнять многошаговые преобразования целых и дробных выражений, применяя широкий набор изученных алгоритмов;
- — выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми показателями, квадратные корни;
- — применять преобразования для решения задач из различных разделов курса (например, нахождение наибольшего или наименьшего значения выражения).

2 балла

Разложите на множители (1.1—1.5).

1.1. 1) $a^3 - ab - a^2b + a^2$; 2) $x^2y - x^2 - xy + x^3$.

1.2. 1) $ac^2 - c^2 - ac + c$; 2) $x^2y - xy - x^2 + x$.

1.3. 1) $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 4x + 3y$;

2) $4c^2 - 20ac + 25a^2 + 5a - 2c$.

1.4. 1) $2x + y + y^2 - 4x^2$; 2) $a - 3b + 9b^2 - a^2$.

1.5. 1) $a^2 - 9b^2 + 12bc - 4c^2$; 2) $1 - 4x^2 - 4xy - y^2$.

Сократите дробь (1.6—1.9).

1.6. 1) $\dfrac{3x^2-7x+2}{2-6x}$; 2) $\dfrac{5x^2-12x+4}{6-15x}$.

1.7. 1) $\dfrac{2x-3x^2}{3x^2+7x-6}$; 2) $\dfrac{x-7x^2}{7x^2+13x-2}$.

1.8. 1) $\dfrac{16a^2-8a+1}{1-4a+x-4ax}$; 2) $\dfrac{6c-1-y+6cy}{1-12c+36c^2}$.

1.9. 1) $\dfrac{3x+xy^2-x^2y-3y}{y^2-x^2}$; 2) $\dfrac{b^2-a^2}{a^2b+2b-ab^2-2a}$.

Упростите выражение (1.10—1.14).

1.10. 1) $\left(\dfrac{2m}{2m+n}-\dfrac{4m^2}{4m^2+4mn+n^2}\right):\left(\dfrac{2m}{4m^2-n^2}+\dfrac{1}{n-2m}\right)$;

2) $\left(\dfrac{x^2}{x+y}-\dfrac{x^3}{x^2+y^2+2xy}\right):\left(\dfrac{x}{x+y}+\dfrac{x^2}{y^2-x^2}\right)$.

1.11. 1) $\left(\dfrac{y}{x^2-xy}-\dfrac{1}{x-y}\right):\left(\dfrac{x+y}{x^2-xy}-\dfrac{y}{xy-y^2}\right)$;

2) $\left(\dfrac{1}{a+b}-\dfrac{a}{b^2+ab}\right)\cdot\left(\dfrac{b^2}{a^3-ab^2}-\dfrac{b}{a^2-ab}\right)$.

1.12. 1) $\left(\dfrac{2}{c-2}+\dfrac{3c-21}{c^2+c-6}+\dfrac{2c}{c+3}\right)\cdot\dfrac{c}{2c-5}$;

2) $\left(\dfrac{3}{y-4}+\dfrac{4y-6}{y^2-3y-4}+\dfrac{2y}{y+1}\right)\cdot\dfrac{y}{2y-3}$.

1.13. 1) $\dfrac{4x^2-1}{x^2-5x+6}\cdot\dfrac{x-2}{2x+1}-\dfrac{1+x}{x-3}$;

2) $\dfrac{x-1}{x-2}-\dfrac{x+1}{3x+1}\cdot\dfrac{9x^2-1}{x^2-x-2}$.

1.14. 1) $\dfrac{3c-6}{c+2}-\dfrac{c}{(c+2)^2}:\dfrac{c}{c^2-4}-\dfrac{4c}{c+2}$;

2) $\dfrac{6}{a-1}-\dfrac{10}{(a-1)^2}:\dfrac{10}{a^2-1}-\dfrac{2a+2}{a-1}$.

Упростите выражение (1.15—1.16).

1.15. 1) $\dfrac{8\cdot 100^n}{2^{2n+1}\cdot 5^{2n-2}}$; 2) $\dfrac{4\cdot 36^n}{3^{2n-3}\cdot 2^{2n+2}}$.

1.16. 1) $\dfrac{5^{n+1}-5^{n-1}}{2\cdot 5^n}$; 2) $\dfrac{10\cdot 2^n}{2^{n+1}+2^{n-1}}$.

Найдите значение выражения (1.17—1.18).

1.17. 1) $3x^2-2x-1$ при $x=\dfrac{1-\sqrt{2}}{3}$;

2) $2x^2-6x+3$ при $x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

1.18. 1) $a^2 - 6a - 1$ при $a = \sqrt{5} + 4$;

2) $c^2 - 4c + 2$ при $c = \sqrt{2} - 3$.

Упростите выражение (1.19—1.20).

1.19. 1) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 2) $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}$.

1.20. 1) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$; 2) $\dfrac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}-3}}$.

1.21. Докажите, что:

1) $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{21-12\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}-3$.

3 балла

Разложите на множители (1.22—1.26).

1.22. 1) $ab^2 - b^2y - ax + xy + b^2 - x$;

2) $a^2b - ab^2 - ac + ab + bc - c$.

1.23. 1) $ax^2 - 2ax - bx^2 + 2bx - b + a$;

2) $by^2 + 4by - cy^2 - 4cy - 4c + 4b$.

1.24. 1) $x^4 - 7x^2 - 18$; 2) $x^4 - x^2 - 12$.

1.25. 1) $4x^4 - 5x^2 + 1$; 2) $9x^4 - 13x^2 + 4$.

1.26. 1) $x^2y^2 - 5xy^2 + 6y^2 - x^2 + 5x - 6$;

2) $x^2y^2 - 5x^2y + 4x^2 - y^2 + 5y - 4$.

Сократите дробь (1.27—1.30).

1.27. 1) $\dfrac{2a^2-2b^2-a+b}{1-2a-2b}$; 2) $\dfrac{y-x-3y^2+3x^2}{3x+3y-1}$.

1.28. 1) $\dfrac{x^2-10xy+25y^2-1}{(1-x+5y)(x+5y+1)}$; 2) $\dfrac{a^2-6ab+9b^2-4}{(2-a+3b)(a+3b+2)}$.

1.29. 1) $\dfrac{6a^2-a-1}{8a+b-2ab-4}$; 2) $\dfrac{10a-3b-2ab+15}{4a^2+4a-3}$.

1.30. 1) $\dfrac{(x+1)^3+(x-1)^3}{2x^2+6}$; 2) $\dfrac{6x^2+2}{(x+1)^3-(x-1)^3}$.

Упростите выражение (1.31—1.35).

1.31. 1) $\frac{a-3}{4a^2+24a+36}:\left(\frac{a}{3a-9}-\frac{3}{a^2+3a}+\frac{a^2+9}{27-3a^2}\right);$

2) $\left(\frac{x}{4x+16}-\frac{x^2+16}{4x^2-64}-\frac{4}{x^2-4x}\right)\cdot\frac{3x^2-24x+48}{x+4}.$

1.32. 1) $\frac{36-y^2}{y-8}\cdot\left(\frac{y}{y-6}-\frac{2y}{y^2-12y+36}\right)+\frac{12y}{y-6};$

2) $\left(\frac{3x}{x-4}-\frac{6x}{x^2-8x+16}\right):\frac{x-6}{16-x^2}+\frac{24x}{x-4}.$

1.33. 1) $\left(\frac{a+b}{b-a}-\frac{b-a}{b+a}-\frac{4a^2}{a^2-b^2}\right):\left(\frac{a^2}{b^3-ab^2}+\frac{a-b}{b^2}+\frac{2}{b}\right);$

2) $\left(\frac{1}{b^3+b^2}-\frac{1-b}{b^2}-1\right):\left(\frac{b+2}{2-b}-\frac{2-b}{2+b}-\frac{4b^2}{b^2-4}\right).$

1.34. 1) $\frac{c+40}{c^3-16c}:\left(\frac{c-4}{3c^2+11c-4}-\frac{16}{16-c^2}\right);$

2) $\frac{a-4}{a^3-a}:\left(\frac{a-1}{2a^2+3a+1}-\frac{1}{a^2-1}\right).$

1.35. 1) $\left(\frac{m}{m^2-2m+1}-\frac{m+2}{m^2+m-2}\right):\frac{1}{(2m-2)^2};$

2) $\left(\frac{n+2}{n^2-n-6}-\frac{n}{n^2-6n+9}\right)\cdot(2n-6)^2.$

Докажите тождество (1.36—1.37).

1.36. 1) $\frac{a^6-b^6}{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}-(a^2-b^2)=0;$

2) $\frac{1}{1-x^2}+\frac{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}{x^6-1}=0.$

1.37. 1) $\frac{x}{x^2+y^2}-\frac{y(x-y)^2}{x^4-y^4}=\frac{1}{x+y};$

2) $\frac{b(a+b)^2}{a^4-b^4}+\frac{a}{a^2+b^2}=\frac{1}{a-b}.$

1.38. Сократите дробь:

1) $\dfrac{a-\sqrt{a}-2}{2-\sqrt{a}}$; 2) $\dfrac{b-2\sqrt{b}-3}{3-\sqrt{b}}$.

1.39. Упростите выражение:

1) $\dfrac{\sqrt{(3-2\sqrt{3})^2}+\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{\sqrt{3}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{3}+1}}$; 2) $\dfrac{\sqrt{(3\sqrt{2}-4)^2}+\sqrt{(3\sqrt{2}-5)^2}}{\sqrt{\sqrt{2}+1}\cdot\sqrt{\sqrt{2}-1}}$.

Докажите равенство (**1.40—1.41**).

1.40. 1) $\dfrac{\left(\sqrt{\sqrt{20}-4}+\sqrt{\sqrt{20}+4}\right)^2}{\sqrt{(4-\sqrt{20})^2}} = 3\sqrt{20}+14$;

2) $\dfrac{\left(\sqrt{\sqrt{8}+2}+\sqrt{\sqrt{8}-2}\right)^2}{\sqrt{(2-\sqrt{8})^2}} = 2\sqrt{8}+6$.

1.41. 1) $\dfrac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{y}}{y}+\dfrac{\sqrt{x}}{x}$; 2) $\dfrac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a}-\dfrac{\sqrt{b}}{b}$.

4 балла

1.42. Представьте выражение в виде произведения двух многочленов:

1) $x(x+1)(x+2)(x+3)-15$;

2) $(x+3)(x-2)(x+1)x+8$.

1.43. Разложите на множители многочлен:

1) $2a^2-x^2-ax-a+x$; 2) $x^2-2y^2-xy-x-y$.

1.44. Докажите, что при любых значениях переменной выражение принимает положительные значения:

1) x^4+3x^2-x+3; 2) x^4+2x^2-x+5.

1.45. 1) При каких значениях x и y выражение

$$6y-4x-x^2-y^2$$

принимает наибольшее значение?

2) При каких значениях x и y выражение

$$x^2 + y^2 - 10x + 2y$$

принимает наименьшее значение?

1.46. Найдите наибольшее значение выражения и определите, при каких значениях x и y оно достигается:

1) $\dfrac{10}{x^2+y^2+4x-6y+14}$; 2) $\dfrac{8}{x^2+y^2-2x-10y+30}$.

1.47. 1) При каких значениях переменных m и n, связанных соотношением $m + n = 1$, выражение $4m^2 + 2mn - n^2$ принимает наименьшее значение?

2) При каких значениях переменных m и n, связанных соотношением $m - n = 1$, выражение $m^2 + 2mn - 4n^2$ принимает наибольшее значение?

1.48. 1) Имеет ли произведение ab, где $b = 5 - a$, наибольшее значение и, если имеет, то при каких значениях a и b оно достигается?

2) Имеет ли произведение ab, где $b = a + 3$, наименьшее значение и, если имеет, то при каких значениях a и b оно достигается?

1.49. 1) Положительные числа a и b связаны соотношением $3a^2 - 2b^2 = 5ab$. Найдите значение выражения $\dfrac{2a-b}{a+3b}$.

2) Отрицательные числа a и b связаны соотношением $5a^2 - 2b^2 = 3ab$. Найдите значение выражения $\dfrac{3a(a+b)}{b(2a-b)}$.

Сократите дробь (**1.50—1.51**).

1.50. 1) $\dfrac{2x^2+5xy-3y^2}{2x^2-xy}$; 2) $\dfrac{2y^2-3xy-9x^2}{y^2-3xy}$.

1.51. 1) $\dfrac{2\sqrt{x}+x-x\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}$; 2) $\dfrac{3\sqrt{x}-2x-x\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}}$.

1.52. Найдите значение выражения:

1) $1 - \dfrac{a\sqrt{a}+1}{a(\sqrt{a}+1)} - \dfrac{1}{\sqrt{a}}$ при $a = 0{,}9$;

2) $\dfrac{1}{\sqrt{a}} - \dfrac{1-a\sqrt{a}}{a(1-\sqrt{a})} + 1$ при $a = 0{,}4$.

1.53. 1) Является ли число $A = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$ корнем уравнения $x^2 - 3\sqrt{6}x + 12 = 0$?

2) Является ли число $B = \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$ корнем уравнения $x^2 + 5\sqrt{2}x - 12 = 0$?

1.54. Между какими соседними целыми числами заключено значение выражения:

1) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{21}+\sqrt{19}}$;

2) $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{20}+\sqrt{19}}$?

1.55. Найдите наименьшее значение выражения и укажите пары значений x и y, при которых оно достигается:

1) $\sqrt{2x-2y+10} + \sqrt{x+3y-3}$;

2) $\sqrt{3x-2y-7} + \sqrt{x-y-3}$.

1.56. При каких значениях переменных данное выражение принимает наименьшее значение:

1) $\sqrt{x+2y+5} + \sqrt{2x-3y-4}$;

2) $\sqrt{3a-b+10} + \sqrt{2a+3b+3}$?

1.57. Найдите наименьшее значение выражения и укажите пары значений переменных, при которых оно достигается:

1) $\sqrt{x^2-y+1} + \sqrt{3x-y-1}$;

2) $\sqrt{a^2+b-5} + \sqrt{a+b-5}$.

1.58. Найдите наименьшее значение выражения и значения x и y, при которых оно достигается:

1) $(3x - 4y - 2)^2 + (x - 5y + 3)^2$;

2) $|6x + 5y + 7| + |2x + 3y + 1|$.

2. Уравнения

Задания направлены на проверку умений:
— решать целые и дробно-рациональные уравнения; применять при решении уравнений алгебраические преобразования, а также такие приёмы, как разложение на множители, замена переменной;
— отвечать на вопросы, связанные с исследованием уравнений, содержащих буквенные коэффициенты, используя при необходимости графические представления;
— решать уравнения графически.

2 балла

Решите уравнение (2.1—2.13).

2.1. 1) $(3-2x)(6x-1)=(2x-3)^2$;
2) $(5+4x)^2=(9-21x)(4x+5)$.

2.2. 1) $(1-2x)(4x^2+2x+1)=8(1-x^2)(x+2)$;
2) $8(x-2)(x^2-1)=(4x^2-2x+1)(2x+1)$.

2.3. 1) $x^3+3x^2-2x-6=0$;
2) $x^3-3x^2-3x+9=0$.

2.4. 1) $2x^3-5x^2-2x+5=0$;
2) $2x^3-x^2-8x+4=0$.

2.5. 1) $3x^2(2x-1)+x(2x-1)+2(1-2x)=0$;
2) $2x^2(2x-5)+x(2x-5)+(5-2x)=0$.

2.6. 1) $x^4+2x^2-8=0$; 2) $x^4-7x^2+12=0$.

2.7. 1) $2x^4-19x^2+9=0$;
2) $3x^4-13x^2+4=0$.

2.8. 1) $\frac{6-x}{3x^2-12}-\frac{2}{x-2}=1$; 2) $\frac{x+8}{2x^2-18}-\frac{2}{x-3}=1$.

2.9. 1) $\frac{x+5}{x-5}+\frac{x}{x+5}=\frac{50}{x^2-25}$; 2) $\frac{x}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{8}{x^2-4}$.

2.10. 1) $\frac{2x}{2x-3}-\frac{3x}{2x+3}=\frac{15-32x^2}{4x^2-9}$; 2) $\frac{2x}{3x-1}-\frac{x}{3x+1}=\frac{9-3x^2}{9x^2-1}$.

2.11. 1) $\frac{2}{3x+1}-\frac{x}{1-3x}=\frac{2x}{9x^2-1}$; 2) $\frac{6}{1-2x}+\frac{9}{2x+1}=\frac{12x^2-15}{4x^2-1}$.

2.12. 1) $\frac{16}{x^2+x}-\frac{6}{x^2-x}=\frac{1}{x}$; 2) $\frac{3}{x^2+4x}-\frac{15}{x^2-4x}=\frac{4}{x}$.

2.13. 1) $\frac{1}{x+6}+\frac{2}{x-2}=\frac{2}{x-6}$; 2) $\frac{7}{x-3}+\frac{1}{x+6}=\frac{5}{x-6}$.

2.14. Решите графически уравнение:

1) $x^3 - 2x - 4 = 0$; 2) $x^3 - 2x + 4 = 0$.

2.15. С помощью графиков определите, между какими целыми числами находится корень уравнения:

1) $\sqrt{x} = 3 - \frac{1}{2}x$; 2) $\frac{4}{3}x - 4 = \sqrt{x}$.

3 балла

Решите уравнение (2.16—2.21).

2.16. 1) $x^4 - 25x^2 + 60x - 36 = 0$;
2) $x^4 - 16x^2 + 24x - 9 = 0$.

2.17. 1) $x^5 - 9x^3 + 20x = 0$; 2) $x^5 - 7x^3 + 12x = 0$.

2.18. 1) $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$;
2) $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$.

2.19. 1) $\left(\frac{x^2 - 3x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2 - 3x}{2} - 4\right) + 10 = 0$;

2) $\left(2 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right)\left(4 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right) = 3$.

2.20. 1) $(x - 5)^4 - 3(x - 5)^2 - 4 = 0$;
2) $(x + 2)^4 + 5(x + 2)^2 - 36 = 0$.

2.21. 1) $x + \sqrt{x} - 20 = 0$; 2) $x - 6\sqrt{x} - 27 = 0$.

2.22. Выясните, имеет ли корни уравнение:

1) $x^2 + 2x\sqrt{3} + 14 = -4x$; 2) $x^2 + 2x\sqrt{5} + 18 = -4x$.

2.23. 1) При каких значениях k уравнение

$$x^2 + kx + 2 = 0$$

имеет корни? Приведите пример положительного значения k, при котором выполняется это условие.

2) При каких значениях k уравнение

$$3x^2 + kx + 1 = 0$$

не имеет корней? Приведите пример отрицательного значения k, при котором выполняется это условие.

2.24. 1) Найдите все целые значения k, при которых уравнение $kx^2 - 6x + k = 0$ имеет два корня.

2) Найдите все целые значения m, при которых уравнение $mx^2 - 5x + \frac{1}{4}m = 0$ имеет два корня.

2.25. 1) При каких значениях c уравнение

$$x^2 - 18x + 100 = c$$

имеет корни?

2) При каких значениях c уравнение

$$-x^2 + 12x - 21 = c$$

имеет корни?

2.26. 1) Один из корней уравнения $5x^2 - 2x + 3p = 0$ равен 1. Найдите второй корень.

2) Один из корней уравнения $3x^2 + 5x + 2m = 0$ равен -1. Найдите второй корень.

Решите уравнение (2.27—2.30).

2.27. 1) $\frac{4x+8}{x^2-4} + 2x + 5 = 0$; 2) $\frac{6x-18}{x^2-9} + 2x - 7 = 0$.

2.28. 1) $\frac{36}{4-x^2} + 2 = \frac{1-x}{x+2} - \frac{9}{x-2}$; 2) $\frac{3x}{x+3} - \frac{42}{x^2-9} = 1 + \frac{7}{3-x}$.

2.29. 1) $\frac{2-x}{x^2+3x} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$; 2) $\frac{4}{4x^2-1} - \frac{x-1}{2x^2+x} = \frac{2}{2x-1}$.

2.30. 1) $\frac{2}{x^2+10x+25} - \frac{10}{25-x^2} = \frac{1}{x-5}$;

2) $\frac{1}{x^2-12x+36} + \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x+6}$.

4 балла

Решите уравнение (2.31—2.34).

2.31. 1) $(2x^2 - x + 1)^2 + 6x = 1 + 9x^2$;

2) $x^2 + 1 = 2x + (3x^2 - x - 2)^2$.

2.32. 1) $(x - 2)^2(x^2 - 4x + 3) = 12$;

2) $(x^2 + 6x)^2 - 2(x + 3)^2 - 17 = 0$.

2.33. 1) $(x^2 - 7x + 13)^2 - (x - 3)(x - 4) = 1$;

2) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 3)(x - 2) = 1$.

2.34. 1) $(x - 2)(x - 1)(x + 2)(x + 3) = 60$;

2) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 120$.

2.35. 1) При каких значениях m уравнение
$$x^3 + 6x^2 + mx = 0$$
имеет два корня?

2) При каких значениях k уравнение
$$4x^3 + 4x^2 + kx = 0$$
имеет два корня?

2.36. 1) При каких значениях a корни уравнения
$$x^2 - 2ax + (a + 1)(a - 1) = 0$$
принадлежат промежутку $[-5; 5]$?

2) При каких значениях p корни уравнения
$$x^2 - 2(p + 1)x + p(p + 2) = 0$$
принадлежат промежутку $[-1; 3]$?

2.37. 1) При каких значениях a один корень уравнения $x^2 - (a + 1)x + 2a^2 = 0$ больше $\frac{1}{2}$, а другой меньше $\frac{1}{2}$?

2) При каких значениях a один корень уравнения $x^2 - a^2x - 4a + 2 = 0$ меньше 2, а другой больше 2?

2.38. 1) При каких значениях a число 1 находится между корнями квадратного трехчлена $x^2 + (a + 1)x - a^2$?

2) При каких значениях a число 1 находится между корнями квадратного трехчлена $-x^2 + 2(a - 1)x + a^2$?

2.39. 1) При каких значениях b уравнение
$$x^2 + 2(b + 1)x + 9 = 0$$
имеет два различных положительных корня?

2) При каких значениях k уравнение
$$x^2 - 4x + (2 - k)(2 + k) = 0$$
имеет корни разных знаков?

2.40. 1) При каком значении m сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$ минимальна?

2) При каком значении m сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 2mx + m - 1 = 0$ минимальна?

2.41. 1) Докажите, что уравнение
$$(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 4x + 5) = 1$$
не имеет корней.

2) Докажите, что уравнение
$$(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 6x + 10) = 2$$
не имеет корней.

2.42. 1) Докажите, что число 1 является корнем уравнения $(2x^2 - 4x + 3)(x^2 - 2x + 2) = 1$ и других корней у этого уравнения нет.

2) Докажите, что уравнение

$$(x^2 - 4x + 5)(2x^2 - 8x + 9) = 1$$

имеет корень, равный 2, и других корней у него нет.

Решите уравнение (2.43—2.48).

2.43. 1) $\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-5} + 4 = 0;$

2) $\frac{x^2-14}{x} - \frac{10x}{x^2-14} = 3.$

2.44. 1) $\left(\frac{x^2+12}{9-x^2}\right)^2 - \left(\frac{7x}{x^2-9}\right)^2 = 0;$ 2) $\left(\frac{x^2+10}{4-x^2}\right)^2 - \left(\frac{7x}{x^2-4}\right)^2 = 0.$

2.45. 1) $\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12};$ 2) $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x(x-4)} = \frac{4}{3}.$

2.46. 1) $\left(x - \frac{2x}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5;$ 2) $\left(x + \frac{3x}{x-3}\right)^2 = 4 - \frac{3x^2}{x-3}.$

2.47. 1) $7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9;$

2) $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 11\left(x - \frac{1}{x}\right) + 8 = 0.$

2.48. 1) $\frac{12}{(x+1)(x+5)} + \frac{15}{(x+2)(x+4)} = 2;$

2) $\frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{9}{(x-1)(x+5)} = -1.$

3. Системы уравнений

Задания направлены на проверку умений:

— решать системы линейных уравнений и системы, содержащие нелинейные уравнения, способами подстановки и сложения; применять некоторые специальные приёмы решения систем уравнений;

— отвечать на вопросы, связанные с исследованием систем, содержащих буквенные коэффициенты, используя при необходимости графические представления.

2 балла

Решите систему уравнений (3.1—3.7).

3.1. 1) $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y-2x}{5} = 1\frac{1}{3} \\ \frac{y}{2} + \frac{5}{6} = \frac{x+y}{3}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{y-3x}{2} = -6 \\ \frac{y-x}{3} - \frac{1}{6} = \frac{y}{2}. \end{cases}$

3.2. 1) $\begin{cases} 3(x-y) - 2(x+y) = 2x - 2y \\ \frac{x+y}{5} - \frac{x-y}{3} = 1 - \frac{y}{15}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5(x+y) - 4(x-y) = 8y - 3x \\ \frac{x-y}{2} - \frac{x+y}{6} = 3. \end{cases}$

3.3. 1) $\begin{cases} 4x^2 - y = 2 \\ 3x - 2y = -1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 2x^2 - y = 11. \end{cases}$

3.4. 1) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x^2 + 2xy - y^2 = -7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x^2 + xy + y^2 = 8. \end{cases}$

3.5. 1) $\begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 + y^2 = 9 - 2xy; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 + y^2 = 16 + 2xy. \end{cases}$

3.6. 1) $\begin{cases} x^2 - xy = 12 - y^2 \\ x - 2y = 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ x^2 - y^2 = 20 - xy. \end{cases}$

3.7. 1) $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \\ x^2 + y^2 = 50; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \\ x^2 - y^2 = 21. \end{cases}$

3.8. Вычислите координаты точек пересечения парабол:

1) $y = 3x^2 - 8x - 2$ и $y = x^2 - 4$;
2) $y = 2x^2 - 6x - 1$ и $y = x^2 - 2x$.

3.9. С помощью графиков определите, сколько решений имеет система уравнений:

1) $\begin{cases} xy = 2 \\ y + x^2 = 5; \end{cases}$

2) $\begin{cases} xy = -2 \\ x^2 - y = 5. \end{cases}$

3 балла

Решите систему уравнений (3.10—3.24).

3.10. 1) $\begin{cases}(x-1)(y+4)=0\\ y^2+xy-2=0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}(x+2)(y-1)=0\\ x^2-xy-12=0.\end{cases}$

3.11. 1) $\begin{cases}(x-1)(2y+1)=0\\ 2y^2+x-y=7;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}(2x-1)(y+2)=0\\ x^2-4x+y=-5.\end{cases}$

3.12. 1) $\begin{cases}xy=-8\\ (x-4)(y-2)=-12;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}xy=24\\ (x+1)(y-2)=20.\end{cases}$

3.13. 1) $\begin{cases}xy=4\\ y^2-x^2=6;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^2-y^2=15\\ xy=18.\end{cases}$

3.14. 1) $\begin{cases}x^2+y^2=40\\ xy=-12;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}xy=8\\ x^2+y^2=20.\end{cases}$

3.15. 1) $\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=4\\ \frac{1}{x}-\frac{3}{y}=9;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=4\\ \frac{1}{y}-\frac{2}{x}=10.\end{cases}$

3.16. 1) $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6}\\ xy=-18;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x-y=2\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{2}{3}.\end{cases}$

3.17. 1) $\begin{cases}\frac{6}{x-y}-\frac{8}{x+y}=-2\\ \frac{9}{x-y}+\frac{10}{x+y}=8;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\frac{4}{x-y}+\frac{12}{x+y}=3\\ \frac{8}{x-y}-\frac{18}{x+y}=-1.\end{cases}$

3.18. 1) $\begin{cases}x+y-xy=-14\\ x+y+xy=2;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x-y+xy=-11\\ x-y-xy=1;\end{cases}$

3.19. 1) $\begin{cases}5(x+y)+2xy=-19\\ x+3xy+y=-35;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}4(x-y)-3xy=-14\\ 7x+4xy-7y=31;\end{cases}$

3.20. 1) $\begin{cases}xy-x^2=-18\\ xy+x^2=14;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}y^2+xy=3\\ y^2-xy=5.\end{cases}$

3.21. 1) $\begin{cases}x^2+y^2=5\\ x^4-y^4=15;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^4-y^4=5\\ x^2-y^2=2.\end{cases}$

3.22. 1) $\begin{cases}x+y=7\\ (x^2-y^2)(x-y)=175;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x-y=5\\ (x+y)(x^2-y^2)=245.\end{cases}$

3.23. 1) $\begin{cases} 2x+3y=10 \\ \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2y=15 \\ \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2=0. \end{cases}$

3.24. 1) $\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 5x+2y=1 \\ x^2+y^2=4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x-2y=18 \\ 7x+6y=-10 \\ 2x^2-y=12. \end{cases}$

3.25. При каких значениях p система уравнений имеет решение:

1) $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-y=-3 \\ x+2y=p; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ x+y=4 \\ 2x-y=p? \end{cases}$

3.26. 1) Вычислите координаты точек пересечения параболы и гиперболы:

1) $y = x^2 + 3x - 1$ и $y=\frac{3}{x}$;

2) $y = x^2 - x - 4$ и $y=-\frac{4}{x}$.

3.27. Найдите сумму $x + y + z$, если:

1) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{z}{4}+\frac{y}{12}=1 \\ \frac{y}{5}+\frac{x}{10}+\frac{z}{3}=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{y}{6}-\frac{x}{12}-\frac{z}{4}=5 \\ \frac{z}{3}+\frac{y}{8}+\frac{x}{4}=10. \end{cases}$

4 балла

Решите систему уравнений (3.28—3.30).

3.28. 1) $\begin{cases} x^4+y^4=82 \\ xy=3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^4+y^4=32 \\ x^2+y^2=8. \end{cases}$

3.29. 1) $\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x+y+xy=5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2-xy=3 \\ x+y-xy=1. \end{cases}$

3.30. 1) $\begin{cases} x^2+\frac{1}{2}x-5y=8 \\ y^2+x+2x^2=40; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-y+2y^2=29 \\ y^2-0{,}5y+x=15. \end{cases}$

Найдите решения уравнения (3.31—3.32).

3.31. 1) $(x + 2y)^2 + (x - y - 1)^2 = 0$;

2) $(y - 2x)^2 + (x + y - 2)^2 = 0$.

3.32. 1) $(x - y^2)^2 + (x^2 - x)^2 = 0$;

2) $(4y - y^2)^2 + (x^2 - y)^2 = 0$.

3.33. 1) При каких значениях b система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y = b \end{cases}$$

имеет единственное решение?

2) При каких значениях p система уравнений

$$\begin{cases} y = p - x \\ 4y = x^2 \end{cases}$$

не имеет решений?

3.34. 1) При каких отрицательных значениях a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

имеет два решения?

2) При каких положительных значениях a система уравнений

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет два решения?

3.35. 1) Найдите значения a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} y - x^2 = a \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

имеет три решения.

2) Найдите значения a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} y + x^2 = a \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

имеет три решения.

С помощью графиков определите, сколько решений имеет система уравнений (3.36—3.37).

3.36. 1) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x - 2y)(2x - y) = 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y^2 - xy = 0. \end{cases}$

3.37. 1) $\begin{cases} x^2 = y^2 \\ y = x(x + 4); \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = x(6 - x) \\ x^2 = y^2. \end{cases}$

4. Неравенства

Задачи этого раздела направлены на проверку умений:
— решать линейные неравенства с одной переменной и их системы, требующие алгебраических преобразований; выбирать решения, удовлетворяющие дополнительным условиям;
— решать квадратные неравенства и системы, включающие квадратные неравенства;
— решать задачи, связанные с исследованием неравенств и систем, содержащих буквенные коэффициенты;
— применять аппарат неравенств для решения математических задач из других разделов курса.

2 балла

4.1. Решите неравенство:

1) $\frac{2x-7}{6} + \frac{7x-2}{3} \leqslant 3 - \frac{1-x}{2}$;

2) $\frac{4x+13}{10} - \frac{5+2x}{4} \geqslant \frac{6-7x}{20} - 1$.

4.2. 1) Найдите наименьшее целое значение a, при котором разность дробей

$$\frac{16-3a}{3} \text{ и } \frac{3a+7}{4}$$

отрицательна.

2) Найдите наибольшее целое значение x, при котором сумма дробей

$$\frac{11-2x}{5} \text{ и } \frac{3-2x}{2}$$

положительна.

4.3. 1) При каких целых положительных значениях a верно неравенство $a+\frac{8-11a}{12}>\frac{7+a}{4}-\frac{5-a}{3}$?

2) При каких целых отрицательных значениях x верно неравенство $\frac{13x-1}{15}-\frac{2x-1}{5}<x-\frac{x-2}{3}$?

Решите систему неравенств (4.4—4.8).

4.4. 1) $\begin{cases} 2(x-3)-4(3x+7)\leqslant 2+10x \\ 3x-10(x+2)\leqslant 3(x-4); \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3(2x-5)-3(4x+3)\geqslant 2(2x-1) \\ 2(13-5x)\geqslant 5(3x+8)-10(3x-1). \end{cases}$

4.5. 1) $\begin{cases} \frac{3}{5}-\frac{2-4x}{3}\leqslant\frac{2x-3}{2} \\ \frac{2x-27}{2}\geqslant 4x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1+2x}{4}\leqslant\frac{5+4x}{10}-\frac{2}{5} \\ 2x\geqslant\frac{14x+17}{2}. \end{cases}$

4.6. 1) $\begin{cases} 1-\frac{1-x}{2}<4-\frac{5+4x}{3} \\ 2-\frac{x+8}{4}>0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2-\frac{3+2x}{3}>1-\frac{x+6}{2} \\ 3+\frac{x}{4}<x. \end{cases}$

4.7. Решите неравенство:

1) $(5-3x)(x-1)<-1$; 2) $(1-x)(2x+1)>-9$.

4.8. 1) Найдите все решения неравенства $\frac{3x^2}{4}\leqslant\frac{4-5x}{2}$, принадлежащие промежутку $[-1;\ 1]$.

2) Найдите все решения неравенства $\frac{2x^2}{9}\leqslant\frac{x+3}{3}$, принадлежащие промежутку $[-2;\ 2]$.

4.9. Решите неравенство:

1) $\frac{x^2}{2}\geqslant\frac{2x+2}{3}$; 2) $\frac{11x-4}{5}\geqslant\frac{x^2}{2}$.

4.10. При каких значениях x имеет смысл выражение:

1) $\sqrt{x-\frac{3}{4}x^2}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{2}x^2+x}$?

4.11. Найдите область определения выражения:

1) $\sqrt{3-2x-x^2}$; 2) $\sqrt{10+3x-x^2}$.

3 балла

4.12. Сравните значения выражений:

1) $\sqrt{101}+\sqrt{102}$ и $\sqrt{99}+\sqrt{104}$;

2) $\sqrt{99}+\sqrt{108}$ и $\sqrt{103}+\sqrt{104}$.

4.13. Какое из чисел больше:

1) $4+2\sqrt{2}$ или $\sqrt{11}+\sqrt{13}$; 2) $3+2\sqrt{5}$ или $\sqrt{14}+\sqrt{15}$?

4.14. Сравните числа:

1) $\sqrt{37}+\sqrt{35}$ и 12; 2) $\sqrt{15}+\sqrt{17}$ и 8.

Решите неравенство (4.15—4.18).

4.15. 1) $(\sqrt{5}-2,5)(3-2x)<0$; 2) $(2,5-\sqrt{6})(10-4x)>0$.

4.16. 1) $(1,5-\sqrt{3})(16-x^2)>0$; 2) $(\sqrt{6}-2,5)(9-x^2)>0$.

4.17. 1) $\frac{-6}{(3-x)(9+2x)}>0$; 2) $\frac{15}{(4+x)(2-5x)}<0$.

4.18. 1) $\frac{5}{x^2-x+1}>0$; 2) $\frac{8}{x^2-x+2}<0$.

4.19. 1) При каких положительных значениях x верно неравенство $4x - x^2 \leqslant 3$?

2) При каких отрицательных значениях x верно неравенство $x^2 + 3x \geqslant -2$?

4.20. Найдите целые решения системы неравенств:

1) $\begin{cases} 4x^2+9x-9 \leqslant 0 \\ \frac{x+1}{2}<0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 6x^2+7x-24 \leqslant 0 \\ \frac{1-x}{2}>0. \end{cases}$

4.21. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} 5x^2-14x+8<0 \\ 6x-5>0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x^2+12x-9<0 \\ 3x-1<0. \end{cases}$

4.22. Найдите целые решения системы неравенств:

1) $\begin{cases} x^2-6x+5 \leqslant 0 \\ x^2-8x+15 \geqslant 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-4x+3 \geqslant 0 \\ x^2-x-6 \leqslant 0. \end{cases}$

4.23. 1) Найдите наименьшее целое значение переменной a, при котором имеет смысл выражение

$$\sqrt{2a^2+11a+12} + \sqrt{10-3a-a^2}.$$

2) Найдите наибольшее целое значение переменной a, при котором имеет смысл выражение

$$\sqrt{24+5a-a^2} + \sqrt{2a^2-19a+35}.$$

Найдите область определения выражения (4.24—4.27).

4.24. 1) $\sqrt{1-\frac{1}{9}x^2} + \sqrt{x^2-4}$;

2) $\sqrt{x^2-1} + \sqrt{1-\frac{1}{4}x^2}$.

4.25. 1) $\dfrac{\sqrt{3x^2-x-14}}{x^2-9}$; 2) $\dfrac{\sqrt{3x^2-5x+2}}{x^2-4}$.

4.26. 1) $\dfrac{\sqrt{2x^2+x-15}}{4x+15}$; 2) $\dfrac{\sqrt{2x^2-5x-12}}{11-2x}$.

4.27. 1) $\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x^2-x-2}$; 2) $\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}}{x^2+x-2}$.

4 балла

4.28. Сравните числа:

1) $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ и $\sqrt{13}-\sqrt{11}$;

2) $\sqrt{14}-\sqrt{11}$ и $\sqrt{10}-\sqrt{7}$.

4.29. 1) Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$(\sqrt{2}-2)x > \sqrt{2}+2.$$

2) Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$(2-\sqrt{5})x < 2+\sqrt{5}.$$

Решите неравенство (4.30—4.32).

4.30. 1) $\left(\frac{\sqrt{15}+\sqrt{17}}{8}-1\right)(4x-13)<0;$

2) $\left(\frac{\sqrt{35}+\sqrt{37}}{6}-2\right)(10-3x)<0.$

4.31. 1) $3\sqrt{11}(6-3x) > 10(6-3x);$

2) $9(6+2x) < 4\sqrt{5}(6+2x).$

4.32. 1) $(x+1-\sqrt{3})(x-\sqrt{6}+2)>0;$

2) $(x-\sqrt{5}+2)(x+1-\sqrt{2})<0.$

4.33. 1) Найдите целые значения x, при которых выражение $\sqrt{(12-x\sqrt{3})(x\sqrt{2}-10)}$ имеет смысл.

2) Найдите целые значения x, при которых выражение $\sqrt{(18-x\sqrt{3})(20-x\sqrt{5})}$ не имеет смысла.

4.34. Решите неравенство:

1) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0;$ 2) $x^4 - 13x^2 + 36 \geqslant 0.$

4.35. Найдите наименьшее целое значение x, при котором верно неравенство:

1) $x^4 + 4x^2 - 45 \leqslant 0;$ 2) $x^4 - 2x^2 - 48 \leqslant 0.$

Решите неравенство (4.36—4.38).

4.36. 1) $(x^2 + 1)^2 - 12(x^2 + 1) + 20 \geqslant 0;$

2) $(x^2 - 5)^2 - 10(x^2 - 5) - 11 \leqslant 0.$

4.37. 1) $(x^2 + 2x)^2 + 3(x + 1)^2 > 3;$

2) $(x^2 - 4x)^2 + 5(x - 2)^2 > 20.$

4.38. 1) $(x^2 + 3x + 12)(x^2 + 3x - 10) < -120;$

2) $(x^2 - 4x - 15)(x^2 - 4x + 10) \leqslant -150.$

4.39. Найдите все значения a, при которых решением неравенства

$$x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 > 0$$

является любое число.

2) Найдте все значения p, при которых неравенство

$$x^2 - (2p + 2)x + 3p + 7 \leqslant 0$$

не имеет решений.

4.40. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x+\sqrt{7}<\sqrt{3} \\ x+\sqrt{6}<\sqrt{2}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2\sqrt{2}<\sqrt{5} \\ x+3>\sqrt{6}. \end{cases}$

4.41. 1) При каких значениях p система неравенств

$\begin{cases} 5x+2 \geqslant 17+2x \\ p+2x \leqslant 3+x \end{cases}$ имеет решения?

2) При каких значениях a система неравенств

$\begin{cases} 5-3x < 4x-2 \\ 2+3x < 2a+2x \end{cases}$ не имеет решений?

4.42. При каких значениях m система неравенств имеет ровно три целых решения:

1) $\begin{cases} 5-x<2 \\ x+6<m+1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4+x>1 \\ x-5<m-2? \end{cases}$

4.43. Укажите все целые числа, которые не принадлежат области определения выражения:

1) $\sqrt{x^2-4}+\sqrt{x^2-5x+6}$;

2) $\sqrt{x^2-2x-3}+\sqrt{x^2-4}$.

4.44. С помощью графиков решите неравенство:

1) $\frac{6}{x}>5+2x-x^2$;

2) $x^2-2x-5<-\frac{6}{x}$.

5. Функции

Задания этого раздела направлены на проверку умений:
— строить графики изученных функций;
— на основе графиков изученных функций строить более сложные графики (кусочно-заданные, с «выбитыми» точками и т. п.);
— использовать графические представления для ответа на вопросы, связанные с исследованием функций.

2 балла

5.1. 1) Постройте график функции

$$y = -\frac{1}{2}x + 3.$$

Какие значения принимает функция, если $0 \leqslant x \leqslant 8$?

2) Постройте график функции

$$y = \frac{1}{3}x - 2.$$

Какие значения принимает функция, если $0 \leqslant x \leqslant 9$?

5.2. 1) Постройте график функции

$$y = 0{,}4x - 1.$$

При каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения?

2) Постройте график функции

$$y = -2x - 3.$$

При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?

5.3. 1) Постройте график функции

$$y = \frac{3 - x}{2}.$$

При каких значениях x выполняется неравенство $0 \leqslant y \leqslant 1{,}5$?

2) Постройте график функции

$$y = \frac{x - 6}{3}.$$

При каких значениях x выполняется неравенство $-2 \leqslant y \leqslant 0$?

5.4. 1) Постройте график функции

$$y = -2x^2 + 4x - 3.$$

Укажите наибольшее значение этой функции.

2) Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4.$$

Укажите наименьшее значение этой функции.

5.5. 1) Постройте график функции

$$y = -x^2 - 4x.$$

При каких значениях x функция принимает значения, меньшие 0?

2) Постройте график функции

$$y = x^2 - 2x.$$

При каких значениях x функция принимает значения, большие 0?

5.6. 1) Постройте график функции

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1.$$

Какова её область значений?

2) Постройте график функции

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1.$$

Какова её область значений?

5.7. 1) Постройте график функции

$$y = x^2 - 2x - 3.$$

Какие значения принимает функция, если $0 \leqslant x \leqslant 4$?

2) Постройте график функции

$$y = -x^2 + 4x - 3.$$

Какие значения принимает функция, если $0 \leqslant x \leqslant 3$?

5.8. 1) Постройте график функции

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3.$$

Найдите координаты точек пересечения графика с осью x.

2) Постройте график функции

$$y = 2x^2 - 6.$$

Найдите координаты точек пересечения графика с осью x.

5.9. 1) Постройте график функции

$$y = -x^2 - 6x - 5.$$

Укажите промежутки возрастания и убывания функции.

2) Постройте график функции

$$y = x^2 - 4x + 3.$$

Укажите промежутки возрастания и убывания функции.

5.10. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, \text{ если } x \leqslant 2 \\ x - 4, \text{ если } x > 2. \end{cases}$$

Укажите промежуток, на котором функция убывает.

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} x-1, \text{ если } x<-2 \\ -\frac{1}{2}x+3, \text{ если } x\geqslant -2. \end{cases}$$

Укажите промежуток, на котором функция убывает.

3 балла

5.11. 1) Постройте график функции $y=\frac{x^2-5x+6}{2-x}$. При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?

2) Постройте график функции $y=\frac{-x^2+6x-8}{2-x}$. При каких значениях аргумента функция принимает отрицательные значения?

5.12. 1) Постройте график функции $y=\frac{x^2-4}{8-4x}$ и найдите её область значений.

2) Постройте график функции $y=\frac{9-x^2}{6+2x}$ и найдите её область значений.

5.13. 1) Постройте график функции $y=\frac{x^3-x}{x-1}$. При каких значениях x значения функции положительны?

2) Постройте график функции $y=\frac{4x-x^3}{x+2}$. При каких значениях x значения функции отрицательны?

5.14. 1) Постройте график функции $y=\frac{2x+8}{x^2+4x}$. При каких значениях x выполняется неравенство $y < 2$?

2) Постройте график функции $y=\frac{12-6x}{x^2-2x}$. При каких значениях x выполняется неравенство $y < 6$?

5.15. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x-2}{2}, \text{ если } x \leqslant -2 \\ -2, \text{ если } -2 < x < 2 \\ \frac{x-6}{2}, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$$

Найдите значение функции при $x = -10$.

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x+6}{2}, \text{ если } x\leqslant -2\\ -2, \text{ если } -2<x<2\\ -\dfrac{x+2}{2}, \text{ если } x\geqslant 2.\end{cases}$$

Найдите значение функции при $x = -20$.

5.16. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}x^2-1, \text{ если } -2\leqslant x\leqslant 2\\ 2-x, \text{ если } x>2\\ x+2, \text{ если } x<-2.\end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases}2-2x^2, \text{ если } -1\leqslant x\leqslant 1\\ x-1, \text{ если } x>1\\ -x-1, \text{ если } x<-1.\end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

5.17. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}x^2, \text{ если } |x|\leqslant 1\\ x^2-1, \text{ если } |x|>1.\end{cases}$$

Укажите промежутки убывания функции.

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases}2x^2-2, \text{ если } |x|\leqslant 1\\ 1-x^2, \text{ если } |x|>1.\end{cases}$$

Укажите промежутки возрастания функции.

5.18. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases}-x^2, \text{ если } -2\leqslant x\leqslant 2\\ 3x-10, \text{ если } x>2\\ -3x-10, \text{ если } x<-2.\end{cases}$$

При каких значениях x значения функции $y = f(x)$ неотрицательны?

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} x^2, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2 \\ 10-3x, \text{ если } x>2 \\ 10+3x, \text{ если } x<-2. \end{cases}$$

При каких значениях x значения функции $y = f(x)$ положительны?

5.19. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} |x|, \text{ если } |x| \leqslant 2 \\ 6-x^2, \text{ если } |x|>2. \end{cases}$$

При каких значениях x значения функции $y = f(x)$ положительны?

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} -|x|, \text{ если } |x| \leqslant 2 \\ x^2-6, \text{ если } |x|>2. \end{cases}$$

При каких значениях x значения функции $y = f(x)$ неотрицательны?

5.20. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1, \text{ если } x \leqslant 0 \\ (x-1)^2, \text{ если } x>0. \end{cases}$$

При каких значениях x выполняется неравенство $y \geqslant 0$?

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} (x+1)^2, \text{ если } x<0 \\ 1-x^2, \text{ если } x \geqslant 0. \end{cases}$$

При каких значениях x выполняется неравенство $y > 0$?

5.21. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} -x-3, \text{ если } x \leqslant -2 \\ 3-x^2, \text{ если } |x|<2 \\ x-3, \text{ если } x \geqslant 2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} x+4, \text{ если } x<-2 \\ x^2-2, \text{ если } |x|\leqslant 2 \\ 4-x, \text{ если } x>-2. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

5.22. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} (1-x)(x+3), \text{ если } x\leqslant 1 \\ (x-1)(x+3), \text{ если } x>1. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} (x+2)(x-4), \text{ если } x<4 \\ (x+2)(4-x), \text{ если } x\geqslant 4. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции две общие точки?

5.23. 1) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} -x(x+4), \text{ если } x<0 \\ x(x+4), \text{ если } x\geqslant 0. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

2) Постройте график функции $y = f(x)$, где

$$f(x)=\begin{cases} x(6-x), \text{ если } x\leqslant 0 \\ x(x-6), \text{ если } x>0. \end{cases}$$

При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции три общие точки?

4 балла

5.24. 1) Постройте график функции $y=\dfrac{x^3-x^2-2x}{2x-x^2}$. При каких значениях x выполняется неравенство $y \leqslant 3$?

2) Постройте график функции $y=\dfrac{-x^3+3x^2-2x}{x^2-2x}$. При каких значениях x выполняется неравенство $y \leqslant 2$?

5.25. 1) Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2+7x+12)(x^2+3x+2)}{x^2+6x+8}.$$

2) Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2+4x+3)(x^2-3x+2)}{x^2-x-2}.$$

5.26. 1) При каких значениях m прямая $y = m$ имеет одну общую точку с графиком функции

$$y = \frac{(x+1)(x-2)(x-3)}{2-x}?$$

2) При каких значениях m прямая $y = m$ имеет одну общую точку с графиком функции

$$y = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{2-x}?$$

5.27. 1) При каких значениях p прямая $y = p$ имеет две общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 8, & \text{если } x \geqslant 0 \\ x^2 + 2x - 8, & \text{если } x < 0? \end{cases}$$

2) При каких значениях p прямая $y = p$ имеет две общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3, & \text{если } x \geqslant 1 \\ -x^2 - 2x + 3, & \text{если } x < 1? \end{cases}$$

5.28. 1) При каких значениях m прямая $y = m$ имеет две общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 1, & \text{если } x \geqslant 4 \\ -x^2 + 4x - 1, & \text{если } x < 4? \end{cases}$$

2) При каких значениях m прямая $y = m$ имеет две общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geqslant 1 \\ x^2 + 2x - 5, & \text{если } x < 1? \end{cases}$$

5.29. 1) При каких значениях p прямая $y = p$ имеет две общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

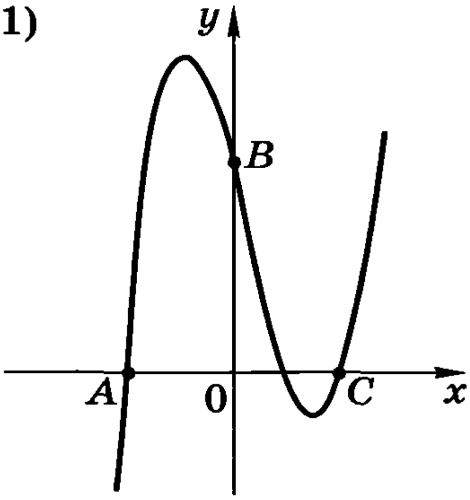
$$f(x) = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x < -1 \\ x^2 - 2x + 2, & \text{если } -1 \leqslant x < 2 \\ \dfrac{4}{x}, & \text{если } x \geqslant 2? \end{cases}$$

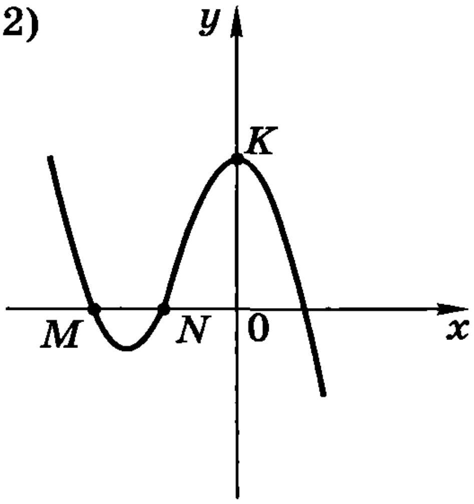
2) При каких значениях p прямая $y = p$ имеет три общие точки с графиком функции $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, \text{ если } x < -2 \\ \frac{5x-2}{4}, \text{ если } -2 \leqslant x < 2 \\ x^2 - 8x + 14, \text{ если } x > 2? \end{cases}$$

5.30. 1) На рисунке 1 изображён график функции
$$y = x^3 - x^2 - 4x + 4.$$
Найдите координаты точек A, B и C.

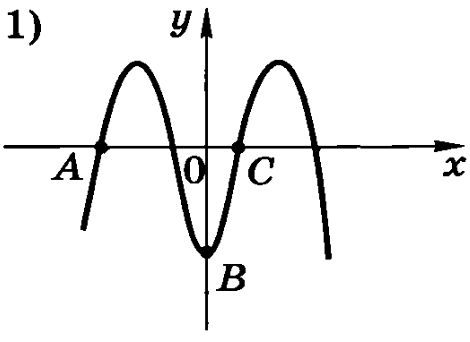
2) На рисунке 2 изображён график функции
$$y = -x^3 - 2x^2 + x + 2.$$
Найдите координаты точек K, M и N.

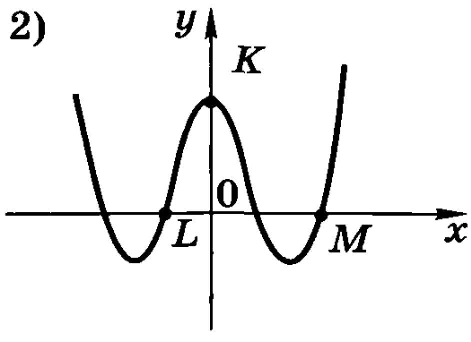
1)


2)


5.31. 1) На рисунке 1 изображён график функции
$$y = -9x^4 + 10x^2 - 1.$$
Найдите координаты точек A, B и C.

2) На рисунке 2 изображён график функции
$$y = 4x^4 - 5x^2 + 1.$$
Найдите координаты точек K, L и M.

1)


2)


5.32. 1) Постройте график функции $y = |x^2 - 2x - 3|$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m.)

2) Постройте график функции $y = |-x^2 - 2x + 8|$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m.)

5.33. 1) Постройте график функции $y = x^2 - 4|x|$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m.)

2) Постройте график функции $y = -x^2 + 2|x|$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = m$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения m.)

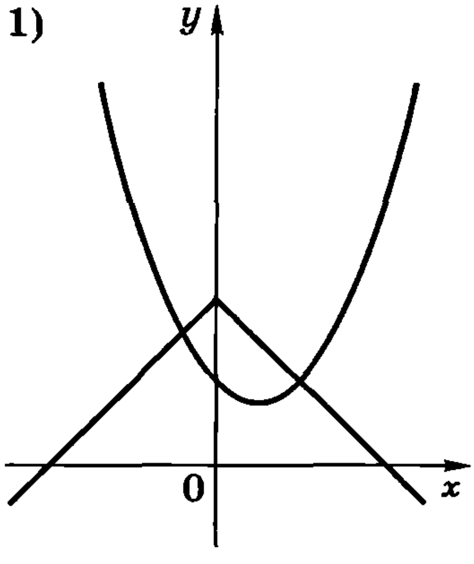
5.34. 1) Постройте график функции $y = |x|(x - 2)$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = p$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения p.)

2) Постройте график функции $y = |x|(2 + x)$. Сколько общих точек может иметь с этим графиком прямая $y = p$? (Для каждого случая укажите соответствующие значения p.)

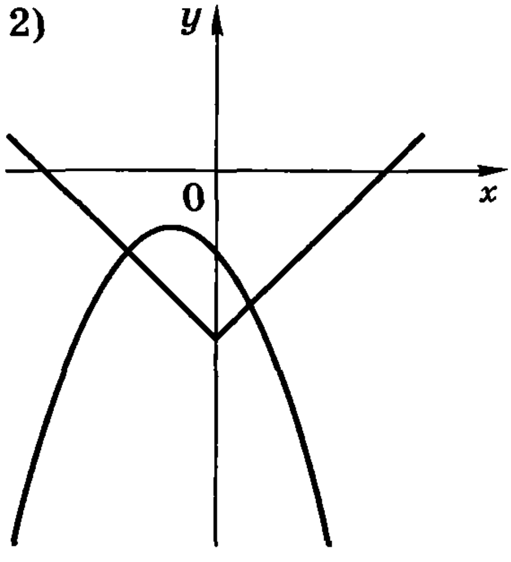
5.35. 1) На рисунке 1 изображены графики функций $y = x^2 - x + 1$ и $y = 2 - |x|$. Определите координаты их точек пересечения.

2) На рисунке 2 изображены графики функций $y = -x^2 - x - 1$ и $y = |x| - 2$. Определите координаты их точек пересечения.

1)



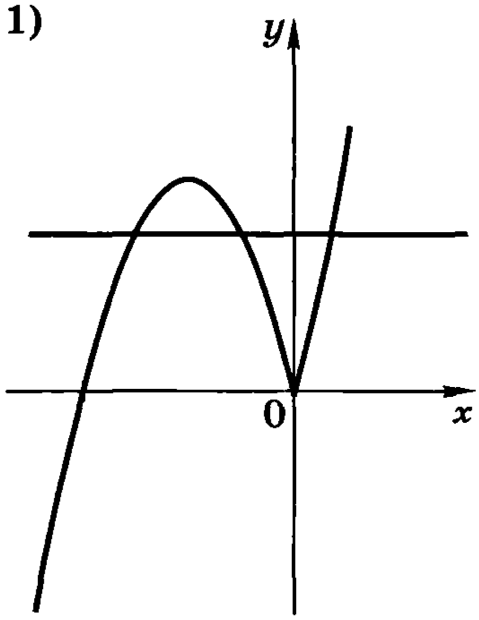
2)



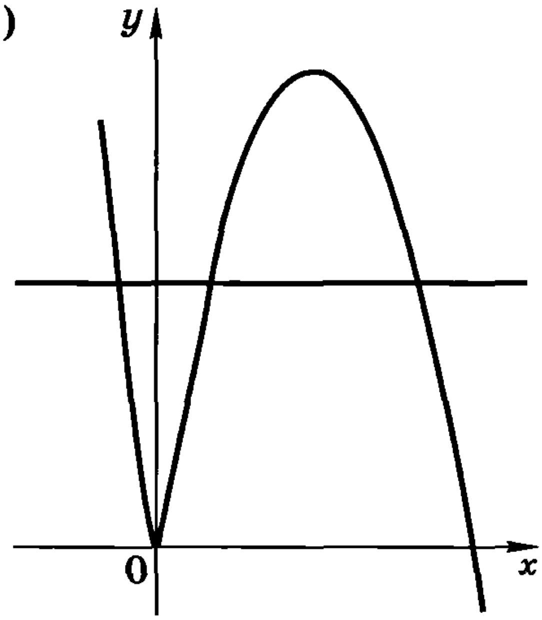
5.36. 1) На рисунке 1 изображены график функции $y = |x|(x + 4)$ и прямая $y = 3$. Определите координаты их точек пересечения.

2) На рисунке 2 изображены график функции $y = |x|(6 - x)$ и прямая $y = 5$. Определите координаты их точек пересечения.

1)



2)



Постройте график функции (**5.37—5.40**).

5.37. 1) $y = \dfrac{(\sqrt{x^2 - 1})^2}{x - 1}$; 2) $y = \dfrac{(\sqrt{4 - x^2})^2}{x + 2}$.

5.38. 1) $y = (\sqrt{x^2 + 2x})^2$; 2) $y = (\sqrt{3x - x^2})^2$.

5.39. 1) Найдите наибольшее значение функции

$$y = -x + 4\sqrt{x} + 1.$$

При каком значении аргумента оно достигается?

2) Найдите наименьшее значение функции

$$y = x - 6\sqrt{x}.$$

При каком значении аргумента оно достигается?

5.40. 1) Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{x^2 + 10}{x^2 + 5}.$$

2) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^2 + 6}{x^2 + 8}.$$

6. Координаты и графики

Задания этого раздела направлены на проверку умений:
- составлять уравнения прямых и парабол по заданным условиям;
- решать задачи геометрического содержания на координатной плоскости с использованием алгебраического метода и с опорой на графические представления;
- строить графики уравнений с двумя переменными.

2 балла

6.1. 1) Прямая $y = kx + b$ проходит через точку $A(2{,}5;\ 1)$. Угловой коэффициент этой прямой равен $-0{,}4$. Запишите уравнение этой прямой и найдите координаты точки, в которой она пересекает ось x.

2) Прямая $y = kx + b$ проходит через точку $A(1{,}6;\ -2{,}2)$. Угловой коэффициент этой прямой равен 0,5. Запишите уравнение этой прямой и найдите координаты точки, в которой она пересекает ось x.

6.2. 1) Запишите уравнение прямой, которая параллельна прямой $y = -1{,}5x + 4$ и проходит через точку $C(7;\ -2{,}5)$.

2) Запишите уравнение прямой, которая параллельна прямой $y = 3{,}6x - 1$ и проходит через точку $D(-0{,}5;\ 8{,}2)$.

6.3. 1) Прямая $y = kx + b$ пересекает ось y в точке $(0;\ -4{,}5)$ и проходит через точку $(15;\ 3)$. Запишите уравнение этой прямой. В какой координатной четверти нет точек этой прямой?

2) Прямая $y = kx + b$ пересекает ось y в точке $(0;\ -12)$ и проходит через точку $(4;\ -22)$. Запишите уравнение этой прямой. В какой координатной четверти нет точек этой прямой?

6.4. 1) Известно, что парабола $y = ax^2 - 4x + 2$ проходит через точку $D(3;\ -1)$. Найдите коэффициент a. Пересекает ли эта парабола ось x?

2) Известно, что парабола $y = 2x^2 + bx + 3$ проходит через точку $B(2;\ 9)$. Найдите коэффициент b. Пересекает ли эта парабола ось x?

6.5. 1) Прямые $6x - 5y = -2$, $6x + y = 22$ и $y = -2$, попарно пересекаясь, образуют треугольник. Вычислите координаты вершин этого треугольника.

2) Прямые $4x - 5y = -3$, $x + 5y = -7$ и $x = 3$, попарно пересекаясь, образуют треугольник. Вычислите координаты вершин этого треугольника.

6.6. 1) Выясните, проходят ли прямые

$$3x - y = 4,\ 2x + y = 6 \text{ и } 2x - y = 2$$

через одну точку.

2) Выясните, проходят ли прямые

$$3x + y = 4,\ 2x - y = 1 \text{ и } 3x - y = 2$$

через одну точку.

3 балла

6.7. 1) Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-12; -7)$ и $B(15; 2)$. В каких точках эта прямая пересекает оси координат?

2) Запишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(10; -3)$ и $B(-20; 12)$. В каких точках эта прямая пересекает оси координат?

6.8. 1) Выясните, лежат ли на одной прямой точки $A(12; 3)$, $B(14; 7)$ и $C(-5; -28)$.

2) Выясните, лежат ли на одной прямой точки $M(-8; 12)$, $N(-10; 18)$ и $Q(10; -42)$.

6.9. 1) Три прямые, попарно пересекаясь, образуют треугольник с вершинами в точках $A(2; 5)$, $B(8; 5)$ и $C(8; 2)$. Запишите уравнения этих прямых.

2) Три прямые, попарно пересекаясь, образуют треугольник с вершинами в точках $M(-1; 4)$, $N(5; 4)$ и $P(-1; -8)$. Запишите уравнения этих прямых.

6.10. 1) Найдите значения b, при которых парабола $y = 2x^2 + bx + 18$ касается оси x. Для каждого значения b определите координаты точки касания.

2) Найдите значения b, при которых парабола $y = -3x^2 + bx - 3$ касается оси x. Для каждого значения b определите координаты точки касания.

6.11. 1) Известно, что парабола $y = ax^2 + bx - c$ проходит через точку $B(-2; 1)$ и её вершина находится в начале координат. Определите, в каких точках она пересекает прямую $y = 9$.

2) Известно, что парабола $y = ax^2 + bx + c$ проходит через точку $B(3; -3)$ и её вершина находится в начале координат. Определите, в каких точках она пересекает прямую $y = -27$.

6.12. 1) Парабола $y = 2x^2 + c$ пересекает ось x в точке $(-\sqrt{3}; 0)$. Найдите значение c и определите, пересекает ли эта парабола прямую $y = -10$.

2) Парабола $y = -3x^2 + c$ пересекает ось x в точке $(\sqrt{2}; 0)$. Найдите значение c и определите, пересекает ли эта парабола прямую $y = 10$.

6.13. 1) Парабола $y = ax^2 + c$ с вершиной в точке $A(0; -3)$ проходит через точку $B(6; 15)$. В каких точках эта парабола пересекает ось x?

2) Парабола $y = ax^2 + c$ с вершиной в точке $C(0; 5)$ проходит через точку $B(4; -3)$. В каких точках эта парабола пересекает ось x?

6.14. 1) При каких значениях a парабола

$$y = ax^2 - 2x - 3$$

пересекает ось x в двух точках и её ветви направлены вниз?

2) При каких значениях a парабола

$$y = ax^2 - 3x + 1$$

пересекает ось x в двух точках и её ветви направлены вверх?

6.15. 1) Парабола $y = -x^2 + px + q$ пересекает ось абсцисс в точке $(-2; 0)$, а ось ординат в точке $(0; 8)$. Определите координаты второй точки пересечения параболы с осью абсцисс.

2) Парабола $y = x^2 + px + q$ пересекает ось абсцисс в точке $(-1; 0)$, а ось ординат в точке $(0; -5)$. Определите координаты второй точки пересечения параболы с осью абсцисс.

6.16. 1) При каких значениях k парабола

$$y = x^2 + x - 1$$

и прямая $y = kx - 2$ не пересекаются?

2) Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx - 7$ пересекает параболу $y = x^2 + 2x - 3$ в двух точках.

6.17. 1) В одной системе координат постройте прямую $y = x$ и окружность с центром в начале координат и радиусом 3. Определите координаты их точек пересечения.

2) В одной системе координат постройте прямую $y = -x$ и окружность с центром в начале координат и радиусом 3. Определите координаты их точек пересечения.

6.18. 1) Окружность с центром в начале координат проходит через точку $A(-1;\ 3)$. Проходит ли эта окружность через точку $B(\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$?

2) Окружность с центром в начале координат проходит через точку $A(3; \sqrt{7})$. Проходит ли эта окружность через точку $B(-2{,}5;\ 3)$?

4 балла

6.19. 1) Прямая проходит через точку $(0;\ 3)$ и касается гиперболы $y = \frac{3}{x}$. В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

2) Прямая проходит через точку $(0;\ -1)$ и касается гиперболы $y = \frac{1}{x}$. В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

6.20. 1) Прямая $3x + 2y = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с положительными координатами. Найдите координаты точки касания.

2) Прямая $2x - 3y = c$, где c — некоторое число, касается гиперболы $y = -\frac{6}{x}$ в точке с отрицательной абсциссой. Найдите координаты точки касания.

6.21. 1) Прямая, пересекающая ось ординат в точке $(0;\ -2)$, касается параболы $y = x^2 - 3x + 2$ в точке, расположенной во второй координатной четверти. В какой точке она пересекает ось абсцисс?

2) Прямая, пересекающая ось ординат в точке $(0;\ 2)$, касается параболы $y = x^2 + x + 3$ в точке, расположенной в первой координатной четверти. В какой точке она пересекает ось абсцисс?

6.22. 1) Известно, что прямая, параллельная прямой $y = 6x$, касается параболы $y = x^2$. Вычислите координаты точки касания.

2) Известно, что прямая, параллельная прямой $y = -4x$, касается параболы $y = x^2 + 1$. Вычислите координаты точки касания.

6.23. 1) При каких значениях c окружность $x^2 + y^2 = 8$ и прямая $x + y = c$ пересекаются в двух точках?

2) При каких значениях c окружность $x^2 + y^2 = 18$ и прямая $x - y = c$ не пересекаются?

6.24. 1) Прямая $y = 2x + b$ касается окружности $x^2 + y^2 = 5$ в точке с положительной абсциссой. Найдите координаты точки касания.

2) Прямая $y = 3x + b$ касается окружности $x^2 + y^2 = 10$ в точке с отрицательной абсциссой. Найдите координаты точки касания.

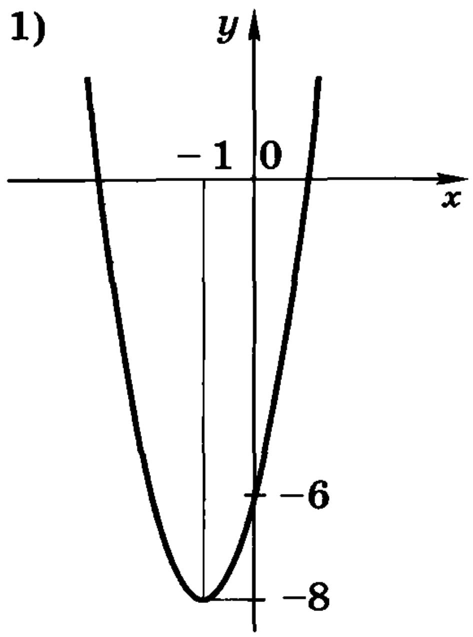
6.25. 1) Парабола $y = ax^2 + bx + c$ проходит через точки $K(0; 4)$, $L(1; -1)$ и $M(2; -4)$. Найдите координаты её вершины.

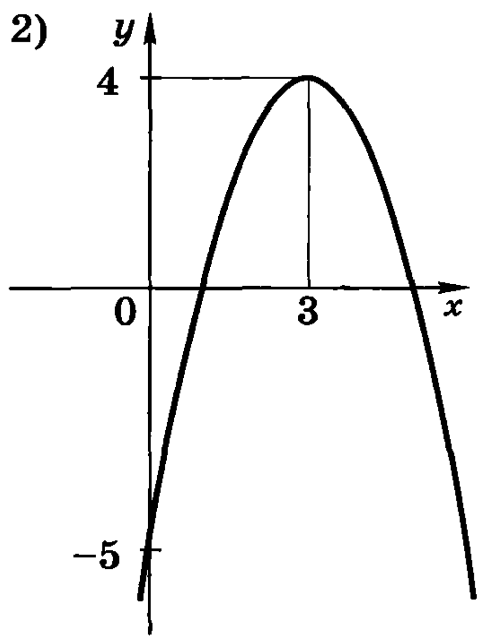
2) Парабола $y = ax^2 + bx + c$ проходит через точки $A(0; -5)$, $B(3; 10)$ и $C(-3; -2)$. Найдите координаты её вершины.

6.26. 1) Запишите уравнение параболы, если известно, что она проходит через точки $(0; 2)$ и $(-2; -4)$ и её осью симметрии является прямая $x = 2$.

2) Запишите уравнение параболы, если известно, что она проходит через точки $(0; -1)$ и $(4; 7)$ и её осью симметрии является прямая $x = -2$.

6.27. 1) Найдите координаты точек, в которых парабола, изображённая на рисунке 1, пересекает ось x.

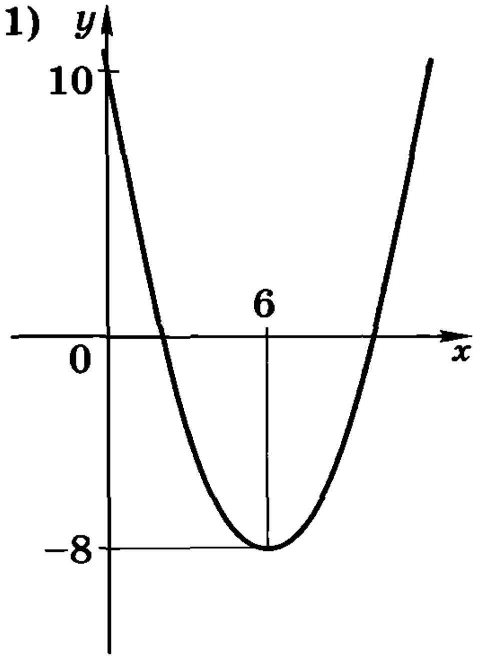


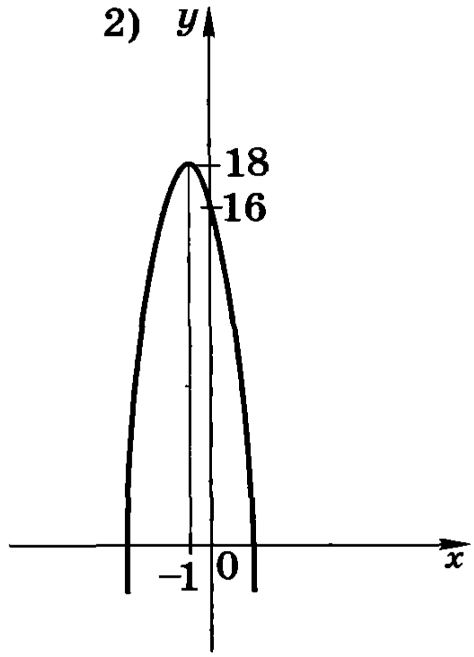


2) Найдите координаты точек, в которых парабола, изображённая на рисунке 2, пересекает ось x.

6.28. 1) На рисунке 1 изображена парабола. Запишите уравнение параболы, симметричной данной относительно оси ординат.

2) На рисунке 2 изображена парабола. Запишите уравнение параболы, симметричной данной относительно оси ординат.





6.29. 1) При каких значениях n парабола

$$y = -x^2 + (n - 1)x + n$$

целиком расположена ниже прямой $y = 1$?

2) При каких значениях m парабола

$$y = x^2 + (m + 1)x + m$$

целиком расположена выше прямой $y = -4$?

6.30. 1) Найдите значения p, при которых вершина параболы $y = x^2 - 2px + p + 2$ расположена во второй четверти.

2) Найдите значения p, при которых вершина параболы $y = x^2 + 2px - 2p + 3$ расположена в четвёртой четверти.

6.31. 1) Найдите значения m, при которых парабола $y = (x - m)^2 - 9$ пересекает ось абсцисс в точках, расположенных по разные стороны от начала координат.

2) Найдите значения m, при которых парабола $y = (x - m)^2 - 1$ пересекает ось абсцисс в точках, расположенных по одну сторону от начала координат.

6.32. 1) При каких значениях p вершины парабол

$$y = x^2 - 2px - 1 \text{ и } y = -x^2 + 4px + p$$

расположены по разные стороны от оси x?

2) При каких значениях m вершины парабол

$$y = -x^2 - 6mx + m \text{ и } y = x^2 - 4mx - 2$$

расположены по одну сторону от оси x?

6.33. 1) При каких значениях a точки $A(4;\ a)$ и $B(4;\ -3)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $2x + y = 3$?

2) При каких значениях a точки $A(2;\ -8)$ и $B(2;\ a)$ расположены в разных полуплоскостях относительно прямой $2x + y = -3$?

6.34. 1) Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $y = 2x + 1$ и $y = a - 5x$ находится в первой координатной четверти.

2) Найдите все значения a, при которых точка пересечения прямых $y = 2 - 3x$ и $y = a + 2x$ находится во второй координатной четверти.

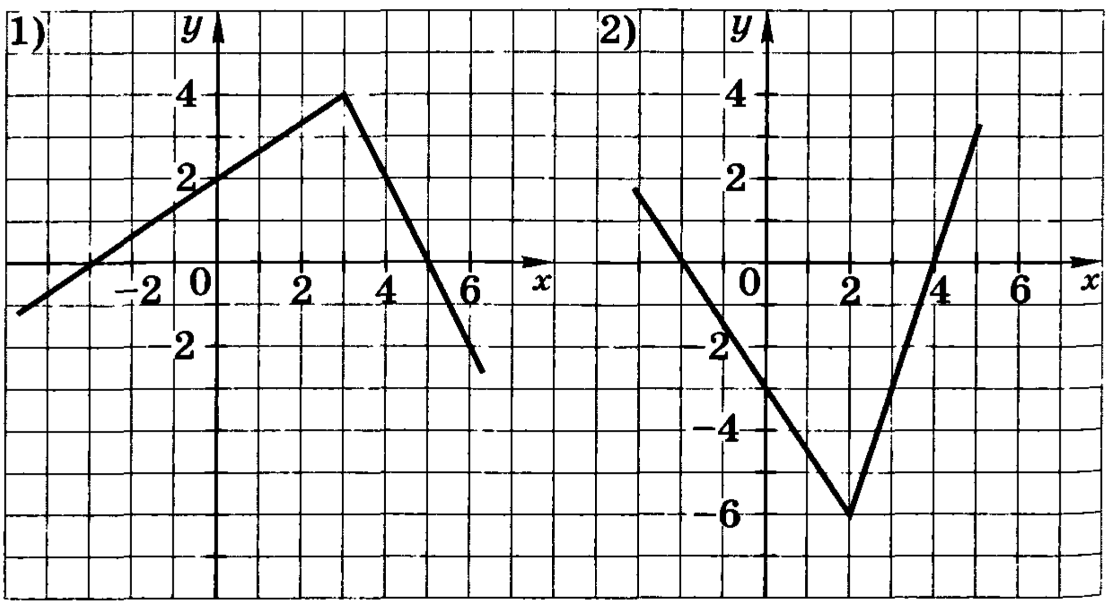
6.35. 1) Найдите значение b, при котором точка пересечения прямых $x - y = b$ и $0{,}2y - x = 3$ лежит на оси абсцисс.

2) Найдите значение a, при котором точка пересечения прямых $x + y = a$ и $x - 0{,}3y = 5$ лежит на оси абсцисс.

6.36. 1) Найдите значение m, при котором точки $A(-3;\ 15)$, $B(9;\ -5)$ и $C(24;\ m)$ лежат на одной прямой.

2) Найдите значение a, при котором точки $A(a;\ -36)$, $B(12;\ -4)$ и $C(-3;\ -14)$ лежат на одной прямой.

6.37. Задайте аналитически функцию, график которой изображён на рисунке.



6.38. 1) Найдите все положительные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases} 1, \text{ если } |x|\leqslant 3 \\ -2x-5, \text{ если } x<-3 \\ 2x-5, \text{ если } x>3. \end{cases}$$

2) Найдите все отрицательные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases} 2, \text{ если } |x|\leqslant 2 \\ -3x-4, \text{ если } x<-2 \\ 3x-4, \text{ если } x>2. \end{cases}$$

6.39. 1) Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases} 1, \text{ если } |x|\leqslant 2 \\ 2x-3, \text{ если } x>2 \\ 2x+5, \text{ если } x<-2. \end{cases}$$

2) Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases} 2, \text{ если } |x|\leqslant 2 \\ -2x+6, \text{ если } x>2 \\ -2x-2, \text{ если } x<-2. \end{cases}$$

6.40. 1) Найдите все положительные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases} x-2, \text{ если } x<6 \\ 10-x, \text{ если } x\geqslant 6. \end{cases}$$

2) Найдите все отрицательные значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в двух точках ломаную, заданную условиями:

$$y=\begin{cases} x-4, \text{ если } x\geqslant 3 \\ 2-x, \text{ если } x<3. \end{cases}$$

6.41. 1) Найдите все значения p, при которых прямая $y = x + p$ пересекает график функции $y = \frac{|x|}{x}$ в двух точках.

2) Найдите все значения p, при которых прямая $y = x + p$ пересекает график функции $y = \frac{2|x|}{x}$ в двух точках.

6.42. 1) Прямая $y = -2x + 7$ пересекает прямую $y = x$ и ось абсцисс в точках A и B соответственно. Найдите площадь треугольника ABO, где O — начало координат.

2) Прямая $y = 3x + 6$ пересекает прямую $y = -x$ и ось абсцисс в точках K и N соответственно. Найдите площадь треугольника KON, где O — начало координат.

6.43. 1) Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми $y = \frac{1}{3}x + 4$, $y = -2{,}5x + 12{,}5$ и осью абсцисс.

2) Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми $y = \frac{1}{3}x - 7$, $y = -2{,}5x + 10$ и осью ординат.

6.44. 1) При каких значениях p прямая

$$y = 0{,}5x + p$$

образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 81?

2) При каких значениях p прямая

$$y = px + 2$$

образует с осями координат треугольник, площадь которого равна 16?

6.45. 1) Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку (3; 0) и образует в первой четверти с осями координат треугольник, площадь которого равна 27.

2) Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку (0; 3) и образует во второй четверти с осями координат треугольник, площадь которого равна 36.

6.46. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

1) $9x^2 + 6x + y = 1$; 2) $x^2 - 4x + 4y^2 = 1$.

6.47. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

1) $(y - x)(xy - 1) = 0$; 2) $(x^2 - 2y)(x^2 - 1) = 0$.

6.48. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют уравнению:

1) $\frac{xy-1}{y-x}=0$; 2) $\frac{x^2-2y}{x^2-1}=0$.

6.49. Постройте множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению:

1) $\frac{x^2+y^2-1}{x^2-y^2}=0$; 2) $\frac{x^2+y^2-9}{x^2-y^2}=0$.

6.50. Постройте множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению:

1) $\frac{2y-x}{(x-2)^2+(y-1)^2}=0$; 2) $\frac{y-x^2}{(x+2)^2+(y-4)^2}=0$.

7. Арифметическая и геометрическая прогрессии

Задания этого раздела направлены на проверку умений:

— решать задачи с применением формул n-го члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий;

— применять аппарат уравнений и неравенств при решении задач на прогрессии.

2 балла

7.1. 1) Пятый член арифметической прогрессии равен 8,4, а её десятый член равен 14,4. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.

2) Четвёртый член арифметической прогрессии равен 4,5, а её двенадцатый член равен −12. Найдите двадцатый член этой прогрессии.

7.2. 1) Число −3,8 является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n), а число −11 является её двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число −30,8?

2) Число 10,4 является шестым членом арифметической прогрессии (a_n), а число 5,8 — её шестнадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число 6,2?

7.3. 1) Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + 5$. Найдите номер члена этой прогрессии, равного 143.

2) Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = 31$, $a_{n+1} = a_n - 3$. Найдите номер члена этой прогрессии, равного -80.

7.4. 1) Первый член арифметической прогрессии равен 6, а её разность равна 4. Начиная с какого номера члены этой прогрессии больше 258?

2) Первый член арифметической прогрессии равен 376, а её разность равна -6. Начиная с какого номера члены этой прогрессии меньше 100?

7.5. 1) Сколько положительных членов в арифметической прогрессии 87,4; 82,8; ...?

2) Сколько отрицательных членов в арифметической прогрессии $-37{,}8$; $-35{,}1$; ...?

7.6. 1) Найдите сумму всех последовательных натуральных чисел от 60 до 110 включительно.

2) Найдите сумму всех последовательных натуральных чисел от 50 до 120 включительно.

7.7. 1) Сколько последовательных натуральных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 120?

2) Сколько последовательных натуральных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 105?

7.8. 1) Сколько последовательных натуральных нечётных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы получить сумму, равную 729?

2) Сколько последовательных натуральных чётных чисел, начиная с 2, нужно сложить, чтобы получить сумму, равную 324?

7.9. 1) В геометрической прогрессии

$$b_{12} = 3^{15} \text{ и } b_{14} = 3^{17}.$$

Найдите b_1.

2) В геометрической прогрессии

$$b_8 = 2^{-12} \text{ и } b_{10} = b^{-14}.$$

Найдите b_1.

7.10. 1) Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии, если её четвёртый член равен $\frac{1}{24}$, знаменатель равен $\frac{1}{2}$.

2) Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии, если её пятый член равен $\frac{3}{4}$, а знаменатель равен -2.

3 балла

7.11. 1) В арифметической прогрессии $a_5 = -150$, $a_6 = -147$. Найдите номер первого положительного члена этой прогрессии.

2) В арифметической прогрессии $a_6 = 160$, $a_7 = 156$. Найдите номер первого отрицательного члена этой прогрессии.

7.12. 1) Укажите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии 22,7; 21,4; ... .

2) Укажите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии −15,1; −14,4; ... .

7.13. 1) Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии −7,1; −6,3; ... .

2) Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии 6,3; 5,8; ... .

7.14. 1) Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_6 = 14$, $a_{10} = 20$ и $a_{16} = 28$?

2) Существует ли арифметическая прогрессия, в которой $a_8 = 50$, $a_{12} = 44$ и $a_{20} = 32$?

7.15. 1) Между числами 6 и 17 вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.

2) Между числами 12 и 26 вставьте три числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.

7.16. 1) Арифметическая прогрессия содержит 12 членов. Сумма членов, стоящих на чётных местах, равна 78, а на нечётных местах равна 90. Найдите первый член и разность прогрессии.

2) Арифметическая прогрессия содержит 10 членов. Сумма членов, стоящих на чётных местах, равна 55, а на нечётных местах равна 40. Найдите первый член и разность прогрессии.

7.17. 1) В арифметической прогрессии сумма первых n членов определяется формулой $S_n = 2n^2 + 7n$. Найдите пятый член прогрессии.

2) В арифметической прогрессии сумма первых n членов определяется формулой $S_n = 3n^2 - 5n$. Найдите четвёртый член прогрессии.

7.18. 1) Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых трёх её членов равна нулю, а сумма первых четырёх членов равна 1.

2) Найдите сумму первых девяти членов арифметической прогрессии, если сумма первых четырёх её членов равна 3, а сумма первых пяти членов равна 5.

7.19. 1) Какое наибольшее число последовательных нечётных чисел, начиная с 1, можно сложить, чтобы получившаяся сумма осталась меньше 300?

2) Какое наименьшее число последовательных нечётных чисел, начиная с 1, нужно сложить, чтобы получившаяся сумма оказалась больше 500?

7.20. 1) Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 150.

2) Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 5 и не превосходящих 300.

7.21. 1) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые не делятся на 6.

2) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 250, которые не делятся на 7.

7.22. 1) Найдите сумму членов арифметической прогрессии с тридцатого по сороковой включительно, если $a_n = 3n + 5$.

2) Найдите сумму членов арифметической прогрессии с двадцать пятого по тридцать пятый включительно, если $a_n = 4n + 2$.

7.23. 1) Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = -6$, $b_5 = 48$ и $b_7 = 192$?

2) Существует ли геометрическая прогрессия, в которой $b_2 = 12$, $b_5 = \frac{3}{2}$ и $b_7 = \frac{3}{4}$?

7.24. 1) Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

2) Между числами 3 и 12 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

7.25. 1) В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 45, а сумма второго и третьего членов равна 30. Найдите первые три члена этой прогрессии.

2) В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 140, а сумма второго и третьего членов равна 105. Найдите первые три члена этой прогрессии.

7.26. 1) В геометрической прогрессии (b_n), знаменатель которой — число положительное, $b_1 \cdot b_2 = 27$, а $b_3 \cdot b_4 = \frac{1}{3}$. Найдите эти четыре члена прогрессии.

2) В геометрической прогрессии (b_n), знаменатель которой — число отрицательное, $b_1 \cdot b_2 = -\frac{1}{2}$, а $b_3 \cdot b_4 = -8$. Найдите эти четыре члена прогрессии.

7.27. 1) Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 6, а четвёртый равен 24.

2) Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии, третий член которой равен 54, а пятый равен 6.

7.28. 1) Сумма первых четырёх членов геометрической прогрессии равна 40, знаменатель прогрессии равен 3. Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии.

2) Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 39, знаменатель прогрессии равен −4. Найдите сумму первых шести членов этой прогрессии.

4 балла

7.29. 1) Последовательность (a_n) — арифметическая прогрессия. Известно, что $a_5 + a_9 = 40$. Найдите

$$a_3 + a_7 + a_{11}.$$

2) Последовательность (a_n) — арифметическая прогрессия. Известно, что $a_4 + a_6 = 38$. Найдите

$$a_2 + a_5 + a_8.$$

7.30. 1) Сумма четвёртого и десятого членов арифметической прогрессии равна 10. Найдите сумму первых тринадцати её членов.

2) Сумма третьего и тринадцатого членов арифметической прогрессии равна 11. Найдите сумму первых пятнадцати её членов.

7.31. 1) Сумма первых четырёх членов арифметической прогрессии на 32 меньше суммы следующих четырёх её членов. На сколько сумма первых десяти членов этой прогрессии меньше суммы следующих десяти её членов?

2) Сумма первых пяти членов арифметической прогрессии на 200 больше суммы следующих пяти её членов. На сколько сумма первых десяти членов этой прогрессии больше суммы следующих десяти её членов?

7.32. 1) Найдите сумму первых 20 совпадающих членов двух арифметических прогрессий:

$$3,\ 8,\ 13,\ \ldots \text{ и } 4,\ 11,\ 18,\ \ldots .$$

2) Найдите сумму первых 10 совпадающих членов двух арифметических прогрессий:

$$3,\ 7,\ 11,\ \ldots \text{ и } 1,\ 10,\ 19,\ \ldots .$$

7.33. Решите уравнение:

1) $(x + 1) + (x + 5) + (x + 9) + \ldots + (x + 157) = 3200$;

2) $(x + 248) + (x + 243) + (x + 238) + \ldots + (x + 3) = 6225$.

7.34. Вычислите сумму:

1) $50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + \ldots + 2^2 - 1^2$;

2) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots + 99^2 - 100^2$.

7.35. 1) Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = 7n - 36$. Какое наименьшее значение может принимать сумма

$$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n?$$

2) Арифметическая прогрессия задана формулой n-го члена $a_n = 34 - 5n$. Какое наибольшее значение может принимать сумма

$$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n?$$

7.36. 1) Дана функция $f(x) = 2x + 1$. Найдите сумму $f(1) + f(3) + \ldots + f(101)$.

2) Дана функция $f(x) = 3x - 1$. Найдите сумму $f(0) + f(2) + \ldots + f(100)$.

7.37. 1) Найдите сумму всех чётных трёхзначных чисел, не делящихся на 3.

2) Найдите сумму всех чётных трёхзначных чисел, не делящихся на 5.

7.38. 1) Найдите сумму всех трёхзначных чисел, делящихся на 4 и на 6.

2) Найдите сумму всех трёхзначных чисел, делящихся на 6 и на 9.

7.39. 1) Сколько существует натуральных трёхзначных чисел, которые делятся только на одно из чисел 4 или 5?

2) Сколько существует натуральных трёхзначных чисел, которые делятся только на одно из чисел 5 или 6?

7.40. 1) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 200, которые при делении на 5 дают в остатке 3.

2) Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые при делении на 3 дают в остатке 2.

7.41. 1) В арифметической прогрессии среднее арифметическое первых десяти её членов равно 20. Найдите первый член и разность этой прогрессии, если известно, что они являются числами натуральными.

2) В арифметической прогрессии среднее арифметическое первых восьми её членов равно 23. Найдите первый член и разность этой прогрессии, если известно, что они являются числами натуральными.

7.42. 1) Числа $\sqrt{7}+3$ и $\sqrt{2}$ являются четвёртым и седьмым членами геометрической прогрессии. Найдите сумму четвёртого и десятого членов этой прогрессии.

2) Числа $\sqrt{13}+4$ и $\sqrt{3}$ являются вторым и седьмым членами геометрической прогрессии. Найдите сумму второго и двенадцатого членов этой прогрессии.

7.43. 1) Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 112, а сумма следующих трёх её членов равна 14. Найдите седьмой член прогрессии.

2) Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии равна 9, а сумма следующих трёх её членов равна -72. Найдите пятый член прогрессии.

7.44. 1) Сумма первого и пятого членов геометрической прогрессии равна 51, а сумма второго и шестого членов равна 102. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 3069?

2) Разность четвёртого и первого членов геометрической прогрессии равна 52, а разность пятого и второго членов равна 156. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 242?

7.45. 1) Сумма трёх чисел, составляющих убывающую арифметическую прогрессию, равна 60. Если от первого числа отнять 10, от второго отнять 8, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

2) Сумма трёх чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 63. Если к первому числу прибавить 10, ко второму числу прибавить 3, а третье оставить без изменения, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

7.46. 1) Три числа образуют геометрическую прогрессию. Если среднее из них удвоить, то получится арифметическая прогрессия. Чему равен знаменатель q этой прогрессии, если известно, что $|q| < 1$?

2) Три положительных числа образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Если последнее из них уменьшить вдвое, то получится арифметическая прогрессия. Найдите знаменатель этой прогрессии.

7.47. 1) Даны арифметическая и геометрическая прогрессии. В арифметической прогрессии $a_1 = 3$, $d = 6$; в геометрической прогрессии $b_1 = 3$, $q = \sqrt{2}$. Выясните, что больше: сумма первых шести членов арифметической прогрессии или сумма первых восьми членов геометрической прогрессии.

2) Даны арифметическая и геометрическая прогрессии. В арифметической прогрессии $a_1 = 6$, $d = 2$; в геометрической прогрессии $b_1 = 3$, $q = \sqrt{3}$. Выясните, что больше: сумма первых восьми членов арифметической прогрессии или сумма первых шести членов геометрической прогрессии.

7.48. 1) Три различных числа a, b и c образуют геометрическую прогрессию, а числа $a + b$, $b + c$, $a + c$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

2) Три положительных числа a, b и c образуют геометрическую прогрессию, а числа $a - b$, $b + c$, $b - c$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

8. Текстовые задачи

Задания этого раздела направлены на проверку умений решать текстовые задачи, используя как арифметические способы рассуждений, так и алгебраический метод (составление выражений, уравнений, систем), в том числе работать с алгебраической моделью, в которой число переменных превосходит число уравнений.

2 балла

8.1. 1) Николай и Андрей живут в одном доме. Николай вышел из дома и направился к школе. Через 4 мин после него из дома вышел Андрей и догнал своего друга у школы. Найдите расстояние от дома до школы, если Николай шёл со скоростью 60 м/мин, а скорость Андрея 80 м/мин.

2) Мотоцикл, движущийся по шоссе со скоростью 60 км/ч, миновал пост ДПС. Через час мимо этого поста проехал автомобиль со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от поста ДПС автомобиль догнал мотоцикл, если оба они ехали без остановок?

8.2. 1) Из пунктов A и B, расстояние между которыми 19 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 9 км от пункта A. Найдите скорость каждого, если известно, что пешеход, вышедший из A, шёл со скоростью, на 1 км/ч большей, чем другой пешеход, и сделал в пути 30-минутную остановку.

2) Из пунктов A и B, расстояние между которыми 34 км, выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста. Мотоциклист, выехавший из A, ехал со скоростью, на 8 км/ч большей скорости другого мотоциклиста, и сделал в пути получасовую остановку. Найдите скорость каждого, если известно, что они встретились в 10 км от пункта A.

8.3. 1) Группа туристов отправляется на лодке от лагеря по течению реки с намерением вернуться обратно через 5 ч. Скорость течения реки 2 км/ч, собственная скорость лодки 8 км/ч. На какое наибольшее расстояние по реке они могут отплыть, если перед возвращением они планируют пробыть на берегу 3 ч?

2) Рыболов отправляется на лодке от пристани против течения реки с намерением вернуться назад через 5 ч. Перед возвращением он хочет пробыть на берегу 2 ч. На какое наибольшее расстояние он

может отплыть, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

8.4. 1) Лодка может проплыть 15 км по течению реки и еще 6 км против течения за то же время, за какое плот может проплыть 5 км по этой реке. Найдите скорость течения реки, если известно, что собственная скорость лодки 8 км/ч.

2) Катер проплывает 20 км против течения реки и ещё 24 км по течению за то же время, за какое плот может проплыть по этой реке 9 км. Скорость катера в стоячей воде равна 15 км/ч. Найдите скорость течения реки.

8.5. 1) Для сада выделен прямоугольный участок земли. Длина изгороди вокруг сада окажется меньше, если участок при той же площади будет иметь квадратную форму. Для этого надо одну сторону участка увеличить на 48 м, а другую уменьшить на 60 м. Какова сторона квадратного участка?

2) Для школьной площадки выделен прямоугольный участок земли. Длина ограды вокруг площадки окажется меньше, если участок при той же площади будет иметь квадратную форму. Для этого надо одну сторону участка увеличить на 18 м, а другую уменьшить на 27 м. Какова сторона квадратного участка?

8.6. 1) Длина детской площадки прямоугольной формы на 5 м больше её ширины. Длину площадки увеличили на 2 м, а ширину — на 5 м, при этом её площадь увеличилась на 280 м^2. Найдите площадь новой детской площадки.

2) Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 25 м больше ширины. При утверждении плана застройки длину участка увеличили на 5 м, а ширину — на 4 м, в результате площадь участка увеличилась на 300 м^2. Найдите площадь образовавшейся строительной площадки.

3 балла

8.7. 1) Из города A в город B, расстояние между которыми равно 300 км, выехал автобус. Через 20 мин навстречу ему из B в A выехал автомобиль и через 2 ч после выезда встретил автобус. С какой скоростью ехал автомобиль, если известно, что она была на 20 км/ч больше скорости автобуса?

2) Из города A в город B, расстояние между которыми 205 км, выехал автобус. Через 15 мин навстречу ему из B в A выехал мотоциклист и встретил автобус через 1 ч после выезда. С какой скоростью ехал автобус, если его скорость на 20 км/ч больше скорости мотоциклиста?

8.8. 1) Два пешехода должны выйти навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 20 км. Если первый выйдет на полчаса раньше второго, то он встретит второго пешехода через 2,5 ч после своего выхода. Если второй выйдет на 1 ч раньше первого, то он встретит первого пешехода через 2 ч 40 мин после своего выхода. Какова скорость каждого пешехода?

2) Из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км, должны выехать навстречу друг другу два велосипедиста. Если первый велосипедист отправится в путь на 1 ч раньше второго, то он встретит его через 1 ч 48 мин после своего выезда. Если второй отправится в путь на 1 ч раньше первого, то он встретит первого через 1 ч 36 мин после своего выезда. Найдите скорость каждого велосипедиста.

8.9. 1) Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на 30 мин, а если поедет на мопеде со скоростью 40 км/ч, то приедет за 2 ч до отхода поезда. Чему равно расстояние от лагеря до станции?

2) Болельщик хочет успеть на стадион к началу матча. Если он пойдёт из дома пешком со скоростью 5 км/ч, то опоздает на 1 ч, а если поедет на велосипеде со скоростью 10 км/ч, то приедет за 30 мин до начала матча. Чему равно расстояние от дома до стадиона?

8.10. 1) Путь от посёлка до озера идёт сначала горизонтально, а затем в гору. От посёлка до озера велосипедист доехал за 1 ч, а обратно за 46 мин. Его скорость на горизонтальном участке была равна 12 км/ч, на подъёме — 8 км/ч, а на спуске — 15 км/ч. Найдите расстояние от посёлка до озера.

2) Путь от пансионата до почты, который идёт сначала в гору, а потом под гору, пешеход прошёл за 1 ч 40 мин, а обратный путь — за 2 ч 20 мин. В гору он шёл со скоростью 3 км/ч, а под гору — со скоростью 6 км/ч. Найдите расстояние от пансионата до почты.

8.11. 1) Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автобус и автомобиль. В пути автомобиль сделал остановку на 3 мин, но в пункт B прибыл на 7 мин раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля.

2) Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 80 км, одновременно выехали два автобуса. В пути один из автобусов сделал остановку на 15 мин, но в пункт B прибыл на 5 мин раньше другого. Известно, что его скорость в 1,5 раза больше скорости другого. Найдите скорость каждого автобуса.

8.12. 1) Николай рассчитал, что он сможет хорошо подготовиться к экзамену, если будет решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 8 задач и уже за 5 дней до экзамена решил на 20 задач больше, чем планировал первоначально. Сколько задач решил Николай?

2) Ирина рассчитала, что сможет хорошо подготовиться к зачёту по английскому языку, если будет заучивать по 24 слова в день. Однако ежедневно она выучивала дополнительно 6 слов, и уже за 2 дня до зачёта ей осталось выучить 18 слов. Сколько слов должна была выучить Ирина?

8.13. 1) На двух копировальных машинах, работающих одновременно, можно сделать копию пакета документов за 10 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждой машине в отдельности, если известно, что на первой машине её можно сделать на 15 мин быстрее, чем на второй?

2) На двух множительных аппаратах, работающих одновременно, можно сделать копию рукописи за 20 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждом аппарате в отдельности, если известно, что при работе на первом для этого потребуется на 30 мин меньше, чем при работе на втором?

8.14. 1) Фирма A может выполнить некоторый заказ на производство игрушек на 4 дня раньше, чем фирма B. За какое время может выполнить этот заказ каждая фирма, если известно, что при совместной работе за 24 дня они выполняют заказ, в 5 раз больший?

2) Работая вместе, фирмы A и B за 8 дней могут выполнить $\frac{2}{3}$ некоторого заказа. За сколько дней мо-

жет выполнить этот заказ каждая фирма, если известно, что фирма A может выполнить его на 10 дней раньше, чем фирма B?

8.15. 1) Два строителя выложили стену из кирпичей за 14 дней, причём второй присоединился к первому через 3 дня после начала работы. Известно, что первому строителю на выполнение всей работы потребовалось бы на 6 дней больше, чем второму. За сколько дней мог бы выложить эту стену каждый строитель, работая отдельно?

2) Два мастера оклеили обоями квартиры на этаже в новом доме за 15 дней, причём второй присоединился к первому через 7 дней после начала работы. Известно, что первому мастеру на выполнение всей работы потребовалось бы на 7 дней меньше, чем второму. За какое время мог бы выполнить эту работу каждый мастер, работая отдельно?

8.16. 1) Два автомата разной производительности при одновременном включении упакуют дневную норму коробок с соком за 12 ч. Если первый автомат будет включён 2 ч, а второй — 3 ч, то будет упаковано только 20% всех коробок. За какое время может упаковать дневную норму коробок каждый автомат, работая в отдельности?

2) Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй — 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

8.17. 1) На пост мэра города претендовало три кандидата: Андреев, Борисов, Васильев. Во время выборов за Васильева было отдано в 1,5 раза больше голосов, чем за Андреева, а за Борисова — в 4 раза больше, чем за Андреева и Васильева вместе. Сколько процентов избирателей проголосовало за победителя?

2) На пост губернатора области претендовало три кандидата: Гаврилов, Дмитриев, Егоров. Во время выборов за Дмитриева было отдано в 3 раза меньше голосов, чем за Гаврилова, а за Егорова — в 9 раз больше, чем за Гаврилова и Дмитриева вместе. Сколько процентов избирателей проголосовало за победителя?

8.18. 1) Каждый слушатель на курсах изучает один из языков — английский, немецкий или французский. Отношение числа слушателей, изучающих английский, к числу слушателей, изучающих немецкий, равно 3 : 2, а число изучающих немецкий к числу изучающих французский равно 8 : 5. Сколько процентов слушателей изучает наименее популярный на курсах язык?

2) Каждый учащийся спортивной школы занимается одним из видов борьбы — самбо, дзюдо или карате. Отношение числа самбистов к числу дзюдоистов равно 11 : 6, а числа дзюдоистов к числу каратистов равно 3 : 4. Сколько процентов учащихся занимается наиболее популярным в этой школе видом борьбы?

8.19. 1) Клиент внёс 3000 р. на два вклада, один из которых даёт годовой доход, равный 8%, а другой — 10%. Через год на двух счетах у него было 3260 р. Какую сумму клиент внёс на каждый вклад?

2) В прошлом году в двух крупных городах области было зарегистрировано 900 дорожно-транспортных происшествий (ДТП). В текущем году число ДТП в первом городе уменьшилось на 10%, во втором — на 30%, и всего в этих городах было зарегистрировано 740 случаев ДТП. Сколько дорожно-транспортных происшествий было зарегистрировано в каждом из этих городов в прошлом году?

8.20. 1) В прошлом году на два самых популярных факультета университета было подано 1100 заявлений. В текущем году число заявлений на первый из этих двух факультетов уменьшилось на 20%, а на второй увеличилось на 30%, причём всего было подано 1130 заявлений. Сколько заявлений было подано на каждый из этих факультетов в текущем году?

2) В городской думе заседало 60 депутатов, представляющих две партии. После выборов число депутатов от первой партии увеличилось на 15%, а от второй партии уменьшилось на 20%. Сколько депутатов от каждой партии оказалось в городской думе после выборов, если всего было выбрано 55 депутатов?

8.21. 1) Влажность свежескошенной травы 60%, сена — 20%. Сколько сена получится из 1 т свежескошенной травы?

2) Влажность свежих грибов 90%, а сухих — 15%. Сколько сухих грибов получится из 1,7 кг свежих?

8.22. 1) Сколько граммов воды надо добавить к 180 г сиропа, содержащего 25% сахара, чтобы получить сироп, концентрация которого равна 20%?

2) Сколько граммов сахарного сиропа, концентрация которого 25%, надо добавить к 200 г воды, чтобы в полученном растворе содержание сахара составляло 5%?

8.23. 1) Сколько граммов 75%-ного раствора кислоты надо добавить к 30 г 15%-ного раствора кислоты, чтобы получить 50%-ный раствор кислоты?

2) Сколько граммов 15%-ного раствора соли надо добавить к 50 г 60%-ного раствора соли, чтобы получить 40%-ный раствор соли?

4 балла

8.24. 1) Один автомобиль проходит в минуту на 200 м больше, чем другой, поэтому затрачивает на прохождение одного километра на 10 с меньше. Сколько километров в час проходит каждый автомобиль?

2) Один пешеход проходит в минуту на 5 м меньше другого, поэтому на прохождение одного километра ему требуется на 50 с больше. Сколько километров в час проходит каждый пешеход?

8.25. 1) Из пунктов A и B, расстояние между которыми 6 км, одновременно вышли навстречу друг другу два пешехода. После их встречи пешеход, шедший из A, пришёл в B через 24 мин, а шедший из B пришёл в A через 54 мин. На каком расстоянии от пункта A встретились пешеходы?

2) Из пунктов A и B, расстояние между которыми 15 км, одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. После их встречи велосипедист, выехавший из A, прибыл в B через 20 мин, а выехавший из B приехал в A через 45 мин. На каком расстоянии от пункта B велосипедисты встретились?

8.26. 1) Турист и велосипедист одновременно отправились навстречу друг другу из пунктов A и B. Они встретились через 1,5 ч, после чего каждый продолжил движение в своём направлении. Велосипедист прибыл в пункт A через 2 ч после выезда из B. За какое время прошёл путь от A до B турист?

2) Автобус отправился из пункта A в пункт B. Одновременно навстречу ему из B в A выехал велосипедист. Через 40 мин они встретились, и каждый продолжил движение в своём направлении. Автобус прибыл в пункт B через 10 мин после встречи. Через какое время после встречи прибыл в A велосипедист?

8.27. 1) Дорога от посёлка до станции идёт сначала в гору, а потом под гору, при этом её длина равна 9 км. Пешеход на подъёме идёт со скоростью, на 2 км/ч меньшей, чем на спуске. Путь от посёлка до станции занимает у него 1 ч 50 мин, а обратный путь занимает 1 ч 55 мин. Определите длину подъёма на пути к станции и скорости пешехода на подъёме и на спуске.

2) Дорога длиной 10 км от туристического лагеря до посёлка идёт сначала под гору, а затем в гору. Турист на спуске идёт со скоростью, на 3 км/ч большей, чем на подъёме. Путь от лагеря до посёлка занимает у него 2 ч 40 мин, а обратный путь занимает 2 ч 20 мин. Определите длину спуска на пути к посёлку и скорости туриста на подъёме и на спуске.

8.28. 1) Автомобиль едет из A в B сначала 2 мин с горы, а затем 6 мин в гору. Обратный же путь он проделывает за 13 мин. Во сколько раз быстрее автомобиль едет с горы, чем в гору?

2) Автобус едет из A в B сначала 5 мин в гору, затем 3 мин с горы. Обратный же путь он проделывает за 16 мин. Во сколько раз быстрее автобус едет с горы, чем в гору?

8.29. 1) Из турбазы в одном направлении выходят три туриста с интервалом в 30 мин. Первый идёт со скоростью 5 км/ч, второй — 4 км/ч. Третий турист догоняет второго, а ещё через 4 ч догоняет первого. Найдите скорость третьего туриста.

2) Две машины выехали одновременно из одного пункта и едут в одном направлении. Скорость первой машины 50 км/ч, а скорость второй на 20% больше. Через час из этого же пункта вслед за ними выехала третья машина, которая догнала вторую на 1 ч 20 мин позже, чем первую. Найдите скорость третьей машины.

8.30. 1) Из деревни на станцию выехал грузовик, а через 30 мин из деревни в том же направлении выехал легковой автомобиль, который догнал грузовик в 30 км от станции. После прибытия на станцию легковой автомобиль сразу же повернул назад и встретил грузовик в 6 км от станции. Сколько времени понадобилось легковому автомобилю, чтобы догнать грузовик?

2) Два маршрутных такси с интервалом в 12 мин отправляются от станции к посёлку, причём второе

такси догоняет первое в 30 км от посёлка. Прибыв в посёлок, второе такси сразу же поворачивает назад и встречает первое в 5 км от посёлка. Через сколько минут после выезда со станции второе такси догнало первое?

8.31. 1) Плот проплывает путь из A в B за 12 ч, а моторная лодка — за 3 ч. За какое время моторная лодка преодолеет такое же расстояние в стоячей воде?

2) Плот проплывает путь из A в B за 6 ч, а моторная лодка — путь из B в A за 2 ч. За какое время моторная лодка преодолеет такое же расстояние в стоячей воде?

8.32. 1) Из пункта A в пункт B, расположенный ниже по течению реки, отправляется плот. Одновременно навстречу ему из пункта B выходит катер. Встретив плот, катер сразу поворачивает и идёт вниз по течению реки. Какую часть пути от A до B пройдёт плот к моменту возвращения катера в пункт B, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

2) Из пункта A в пункт B, расположенный выше по течению реки, вышла баржа, собственная скорость которой втрое больше скорости течения. Одновременно навстречу ей из пункта B отправился плот. Встретив плот, баржа сразу повернула назад и пошла вниз по течению реки. Какую часть всего расстояния от A до B останется проплыть плоту к моменту прибытия баржи в пункт A?

8.33. 1) Из пункта A в пункт B отправились одновременно вниз по течению реки плот и катер. Пока плот плыл со скоростью 3 км/ч по течению реки, катер прибыл в пункт B, затем совершил обратный рейс в пункт A и вернулся снова в пункт B одновременно с прибытием плота. Какова собственная скорость катера?

2) Из пункта A в пункт B отправились одновременно вниз по течению реки плот и теплоход. Пока плот плыл со скоростью 2 км/ч по течению реки, теплоход успел прибыть в пункт B и вернуться обратно в пункт A, затем ещё раз совершить рейс из пункта A в пункт B и обратно и, наконец, прибыть в пункт B одновременно с плотом. Какова собственная скорость теплохода?

8.34. 1) Одна мельница может смолоть 38 ц пшеницы за 6 ч, другая — 96 ц за 15 ч, третья — 35 ц за 7 ч.

Как распределить 133 т пшеницы между мельницами, чтобы они мололи зерно в течение одного и того же времени?

2) Маша может напечатать 10 страниц за 1 ч, Таня — 4 страницы за 0,5 ч, а Оля — 3 страницы за 20 мин. Как девочкам распределить 54 страницы текста между собой, чтобы они работали в течение одного и того же времени?

8.35. 1) Четыре бригады должны разгрузить вагон с продуктами. Вторая, третья и четвёртая бригады вместе могут выполнить эту работу за 4 ч; первая, третья и четвёртая — за 3 ч. Если же будут работать только первая и вторая бригады, то вагон будет разгружен за 6 ч. За какое время могут разгрузить вагон все четыре бригады, работая вместе?

2) Для откачивания воды из резервуара имеется четыре насоса. Если включить первый, второй и третий насосы, то работа будет выполнена за 10 мин; если включить первый, третий и четвёртый насосы, то та же работа будет выполнена за 12 мин. Если же будут работать только два насоса, второй и четвёртый, то работа будет выполнена за 15 мин. За какое время можно откачать воду из резервуара при помощи всех четырёх насосов?

8.36. 1) В свежих яблоках 80% воды, а в сушёных — 20%. На сколько процентов уменьшается масса яблок при сушке?

2) Абрикосы при сушке теряют 60% своей массы. Сколько процентов воды содержат свежие абрикосы, если в сушёных абрикосах 25% воды?

8.37. 1) В лаборатории имеется 2 кг раствора кислоты одной концентрации и 6 кг раствора этой же кислоты другой концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, концентрация которого составляет 36%. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Какова концентрация каждого из двух имеющихся растворов?

2) У хозяйки есть 5 кг сахарного сиропа одной концентрации и 7 кг сахарного сиропа другой концентрации. Если эти сиропы смешать, то получится сироп, концентрация которого составляет 35%. Если же смешать равные массы этих сиропов, то получится сироп, содержащий 36% сахара. Какова концентрация каждого из двух имеющихся сиропов?

8.38. 1) При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

2) Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 70%, а во втором — 40% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 50% меди?

8.39. 1) Закупив чайные кружки на складе, магазин стал продавать их по цене, приносящей доход в 50%. Перед Новым годом цена была снижена на 40%. Какая цена меньше: та, по которой магазин закупил кружки, или предновогодняя — и на сколько процентов?

2) Магазин закупил на складе футболки и стал продавать их по цене, приносящей доход в 40%. В конце года цена была снижена на 50%. Какая цена меньше: та, по которой магазин закупил футболки, или их цена в конце года — и на сколько процентов?

8.40. 1) На аукционе одна картина была продана с прибылью 20%, а другая — с прибылью 50%. Общая прибыль от продажи двух картин составила 30%. У какой картины первоначальная цена была выше и во сколько раз?

2) Стоимость путёвки в пансионат складывается из стоимости питания и проживания. В связи с тем что питание в пансионате подорожало на 50%, а проживание подорожало на 25%, стоимость путёвки увеличилась на 40%. За что платили больше до подорожания: за питание или проживание — и во сколько раз?

8.41. 1) Апельсины подешевели на 30%. Сколько апельсинов можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2,8 кг?

2) Цена на фрукты возросла на 15%, за счёт чего на сумму в 230 р. было приобретено фруктов на 3 кг меньше. На сколько рублей возросла цена 1 кг фруктов?

8.42. 1) Цена товара была дважды снижена на одно и то же число процентов. На сколько процентов снижалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 2000 р., а окончательная 1805 р.?

2) Цена товара была дважды повышена на одно и то же число процентов. На сколько процентов повышалась цена товара каждый раз, если его первоначальная стоимость 6000 р., а окончательная 6615 р.?

8.43. 1) Вчера число учеников, присутствовавших на уроках, было в 8 раз больше числа отсутствовавших. Сегодня не пришли ещё 2 человека, и оказалось, что число отсутствующих составляет 20% от числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

2) Вчера число учеников, отсутствовавших на уроках, составляло 25% от числа присутствовавших. Сегодня пришли ещё 3 человека, и теперь число отсутствующих в 9 раз меньше числа присутствующих. Сколько всего учеников в классе?

Ответы и указания к разделу II

1. Выражения и их преобразование

1.1. 1) $a(1+a)(a-b)$; 2) $x(x-1)(y+x)$. **1.2.** 1) $(a-1)\times$ $\times(c-1)(c+1)$; 2) $x(x-1)(y-1)$. **1.3.** 1) $(4x-3y)(4x-3y-1)$; 2) $(2c-5a)(2c-5a-1)$. **1.4.** 1) $(2x+y)(1+y-2x)$; 2) $(a-3b)\times$ $\times(1-a-3b)$. **1.5.** 1) $(a-3b+2c)(a+3b-2c)$; 2) $(1-2x-y)\times$ $\times(1+2x+y)$. **1.6.** 1) $\frac{2-x}{2}$; 2) $\frac{2-x}{3}$. **1.7.** 1) $-\frac{x}{x+3}$; 2) $-\frac{x}{x+2}$. **1.8.** 1) $\frac{1-4a}{1+x}$; 2) $\frac{1+y}{6c-1}$. **1.9.** 1) $\frac{xy-3}{y+x}$; 2) $\frac{b+a}{2-ab}$. **1.10.** 1) $\frac{2m(n-2m)}{2m+n}$; 2) $\frac{x(y-x)}{x+y}$. **1.11.** 1) $\frac{y-x}{y}$; 2) $\frac{1}{(a+b)^2}$. **1.12.** 1) $\frac{c}{c-2}$; 2) $\frac{y}{y-4}$. **1.13.** 1) $\frac{x-2}{x-3}$; 2) $\frac{2x}{2-x}$. **1.14.** 1) -2; 2) -3. **1.15.** 1) 100; 2) 27. **1.16.** 1) 2,4; 2) 4. **1.17.** 1) $-\frac{2}{3}$; 2) 1. **1.18.** 1) $2\sqrt{5}-4$; 2) $25-14\sqrt{2}$. **1.19.** 1) $-2\sqrt{15}$; 2) $2\sqrt{15}$. **1.20.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) 3. **1.22.** 1) $(b^2-x)(a-y+1)$; 2) $(ab-c)(a-b+1)$. **1.23.** 1) $(a-b)(x-1)^2$; 2) $(b-c)(y+2)^2$. **1.24.** 1) $(x^2+2)\times$ $\times(x-3)(x+3)$; 2) $(x^2+3)(x-2)(x+2)$. **1.25.** 1) $(x-1)\times$ $\times(x+1)(2x-1)(2x+1)$; 2) $(x-1)(x+1)(3x-2)(3x+2)$. **1.27.** 1) $b-a$; 2) $x-y$. **1.28.** 1) $\frac{5y-x-1}{x+5y+1}$; 2) $\frac{3b-a-2}{3b+a+2}$. **1.29.** 1) $\frac{3a+1}{4-b}$; 2) $\frac{5-b}{2a-1}$. **1.30.** 1) x; 2) 1. **1.31.** 1) $\frac{a}{4a+12}$; 2) $\frac{12-3x}{x}$. **1.32.** 1) $-y$; 2) $-3x$. **1.33.** 1) 4; 2) $\frac{b-2}{4b+4}$. **1.34.** 1) $\frac{3c-1}{c^2}$; 2) $\frac{2a+1}{a^2}$. **1.35.** 1) 4; 2) -12. **1.38.** 1) $-\sqrt{a}-1$; 2) $-\sqrt{b}-1$. **1.39.** 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) 1. **1.40.** Указание. Сначала упростите левую часть равенства, а затем избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби. **1.42.** Указание. Умножьте первый множитель на четвёртый, второй на третий и сделайте подходящую замену. Ответ. 1) $(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$; 2) $(x^2+x-2)(x^2+x-4)$. **1.43.** Указание. Представьте $2a^2$ в виде суммы a^2+a^2. Ответ. 1) $(a-x)(x+2a-1)$; 2) $(x+y)(x-2y-1)$. **1.44.** Указание. Докажите, что квадратный трёхчлен, входящий в состав выражения, положителен при всех x. **1.45.** Указание. Выделите два полных квадрата вида $(x+a)^2$ и $(y+b)^2$. Ответ. 1) При $x=-2$, $y=3$; 2) при $x=5$, y -1. **1.46.** 1) Наибольшее значение выражения, равное 10, достигается при $x=-2$, $y=3$; 2) наибольшее значение выражения, равное 2, достигается при

$x = 1$, $y = 5$. **1.47.** 1) Выражение принимает наименьшее значение, равное -5, при $m = -2$, $n = 3$; 2) выражение принимает наибольшее значение, равное 5, при $m = 3$, $n = 2$. **1.48.** 1) Имеет, оно достигается при $a = b = 2{,}5$; 2) имеет, оно достигается при $a = -1{,}5$, $b = 1{,}5$. **1.49.** 1) 0,6; 2) 6. **1.50.** 1) $\frac{x+3y}{x}$; 2) $\frac{2y+3x}{y}$. **1.51.** 1) $-\sqrt{x}-1$; 2) $1-\sqrt{x}$. **1.52.** 1) $-1\frac{1}{9}$; 2) $-2{,}5$. **1.53.** 1) Является; 2) является. **1.54.** 1) Между 1 и 2; 2) между 3 и 4. **1.55.** 1) Наименьшее значение равно 0, оно достигается при $x = -3$, $y = 2$; 2) наименьшее значение равно 0, оно достигается при $x = 1$, $y = -2$. **1.56.** 1) $x = -1$, $y = -2$; 2) $a = -3$, $b = 1$. **1.57.** 1) Наименьшее значение равно 0, оно достигается при $x = 2$, $y = 5$ и $x = 1$, $y = 2$; 2) наименьшее значение равно 0, оно достигается при $a = 0$, $b = 5$ и при $a = 1$, $b = 4$. **1.58.** 1) Наименьшее значение равно 0, оно достигается при $x = 2$, $y = 1$; 2) наименьшее значение равно 0, оно достигается при $x = -2$, $y = 1$.

2. Уравнения с одной переменной

2.1. 1) 0,5; 1,5; 2) $-1{,}25$; 0,16. **2.2.** 1) $-\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; $-1\frac{1}{4}$. **2.3.** 1) -3; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 2) 3; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$. **2.4.** 1) -1; 1; 2,5; 2) -2; 2; 0,5. **2.5.** 1) $\frac{1}{2}$; -1; $\frac{2}{3}$; 2) 2,5; -1; 0,5. **2.6.** 1) $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 2) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; -2; 2. **2.7.** 1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; -3; 3; 2) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{3}$; -2; 2. **2.8.** 1) -3; $\frac{2}{3}$; 2) $-3{,}5$; 2. **2.9.** 1) 2,5; 2) 1. **2.10.** 1) -1; 0,5; 2) $-1{,}5$; 1. **2.11.** 1) -2; 2) 0. **2.12.** 1) 3; 7; 2) -2; -1. **2.13.** 1) -2; 18; 2) -4; 12. **2.14.** 1) $x = 2$; 2) $x = -2$. **2.15.** 1) Между числами 2 и 3; 2) между числами 4 и 5. **2.16.** 1) -6; 1; 2; 3; 2) 1; 3; $-2-\sqrt{7}$; $-2+\sqrt{7}$. **2.17.** 1) $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$; -2; 2; 0; 2) $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; -2; 2; 0.

2.18. Указание. 1) Используйте замену $x^2 + 4x = t$. Ответ. -5; 1; -6; 2; 2) 2; 3; 1; 4. **2.19.** 1) -1; 1; 2; 4; 2) -5; -3; 1; 3. **2.20.** 1) 3; 7; 2) -4; 0. **2.21.** 1) 16; 2) 81. **2.22.** 1) Не имеет; 2) не имеет. **2.23.** 1) При $|k| \geqslant 2\sqrt{2}$; 2) при $|k| < 2\sqrt{3}$. **2.24.** 1) $k = \pm 1$; ± 2; 2) $m = \pm 1$; ± 2; ± 3; ± 4. **2.25.** 1) При $c \geqslant 19$; 2) при $c \leqslant 15$. **2.26.** 1) $-\frac{3}{5}$; 2) $-\frac{2}{3}$. **2.27.** 1) 1,5; 2) $-2{,}5$. **2.28.** 1) -4; 2) -2. **2.29.** 1) 1; 2) $\frac{1}{3}$. **2.30.** 1) -3; 2) 7. **2.31.** 1) 0; -1; 1; 2) $-\frac{1}{3}$; -1; 1.

2.32. Указание. Воспользуйтесь заменой. 1) Считайте, например, $x^2 - 4x + 3 = t$; корни уравнения: 0; 4; 2) -7; 1; -5; -1.

2.33. 1) 3; 4; 2) 2; 3. **2.34.** 1) Указание. Сгруппируйте множители $x - 2$ и $x + 3$, $x - 1$ и $x + 2$, а затем воспользуйтесь заменой; корни уравнения: -4; 3; 2) -5; 2. **2.35.** 1) При $m = 0$ и $m = 9$; 2) при $k = 0$ и $k = 1$. **2.36.** 1) При $-4 \leqslant a \leqslant 4$; 2) при $-1 \leqslant p \leqslant 1$. **2.37.** 1) При $-\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$; 2) при $a < 3$ и $a > 1$. **2.38.** 1) При $a < -1$ и $a > 2$; 2) при $a < -3$ и $a > 1$. **2.39.** 1) При $b < -4$; 2) при $k < -2$ и $k > 2$. **2.40.** 1) При $m = 1$; 2) при $m = \frac{1}{4}$. **2.41.** Указание. Найдите наименьшее значение каждого трехчлена и выясните, при каком значении x оно достигается. **2.43.** 1) Указание. Введите замену $\frac{x^2+x-5}{x} = y$; корни уравнения: -5; 1; $-1-\sqrt{6}$; $-1+\sqrt{6}$; 2) -2; 7; $-1-\sqrt{15}$; $-1+\sqrt{15}$. **2.44.** 1) -4; 4; 2) -5; 5. **2.45.** 1) Указание. Введите замену $x(x+2) = t$; корни уравнения: -3; 1; 2) 1; 3; $2 \pm \sqrt{3}$. **2.46.** 1) Указание. Введите замену $\frac{x^2}{x+2} = t$; корни уравнения: -1; 2; 2) -6; 2. **2.47.** Указание. Воспользуйтесь тождеством $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$, затем введите замену; 1) 0,5; 2; 2) $-0{,}5$; 2; $2-\sqrt{5}$; $2+\sqrt{5}$. **2.48.** 1) Указание. Представьте знаменатели дробей в виде многочленов и используйте замену, например $x^2 + 6x + 5 = t$. Ответ. -7; 1; $\frac{-6-\sqrt{10}}{2}$; $\frac{-6+\sqrt{10}}{2}$; 2) $-2-\sqrt{3}$; $-2+\sqrt{3}$.

3. Системы уравнений

3.1. 1) (1; -3); 2) (-2; 3). **3.2.** 1) (-3; 1); 2) (1; -4). **3.3.** 1) (1; 2); $\left(-\frac{5}{8}; -\frac{7}{16}\right)$; 2) (2; -3); $\left(-2\frac{2}{3}; 3\frac{2}{9}\right)$. **3.4.** 1) (3; -2); (-3; -8); 2) (2; 0); (-1; 3). **3.5.** 1) (5; -2); (2; -5); 2) (6; 2); (2; 6). **3.6.** 1) (2; -2); (-2; -4); 2) (6; 8); (4; 2). **3.7.** 1) $(\sqrt{5}; 3\sqrt{5})$; $(-\sqrt{5}; -3\sqrt{5})$; 2) $(2\sqrt{7}; \sqrt{7})$; $(-2\sqrt{7}; -\sqrt{7})$. **3.8.** 1) $(2+\sqrt{3}; 3+4\sqrt{3})$; $(2-\sqrt{3}; 3-4\sqrt{4})$; 2) $(2+\sqrt{5}); 5+2\sqrt{5})$; $(2-\sqrt{5}); 5-2\sqrt{5})$. **3.9.** 1) 3 решения; 2) 3 решения. **3.10.** 1) (1; -2); (1; 1); (3,5; -4); 2) (4; 1); (-3; 1); (-2; 4). **3.11.** 1) (1; 2); (1; $-1{,}5$); (6; $-0{,}5$); 2) (0,5; $-3{,}25$); (1; -2); (3; -2). **3.12.** 1) (-2; 4); (8; -1); 2) (4; 6); (-3; -8). **3.13.** 1) $(-\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$; $(\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$. 2) $(-3\sqrt{3}; -2\sqrt{3})$; $(3\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$. **3.14.** 1) (6; -2); (-2; 6); (-6; 2); (2; -6); 2) (4; 2); (-4; -2); (2; 4); (-2; -4). **3.15.** 1) $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right)$; 2) $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$. **3.16.** 1) ($-6$; 3);

(3; –6); 2) (3; 1); (–1; –3). **3.17.** 1) (2,5; –0,5); 2) (5; 1). **3.18.** 1) (–4; –2); (–2; –4); 2) (3; 2); (2; 3). **3.19.** 1) (4; –3); (–3; 4); 2) (3; 2); (–2; –3). **3.20.** 1) $\left(4; -\frac{1}{2}\right)$; $\left(-4; \frac{1}{2}\right)$; 2) $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$; $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$. **3.21.** 1) (2; 1); (–2; 1); (2; –1); (–2; –1); 2) (1,5; 0,5); (1,5; –0,5); (–1,5; 0,5); (–1,5; –0,5). **3.22.** 1) (6; 1); (1; 6); 2) (6; 1); (–1; –6). **3.23.** 1) (2; 2); 2) (3; –3). **3.24.** 1) Решений нет; 2) (2; –4). **3.25.** 1) При $p = 3$; 2) при $p = 5$. **3.26.** 1) (–3; –1); (–1; –3); (1; 3); 2) (1; –4); (2; –2); (–2; 2). **3.27.** 1) $x + y + z = 6$; 2) $x + y + z = 60$. **3.28.** 1) (–3; –1); (3; 1); (1; 3); (–1; –3); 2) (2; 2); (–2; –2); (–2; 2); (2; –2). **3.29.** 1) (1; 2); (2; 1); 2) (1; –1); (–1; 1); (1; 2); (2; 1). **3.30.** 1) (–4,5; 2); (4; 2); 2) (1; 4); (1; –3,5). **3.31.** 1) $x = \frac{2}{3}$, $y = -\frac{1}{3}$; 2) $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{4}{3}$. **3.32.** 1) (0; 0); (1; 1), (1; –1); 2) (0; 0), (2; 4), (–2; 4). **3.33.** 1) При $b = \pm 3\sqrt{2}$; 2) при $p < -1$. **3.34.** 1) При $a < -\frac{\sqrt{5}}{5}$; 2) при $a > \frac{2\sqrt{5}}{5}$. **3.35.** 1) При $a = -2$; 2) при $a = -3$. **3.36.** 1) 4 решения; 2) 4 решения. **3.37.** 1) 3 решения; 2) 3 решения.

4. Неравенства

4.1. 1) $x \leqslant 2$; 2) $x \geqslant -3$. **4.2.** 1) $a = 3$; 2) $x = 2$. **4.3.** 1) При $a = 1$; 2) при $x = -1$ и $x = -2$. **4.4.** 1) $x \geqslant -0{,}8$; 2) $x \leqslant -2{,}2$. **4.5.** 1) $x \leqslant -4{,}5$; 2) $x \leqslant -1{,}7$. **4.6.** 1) $x < 0$; 2) $4 < x < 18$. **4.7.** 1) $x < \frac{2}{3}$ или $x > 2$; 2) $-2 < x < 2{,}5$. **4.8.** 1) $-1 \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}$; 2) $-1{,}5 \leqslant x \leqslant 2$. **4.9.** 1) $x \leqslant -\frac{2}{3}$ или $x \geqslant 2$; 2) $\frac{2}{5} \leqslant x \leqslant 4$. **4.10.** 1) При $0 \leqslant x \leqslant \frac{4}{3}$; 2) при $x \leqslant -2$ и $x \geqslant 0$. **4.11.** 1) $-3 \leqslant x \leqslant 1$; 2) $-2 \leqslant x \leqslant 5$. **4.13.** 1) $\sqrt{11} + \sqrt{13}$; 2) $\sqrt{14} + \sqrt{15}$; **4.15.** 1) $x < 1{,}5$; 2) $x < -2{,}5$. **4.16.** 1) $-4 < x < 4$; 2) $x < -3$ или $x > 3$. **4.17.** 1) $x < -4{,}5$ или $x > 3$; 2) $x < -4$ или $x > 0{,}4$. **4.18.** 1) x — любое число; 2) $\varnothing$. **4.19.** 1) При $0 < x \leqslant 1$ и $x \geqslant 3$; 2) при $x \leqslant -2$ и $-1 \leqslant x < 0$. **4.20.** 1) –3; –2; 2) –2; –1; 0. **4.21.** 1) $\frac{5}{6} < x < 2$; 2) $-3 < x < \frac{1}{3}$. **4.22.** 1) 1; 2; 3; 5; 2) –2; –1; 0, 1; 3. **4.23.** 1) $a = -5$; 2) $a = 8$. **4.24.** 1) $-3 \leqslant x \leqslant -2$, $2 \leqslant x \leqslant 3$; 2) $-2 \leqslant x \leqslant -1$, $1 \leqslant x \leqslant 2$. **4.25.** 1) $x \leqslant -2$ и $x \neq -3$; $x \geqslant 2\frac{1}{3}$ и $x \neq 3$; 2) $x \leqslant \frac{2}{3}$ и $x \neq -2$; $x \geqslant 1$ и $x \neq 2$. **4.26.** 1) $x < -3\frac{3}{4}$; $-3\frac{3}{4} < x \leqslant -3$, $x \geqslant 2{,}5$; 2) $x \leqslant -1{,}5$, $x \geqslant 4$ и

$x \neq 5{,}5$. **4.27.** 1) $x \neq -1$, $x \neq 2$; 2) $x \neq 1$, $x \neq -2$. **4.29.** 1) $x = -6$; 2) $x = -17$. **4.30.** 1) $x > 3\frac{1}{4}$; 2) $x < 3\frac{1}{3}$.

4.31. 1) $x > 2$; 2) $x < -3$. **4.32.** 1) $x < \sqrt{6} - 2$, $x > \sqrt{3} - 1$; 2) $\sqrt{5} - 2 < x < \sqrt{2} - 1$. **4.33.** 1) 7; 2) 9; 10. **4.34.** 1) $-2 < x < -1$ или $1 < x < 2$; 2) $x \leqslant -3$, или $-2 \leqslant x \leqslant 2$, или $x \geqslant 3$. **4.35.** 1) $x = -3$; 2) $x = -2$. **4.36.** Указание. Здесь и в заданиях **4.37—4.38** используйте подходящую замену. Например, в задании **4.36** (1) введите замену $y = x^2 + 1$. Ответ. 1) $x \leqslant -3$, $-1 \leqslant x \leqslant 1$, $x \geqslant 3$; 2) $-4 \leqslant x \leqslant -2$, $2 \leqslant x \leqslant 4$. **4.37.** 1) $x < -2$, $x > 0$; 2) $x < 0$, $x > 4$. **4.38.** 1) $-3 < x < -2$, $-1 < x < 0$; 2) $-1 \leqslant x \leqslant 0$, $4 \leqslant x \leqslant 5$.

4.39. 1) $1 < a < 3$; 2) $-2 < p < 3$. **4.40.** 1) $x < \sqrt{3} - \sqrt{7}$; 2) $\sqrt{6} - 3 < x < \sqrt{5} - 2\sqrt{2}$. **4.41.** 1) $p > -2$; 2) $a \leqslant 4{,}4$. **4.42.** 1) $11 < m \leqslant 12$; 2) $-3 < m \leqslant -2$. **4.43.** 1) -1; 0; 1; 2) -1; 0; 1; 2. **4.44.** 1) $x < -2$, $0 < x < 1$, $x > 3$; 2) $-2 < x < 0$, $1 < x < 3$.

5. Функции

5.1. 1) Если $0 \leqslant x \leqslant 8$, то $-1 \leqslant y \leqslant 3$; 2) если $0 \leqslant x \leqslant 9$, то $-2 \leqslant y \leqslant 1$. **5.2.** 1) $y < 0$ при $x < 2{,}5$; 2) $y > 0$ при $x < -1{,}5$. **5.3.** 1) $0 \leqslant y \leqslant 1{,}5$ при $0 \leqslant x \leqslant 3$; 2) $-2 \leqslant y \leqslant 0$ при $0 \leqslant x \leqslant 6$. **5.4.** 1) $y_{\text{наиб}} = -1$; 2) $y_{\text{наим}} = 2$. **5.5.** 1) $y < 0$, если $x < -4$ и $x > 0$; 2) $y > 0$, если $x < 0$ и $x > 2$. **5.6.** 1) Область значений — промежуток $[-3; +\infty)$; 2) область значений — промежуток $(-\infty; 2]$. **5.7.** 1) Если $0 \leqslant x \leqslant 4$, то $-4 \leqslant y \leqslant 5$; 2) если $0 \leqslant x \leqslant 3$, то $-3 \leqslant y \leqslant 1$. **5.8.** 1) $(\sqrt{6}; 0)$, $(-\sqrt{6}; 0)$. 2) $(\sqrt{3}; 0)$, $(-\sqrt{3}; 0)$. **5.9.** 1) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; -3]$ и убывает на промежутке $[-3; +\infty)$; 2) функция убывает на промежутке $(-\infty; 2]$ и возрастает на промежутке $[2; +\infty)$. **5.10.** 1) Функция убывает на промежутке $(-\infty; 2]$; 2) функция убывает на промежутке $[-2; +\infty)$. **5.11.** 1) График — прямая $y = -x + 3$ без точки (2; 1); $y > 0$, если $x < 3$ и $x \neq 2$; 2) график — прямая $y = x - 4$ без точки (2; -2); $y < 0$, если $x < 4$ и $x \neq 2$. **5.12.** 1) График — прямая $y = -\frac{x+2}{4}$ без точки (2; -1); область значений — множество всех чисел, кроме -1; 2) график — прямая $y = -\frac{x-3}{2}$ без точки (-3; 3); область значений — множество всех чисел, кроме 3. **5.13.** 1) Указание. Функцию можно задать формулой $y = x(x + 1)$, где $x \neq 1$. Её графиком является парабола без точки с абсциссой, равной 1. Ответ. $y > 0$ на промежутках $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$ и $(1; +\infty)$. 2) Указание. Функцию можно задать формулой $y = -x(x - 2)$, где $x \neq -2$. Её график — парабола без точки с абсциссой, равной −2. Ответ. $y < 0$ на промежутках $(-\infty; -2)$, $(-2; 0)$ и $(2; +\infty)$. **5.14.** 1) График — гипербола $y = \frac{2}{x}$ без точки $\left(-4; -\frac{1}{2}\right)$; $y < 2$ при $x > 1$, $x < -4$ и $-4 < x < 0$; 2) график — гипербола $y = -\frac{6}{x}$ без точки $(2; -3)$; $y < 6$ при $x < -1$, $0 < x < 2$, $x > 2$. **5.15.** 1) График изображён на рисунке 1; $f(-10) = -6$; 2) $f(-20) = 7$. **5.16.** 1) График изображён на рисунке 2; функция возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; 2]$; 2) функция возрастает на промежутках $[-1; 0]$ и $[1; +\infty)$. **5.17.** 1) График изображён на рисунке 3; функция убывает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[0; 1]$; 2) функция возрастает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[0; 1]$. **5.18.** 1) График изображён на рисунке 4; $f(x) \geqslant 0$, если $x = 0$ и $|x| \geqslant 3\frac{1}{3}$; 2) $f(x) > 0$, если $|x| < 3\frac{1}{3}$; и $x \neq 0$.

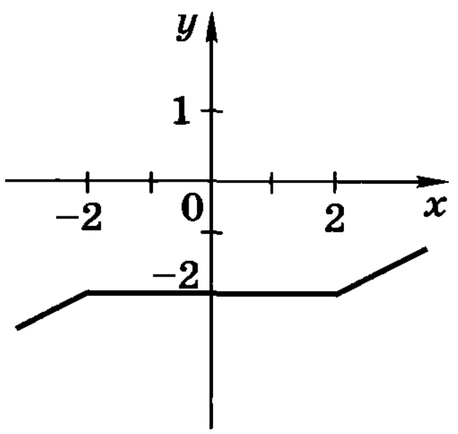


Рис. 1

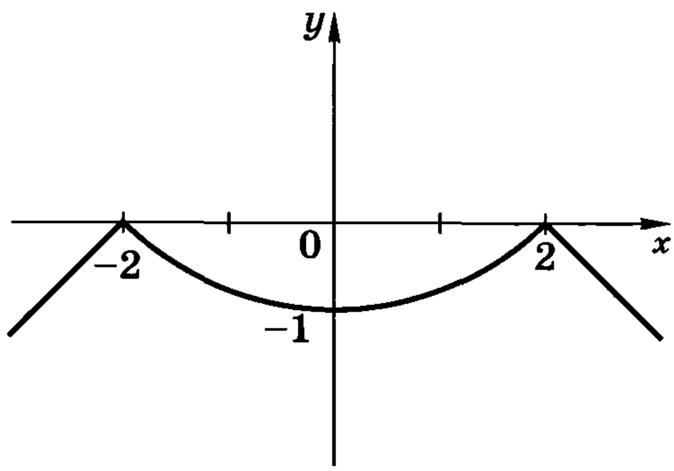


Рис. 2

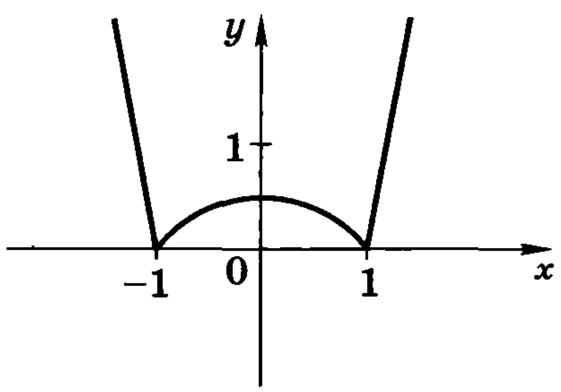


Рис. 3

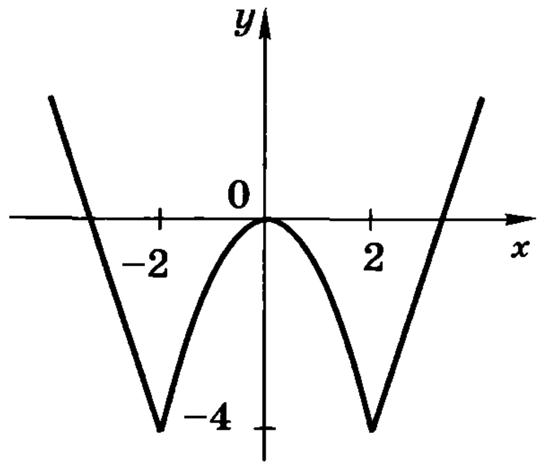


Рис. 4

5.19. 1) График изображён на рисунке 5; $f(x) > 0$, если $|x| < \sqrt{6}$ и $x \neq 0$; 2) $f(x) \geqslant 0$, если $x = 0$ и $|x| \geqslant \sqrt{6}$. **5.20.** 1) График изображён на рисунке 6(1); $y \geqslant 0$, если $x \leqslant -1$ и $x > 0$;
2) график изображён на рисунке 6(2); $y > 0$, если $x < -1$ и $-1 < x < 1$. **5.21.** 1) Прямая $y = m$ имеет с графиком 3 общие точки при $m = 3$; 2) прямая $y = m$ имеет с графиком 3 общие точки при

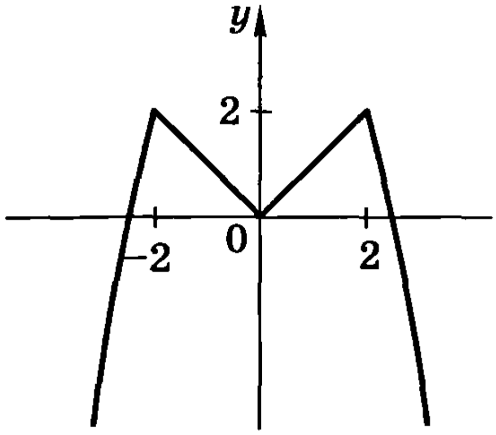


Рис. 5

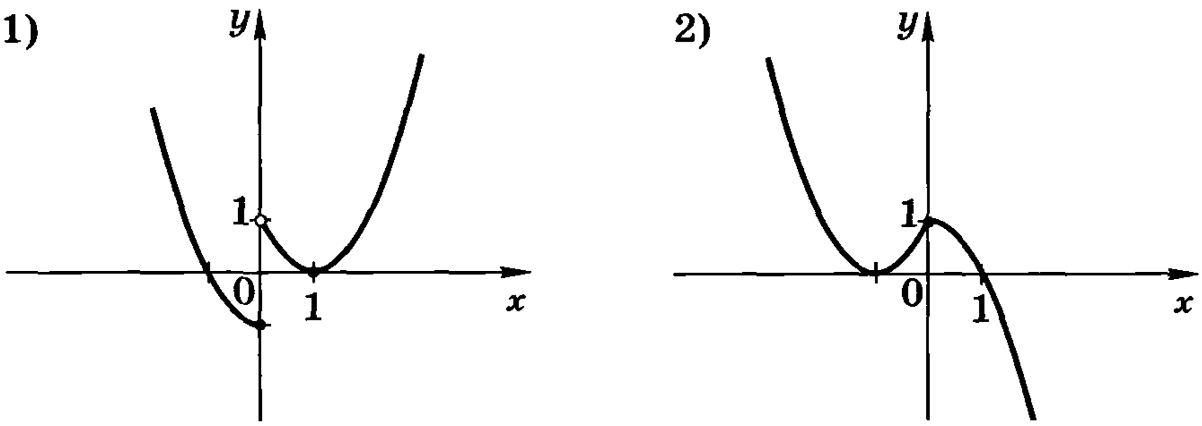


Рис. 6

$m = -2$. **5.22.** 1) Прямая $y = m$ имеет с графиком две общие точки при $m = 4$ и $m = 0$; 2) прямая $y = m$ имеет с графиком две общие точки при $m = -9$ и $m = 0$. **5.23.** 1) Прямая $y = m$ имеет с графиком 3 общие точки при $0 < m < 4$; 2) прямая $y = m$ имеет с графиком 3 общие точки при $-9 < m < 0$. **5.24.** 1) Указание. Функцию можно задать формулой $y = -x - 1$, где $x \neq 0$ и $x \neq 2$. Ответ. Неравенство $y \leqslant 3$ выполняется при $-4 \leqslant x < 0$, $0 < x < 2$, $x > 2$. 2) Указание. Функцию можно задать формулой $y = -x + 1$, где $x \neq 0$ и $x \neq 2$. Ответ. Неравенство $y \leqslant 2$ выполняется при $-1 \leqslant x < 0$, $0 < x < 2$, $x > 2$. **5.25.** Указание. 1) Функцию можно задать формулой $y = (x + 1)(x + 3)$, где $x \neq -2$ и $x \neq -4$; 2) функцию можно задать формулой $y = (x + 3)(x - 1)$, где $x \neq 2$ и $x \neq -1$. **5.26.** 1) При $m = 4$ и $m = 3$; 2) таких значений m нет. **5.27.** 1) При $p = -9$ и $p > -8$; 2) при $p = 4$ и $p < 3$. **5.28.** 1) График изображён на рисунке 7(1); прямая $y = m$ имеет с графиком две общие точки при $m = 3$ и $m = -1$; 2) график изображён на рисунке 7(2); прямая $y = m$ имеет с графиком три общие точки при $-6 < m < -2$. **5.29.** 1) При $0 < p < 1$ и при $2 < p < 5$; 2) при $p = -2$ и $0 \leqslant p < 2$.

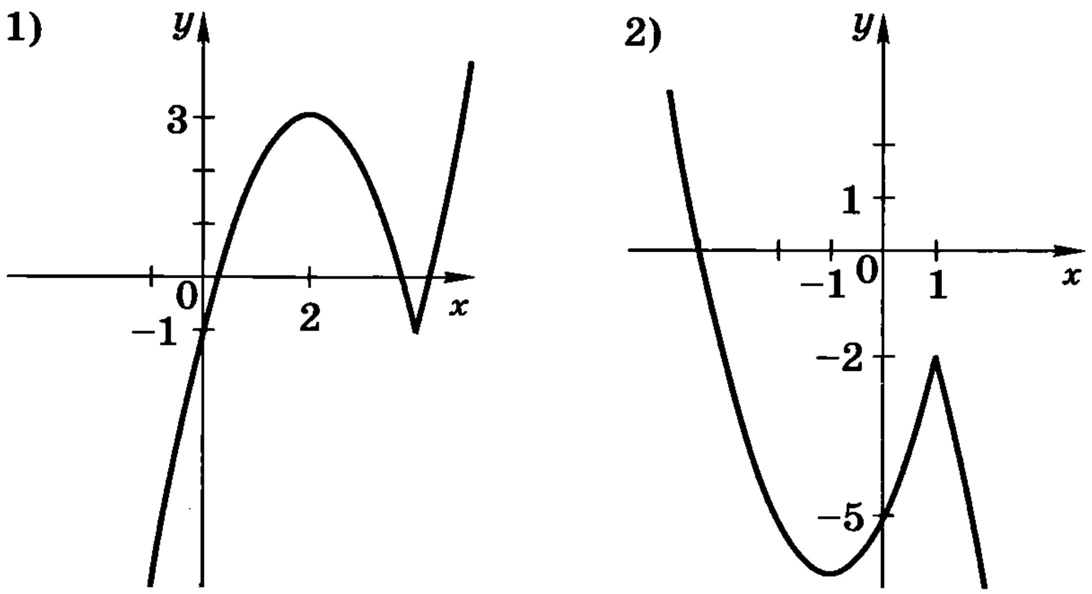


Рис. 7

5.30. 1) $A(-2;\ 0)$, $B(0;\ 4)$, $C(2;\ 0)$; 2) $M(-2;\ 0)$, $N(-1;\ 0)$, $K(0;\ 2)$.

5.31. 1) $A(-1;\ 0)$, $B(0;\ -1)$, $C\left(\frac{1}{3};0\right)$; 2) $K(0;\ 1)$, $L\left(-\frac{1}{2};0\right)$ $M(1;\ 0)$.

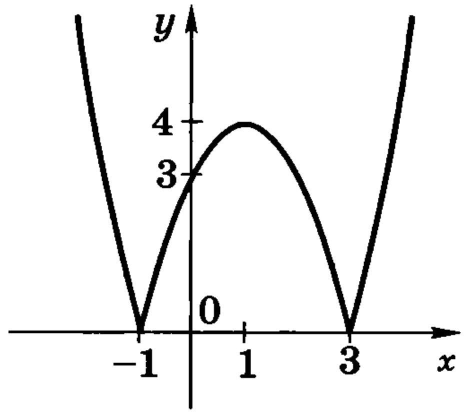


Рис. 8

5.32. 1) График функции изображён на рисунке 8; прямая $y = m$ может иметь с графиком две общие точки (при $m = 0$ и $m > 4$), три общие точки (при $m = 4$), четыре общие точки (при $0 < m < 4$); 2) прямая $y = m$ может иметь с графиком две общие точки (при $m = 0$ и $m > 9$), три общие точки (при $m = 9$), четыре общие точки (при $0 < m < 9$). **5.33.** 1) График функции изображён на рисунке 9;

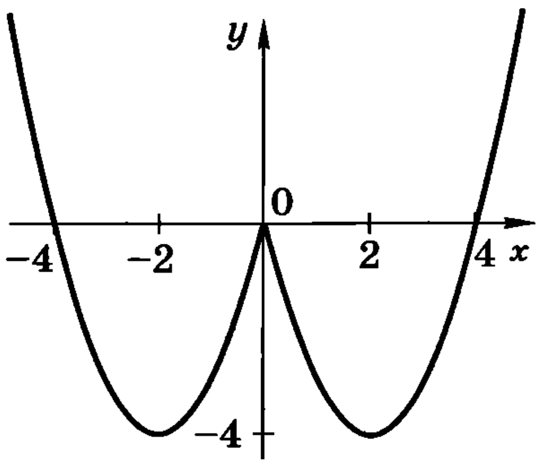


Рис. 9

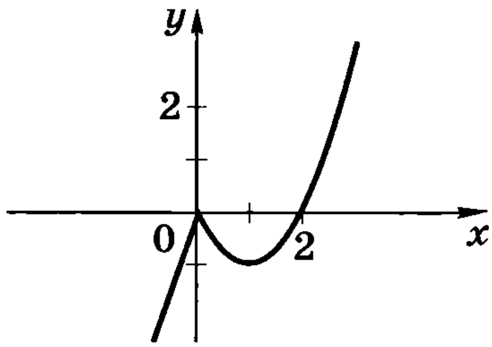


Рис. 10

прямая $y = m$ может иметь с графиком две общие точки (при $m = -4$ и $m > 0$), три общие точки (при $m = 0$), четыре общие точки (при $-4 < m < 0$); 2) прямая $y = m$ может иметь с графиком две общие точки (при $m = 1$ и $m < 0$), три общие точки (при $m = 0$), четыре общие точки (при $0 < m < 1$). **5.34.** Указание. Задайте функцию «кусочно», рассмотрев случаи $x \geqslant 0$ и $x < 0$. 1) График изображён на рисунке 10; прямая $y = p$ может иметь с графиком одну общую точку (при $p > 0$ и $p < -1$), две общие точки (при $p = 0$ и $p = -1$), три общие точки (при $-1 < p < 0$); 2) прямая $y = p$ может иметь с графиком одну общую точку (при $p < -1$ и $p > 1$), две общие точки (при $p = 0$ и $p = 1$), три общие точки (при $0 < p < 1$).

5.35. 1) $(1-\sqrt{2};\ 3-\sqrt{2})$, $(1;\ 1)$; 2) $(-1;\ -1)$, $(\sqrt{2}-1)$; $(\sqrt{2}-3)$.

5.36. 1) $(-1;\ 3)$, $(-3;\ 3)$, $(\sqrt{7}-2;\ 3)$; 2) $(1;\ 5)$, $(5;\ 5)$, $(3-\sqrt{14};\ 5)$.

5.37. 1) Указание. Область определения функции находим из условия $x^2 - 1 \geqslant 0$ и $x \neq 1$; на области определения она задаётся формулой $y = x + 1$. 2) Указание. Область определения функции находим из условия $4 - x^2 \geqslant 0$ и $x \neq 2$; на области определения она задаётся формулой $y = -x + 2$. **5.38.** Указание. Для преобразования формулы воспользуйтесь тождеством $(\sqrt{a})^2 = a$, где $a \geqslant 0$. **5.39.** 1) Указание. Представьте данную формулу в виде $y=-(\sqrt{x}-2)^2+5$. Ответ. Наибольшее значение функции равно 5, оно достигается при $x = 4$; 2) $y=(\sqrt{x}-3)^2-9$; наименьшее значение функции равно -9, оно достигается при $x = 9$. **5.40.** 1) Указание. Представьте формулу в виде $y=1+\frac{5}{x^2+5}$. Ответ. 1) $y_{\text{наиб}} = 2$; 2) $y=1-\frac{2}{x^2+8}$, $y_{\text{наим}} = \frac{3}{4}$.

6. Координаты и графики

6.1. 1) $y = -0{,}4x + 2$; $(5;\ 0)$; 2) $y = 0{,}5x - 3$; $(6;\ 0)$. **6.2.** 1) $y = -1{,}5x + 8$; 2) $y = 3{,}6x + 10$. **6.3.** 1) $y=\frac{1}{2}x-4{,}5$; во II координатной четверти; 2) $y = -2{,}5x - 12$; в I координатной четверти. **6.4.** 1) $a = 1$; пересекает; 2) $b = -1$; не пересекает. **6.5.** 1) $(3;\ 4)$, $(-2;\ -2)$, $(4;\ -2)$; 2) $(-2;\ -1)$, $(3;\ 3)$, $(3;\ -2)$. **6.6.** 1) Проходят; 2) проходят. **6.7.** 1) $y=\frac{1}{3}x-3$; $(9;\ 0)$ и $(0;\ -3)$; 2) $y = -0{,}5x + 2$; $(0;\ 2)$ и $(4;\ 0)$. **6.8.** 1) Нет; 2) да. **6.9.** 1) Прямая AB: $y = 5$; прямая BC: $x = 8$; прямая AC: $y = -0{,}5x + 6$;

2) прямая MN: $y = 4$; прямая MP: $x = -1$; прямая NP: $y = 2x - 6$. **6.10.** 1) $(-3; 0)$ и $(3; 0)$; 2) $(1; 0)$ и $(-1; 0)$. **6.11.** 1) $y=\frac{1}{4}x^2$; $(6; 9)$ и $(-6; 9)$; 2) $y=-\frac{1}{3}x^2$; $(9; -27)$ и $(-9; -27)$. **6.12.** 1) $c = -6$; не пересекает; 2) $c = 6$; не пересекает. **6.13.** 1) $(\sqrt{6}; 0)$ и $(-\sqrt{6}; 0)$; 2) $(\sqrt{10}; 0)$ и $(-\sqrt{10}; 0)$. **6.14.** 1) При $-\frac{1}{3} < a < 0$; 2) при $0 < a < 2\frac{1}{4}$. **6.15.** 1) $(4; 0)$; 2) $(5; 0)$. **6.16.** 1) При $-1 < k < 3$; 2) при $k < -2$ и $k > 6$. **6.17.** 1) $\left(\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right), \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}; -\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$; 2) $\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{3}{\sqrt{2}}; -\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$. **6.18.** 1) Проходит; 2) не проходит. **6.19.** 1) Указание. Сначала найдите значение k, при котором уравнение $kx + 3 = \frac{3}{x}$ имеет единственное решение. Ответ. 1) $(4; 0)$; 2) $(-4; 0)$. **6.20.** 1) $(2; 3)$; 2) $(-3; 2)$. **6.21.** 1) Указание. Уравнение прямой, пересекающей ось ординат в точке $(0; -2)$, имеет вид $y = kx - 2$; далее составьте уравнение для нахождения общих точек прямой и параболы и определите значения k, при которых оно имеет единственное решение. Ответ. 1) $\left(-\frac{2}{7}; 0\right)$; 2) $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$. **6.22.** 1) $(3; 9)$; 2) $(-2; 5)$. **6.23.** 1) При $-4 < c < 4$; 2) при $c < -6$ и $c > 6$. **6.24.** 1) $(2; -1)$; 2) $(-3; 1)$. **6.25.** Указание. Сначала составьте уравнение параболы, проходящей через заданные точки. Ответ. 1) $(3; -5)$ 2) $(-1; -6)$ **6.26.** 1) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$; 2) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$. **6.27.** 1) Указание. Возможны разные способы составления уравнения параболы; один из них — воспользоваться уравнением вида $y = a(x - x_0)^2 + y_0$, где $(x_0; y_0)$ — координаты вершины параболы. Ответ. 1) $(-3; 0)$ и $(1; 0)$; 2) $(1; 0)$ и $(5; 0)$. **6.28.** 1) $y = \frac{1}{2}x^2 + 6x + 10$; 2) $y = -2x^2 + 4x + 16$. **6.29.** 1) $-3 < n < 1$; 2) $-3 < m < 5$. **6.30.** 1) $p < -1$; 2) $p < -3$. **6.31.** 1) $-3 < m < 3$; 2) $m < -1$, $m > 1$. **6.32.** Указание. Докажите, что вершина параболы $y = x^2 - 2px - 1$ при любых значениях p расположена ниже оси x. Ответ. 1) При $p < -\frac{1}{4}$ и $p > 0$; 2) при $-\frac{1}{9} < m < 0$. **6.33.** 1) При $a < -5$; 2) при $a > -7$. **6.34.** 1) $a > 1$; 2) $a > 2$. **6.35.** 1) $b = -3$; 2) $b = 5$. **6.36.** 1) $m = -30$; 2) $a = -36$. **6.37.** 1) $y = \begin{cases} \frac{2}{3}x + 2, & \text{если } x \leqslant 3 \\ -2x + 10, & \text{если } x > 3; \end{cases}$

2) $y=\begin{cases}-1{,}5x-3, \text{ если } x\leqslant 2\\ 3x-12, \text{ если } x>2.\end{cases}$ **6.38.** 1) $\frac{1}{3}<k<2$; 2) $-3<k<-1$.

6.39. 1) $\frac{1}{2}<k<2$; 2) $-2<k<-1$. **6.40.** 1) $0<k<\frac{2}{3}$; 2) $-\frac{1}{3}<k<0$. **6.41.** 1) $-1<p\leqslant 1$; 2) $-2<p\leqslant 2$. **6.42.** 1) $S=4\frac{1}{12}$; 2) $S=1{,}5$. **6.43.** 1) $S=42{,}5$; 2) $S=51$. **6.44.** 1) При $p=\pm 9$; 2) при $p=\pm\frac{1}{8}$. **6.45.** 1) $y=-6x+18$; 2) $y=\frac{1}{8}x+3$. **6.46.** Графиком уравнения являются две параллельные прямые: 1) $y=-3x+1$ и $y=-3x-1$; 2) $y=0{,}5x-0{,}5$ и $y=0{,}5x+0{,}5$. **6.47.** 1) График представляет собой объединение гиперболы $xy=1$ и прямой $y=x$; 2) график представляет собой объединение параболы $y=\frac{1}{2}x^2$ и двух вертикальных прямых $x=1$ и $x=-1$. **6.48.** 1) Гипербола $xy=1$ без точек (1; 1) и (−1; −1); 2) парабола $y=\frac{1}{2}x^2$ без точек с абсциссами 1 и −1. **6.49.** 1) Окружность $x^2+y^2=1$ без четырёх точек, принадлежащих прямым $y=x$ и $y=-x$; 2) окружность $x^2+y^2=9$ без четырёх точек, принадлежащих прямым $y=x$ и $y=-x$. **6.50.** 1) Прямая $y=\frac{1}{2}x$ без точки (2; 1); 2) парабола $y=x^2$ без точки (−2; 4).

7. Арифметическая и геометрическая прогрессии

7.1. 1) 20,4; 2) −28,5. **7.2.** 1) Является; 2) не является. **7.3.** 1) $n=29$; 2) $n=38$. **7.4.** 1) Начиная с номера 65; 2) начиная с номера 48. **7.5.** 1) 19; 2) 14. **7.6.** 1) 4335; 2) 6035. **7.7.** 1) 15 чисел; 2) 14 чисел. **7.8.** 1) 27 чисел; 2) 18 чисел. **7.9.** 1) $b_1=3^4$ или $b_1=-3^4$; 2) $b_1=2^{-5}$ или $b_1=-2^{-5}$. **7.10.** 1) $\frac{21}{32}$; 2) $-\frac{63}{64}$. **7.11.** 1) $n=56$; 2) $n=47$. **7.12.** 1) 0,6; 2) 0,3. **7.13.** 1) −35,1; 2) 42,9. **7.14.** 1) Не существует; 2) существует. **7.15.** 1) 6; 8,2; 10,4; 12,6; 14,8; 17; 2) 12; 15,5; 19; 22,5; 26. **7.16.** 1) $a_1=25$, $d=-2$; 2) $a_1=-4$, $d=3$. **7.17.** 1) $a_5=25$; 2) $a_4=16$. **7.18.** 1) 17,5; 2) 18. **7.19.** 1) 17 чисел; 2) 23 числа. **7.20.** 1) 3825; 2) 9150. **7.21.** 1) *Указание.* Из суммы всех натуральных чисел от 1 до 200 вычтите сумму тех из них, которые делятся на 6. *Ответ.* 1) 16 734; 2) 26 965. **7.22.** 1) 1210; 2) 1342. **7.23.** 1) Существует; 2) не существует.

7.24. 1) $2\sqrt{3}, 6, 6\sqrt{3}$ или $-2\sqrt{3}, 6, -6\sqrt{3}$; 2) $3\sqrt{2}, 6, 6\sqrt{2}$ или $-3\sqrt{2}, 6, 6\sqrt{2}$. **7.25.** 1) 27, 18, 12; 2) 80, 60, 45. **7.26.** 1) 9; 3; 1; $\frac{1}{3}$ или −9; −3; −1; $-\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; −1; 2; −4 или $-\frac{1}{2}$; 1; −2; 4. **7.27.** 1) 765 или 255; 2) 728 или 364. **7.28.** 1) 3280; 2) −2457. **7.29.** 1) 60; 2) 57. **7.30.** 1) 65; 2) 82,5. **7.31.** 1) На 200; 2) на 400. **7.32.** Указание. Совпадающие члены данных прогрессий также составляют арифметическую прогрессию, разность которой равна наименьшему общему кратному разностей данных прогрессий. Первый совпадающий член двух данных прогрессий можно найти, непосредственно выписав несколько последовательных членов каждой из них. Ответ. 1) 7710; 2) 1810. **7.33.** 1) $x = 1$;2) $x = -1$. **7.34.** Указание. Преобразуйте выражение, используя формулу разности квадратов. Ответ. 1) 1275; 2) −5050. **7.35.** 1) Указание. S_n принимает наименьшее значение, если $a_n < 0$ и $a_{n+1} \geqslant 0$. Ответ. $S_{\text{наим}} = S_5 = -75$; 2) $S_{\text{наиб}} = S_6 = 99$. **7.36.** 1) 5253; 2) 7599. **7.37.** 1) Указание. Из суммы чётных трёхзначных чисел надо вычесть сумму трёхзначных чисел, кратных 3. Ответ. 1) 164 700; 2) 148 500. **7.38.** 1) 41 400; 2) 27 450. **7.39.** 1) 315; 2) 270. **7.40.** 1) Указание. Все числа такого вида образуют арифметическую прогрессию, которую можно задать формулой $a_n = 5n - 2$, где $n \in N$. Ответ.1) 4020; 2) 3775. **7.41.** 1) $a_1 = 11$, $d = 2$; $a_1 = 2$, $d = 4$; 2) $a_1 = 2$, $d = 6$; $a_1 = 9$, $d = 4$; $a_1 = 16$, $d = 2$. **7.42.** 1) 6; 2) 8.**7.43.** 1) 1; 2) 48. **7.44.** 1) 10 членов; 2) 5 членов. **7.45.** 1) 34; 20; 6; 2) 6; 21; 36. **7.46.** 1) $q = 2+\sqrt{2}$. 2) $q = 2+\sqrt{2}$. **7.47.** 1) Больше сумма первых восьми членов геометрической прогрессии; 2) больше сумма первых шести членов геометрической прогрессии. **7.48.** 1) $q = -2$; 2) $q = \frac{1}{3}$.

8. Текстовые задачи

8.1. 1) 960 м; 2) на расстоянии 180 км. **8.2.** 1) 5 км/ч и 6 км/ч; 2) 32 км/ч и 40 км/ч. **8.3.** 1) На 7,5 км; 2) на 8 км. **8.4.** 1) 2 км/ч; 2) 3 км/ч. **8.5.** 1) 240 м; 2) 54 м. **8.6.** 1) 1680 м^2; 2) 1200 м^2. **8.7.** 1) 80 км/ч; 2) 100 км/ч. **8.8.** 1) 4 км/ч и 5 км/ч; 2) 12 км/ч и 18 км/ч. **8.9.** 1) 60 км; 2) 15 км. **8.10.** 1) 10 км; 2) 8 км. **8.11.** 1) 72 км/ч и 60 км/ч; 2) 80 км/ч и 120 км/ч. **8.12.** 1) 200 задач; 2) 168 слов. **8.13.** 1) За 15 мин и за 30 мин; 2) за 30 мин и за 1 ч. **8.14.** 1) Фирма A за 8 дней, фирма B за 12 дней; 2) за 20 дней и за 30 дней. **8.15.** 1) За 28 дней и за 22 дня; 2) за 21 день и за 28 дней. **8.16.** 1) За 20 ч и за 30 ч; 2) первый оператор за 12 ч, второй — за 24 ч. **8.17.** 1) 80% избирателей; '2) 90% избирателей. **8.18.** 1) 20% слушателей;

2) 44% учащихся. **8.19.** 1) 1000 р. и 2000 р.; 2) 350 и 550. **8.20.** 1) 480 и 650; 2) 23 и 32. **8.21.** 1) 500 кг сена; 2) 200 г сухих грибов. **8.22.** 1) 45 г; 2) 50 г. **8.23.** 1) 42 г; 2) 40 г. **8.24.** 1) 72 км/ч и 60 км/ч; 2) 4,5 км/ч и 4,8 км/ч. **8.25.** 1) 3,6 км; 2) 6 км. **8.26.** 1) За 6 ч; 2) через 2 ч 40 мин. **8.27.** 1) Скорость на подъёме 4 км/ч, скорость на спуске 6 км/ч, длина подъёма 4 км; 2) скорость на подъёме 3 км/ч, скорость на спуске 6 км/ч, длина спуска 4 км. **8.28.** 1) В 6 раз; 2) в 5 раз. **8.29.** 1) 6 км/ч; 2) 80 км/ч. **8.30.** 1) 1 ч; 2) 30 мин. **8.31.** 1) 4 ч; 2) 1,5 ч. **8.32.** 1) $\frac{2}{5}$ пути; 2) $\frac{1}{2}$ пути. **8.33.** 1) 9 км/ч; 2) 10 км/ч. **8.34.** 1) Первая мельница — 475 ц, вторая — 480 ц, третья — 375 ц; 2) Маше 20 с., Тане 16 с., Оле 18 с. **8.35.** 1) За 2 ч 40 мин; 2) за 8 мин. **8.36.** 1) На 75%; 2) 70%. **8.37.** 1) 40% и 24%; 2) 42% и 30%. **8.38.** 1) 2 : 1; 2) 1 : 2. **8.39.** 1) Предновогодняя; на 10%; 2) цена в конце года; на 30%. **8.40.** 1) Первоначальная стоимость первой картины в 2 раза больше, чем второй; 2) за питание платили в 1,5 раза больше, чем за проживание. **8.41.** 1) 4 кг; 2) на 1,5 р. **8.42.** 1) На 5%; 2) на 5%. **8.43.** 1) 36 учеников; 2) 30 учеников.

РАЗДЕЛ III

Тренировочные задания по курсу геометрии

Задания, включённые в этот раздел, направлены на проверку следующих умений:
— распознавать геометрические фигуры (плоские и пространственные), различать их взаимное расположение; изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условиям задач;
— вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), используя известные формулы;
— решать геометрические задачи на вычисление геометрических величин, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический и тригонометрический аппарат, соображения симметрии;
— проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования;
— использовать приобретённые знания и умения для решения практических задач, связанных с нахождением геометрических величин (используя при необходимости справочники и технические средства).

Первая часть экзаменационной работы

Прямые и углы

1. Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Найдите угол α (рис. 1, рис. 2).

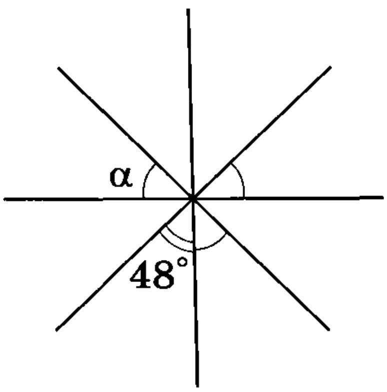


Рис. 1

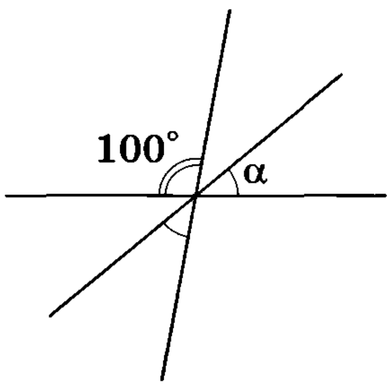


Рис. 2

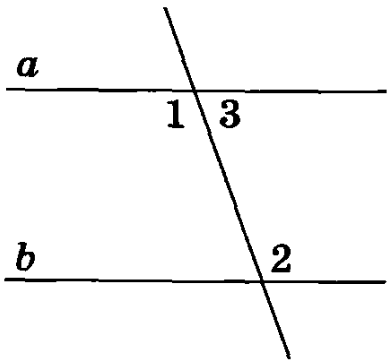


Рис. 3

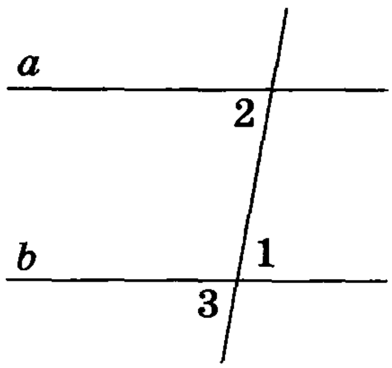


Рис. 4

2. 1) Один из смежных углов в 5 раз больше другого. Найдите эти углы.

2) Один из смежных углов в 3 раза меньше другого. Найдите эти углы.

3. 1) Прямые a и b параллельны, $\angle 1 + \angle 2 = 220°$ (рис. 3). Найдите $\angle 3$.

2) Прямые a и b параллельны, $\angle 1 + \angle 2 = 160°$ (рис. 4). Найдите $\angle 3$.

4. 1) Найдите величину угла AOE (рис. 5), если OE — биссектриса угла AOC, OD — биссектриса угла COB.

2) Найдите величину угла KOC (рис. 6), если OK — биссектриса угла AOC, OM — биссектриса угла COB.

5. 1) Чему равен угол ABC, если биссектрисы углов ABD и DBC образуют между собой угол 35° (рис. 7)?

2) Чему равен угол между биссектрисами углов ABD и DBC, если величина угла ABC равна 130° (рис. 8)?

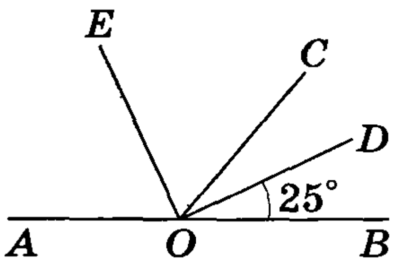


Рис. 5

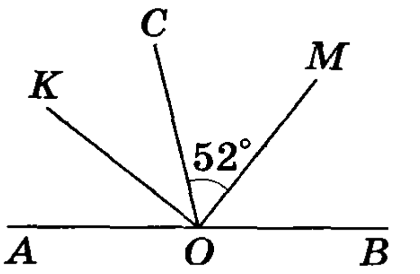


Рис. 6

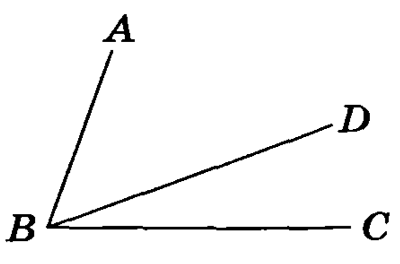


Рис. 7

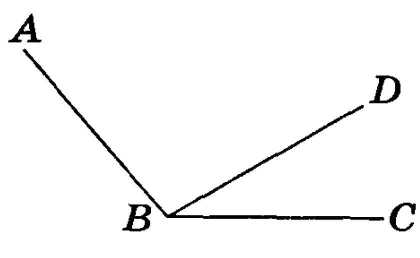


Рис. 8

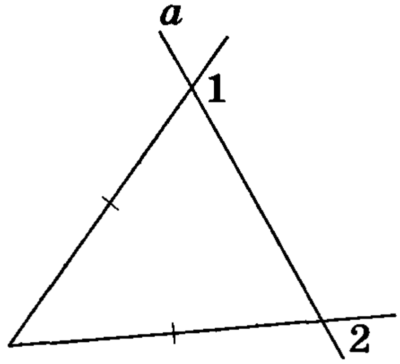


Рис. 9

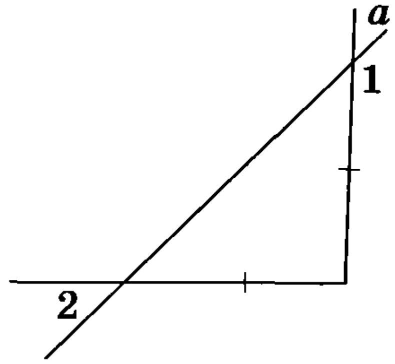


Рис. 10

Треугольники

Элементы треугольника, равнобедренный треугольник, сумма углов треугольника

6. 1) Прямая a пересекает стороны угла и отсекает на них равные отрезки. Найдите $\angle 2$, если $\angle 1 = 115°$ (рис. 9).
2) Прямая a пересекает стороны угла и отсекает на них равные отрезки. Найдите $\angle 1$, если $\angle 2 = 44°$ (рис. 10).

7. 1) Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 35°$ (рис. 11).
2) Найдите $\angle 3$, если $\angle 1 = 25°$, $\angle 2 = 110°$ (рис. 12).

8. 1) Найдите **неверное** утверждение о сторонах треугольника ABC, изображённого на рисунке 13.
1) $AB = AC$ 3) $AC > BC$
2) $AB < BC$ 4) $AC < AB + BC$
2) Найдите **неверное** утверждение о сторонах треугольника ABC, изображённого на рисунке 14.
1) $BC < AB$ 3) $AC + CB > AB$
2) $AC = CB$ 4) $AB = AC$

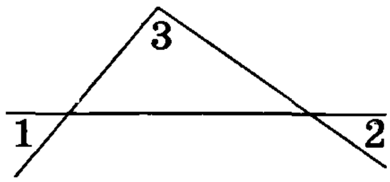


Рис. 11

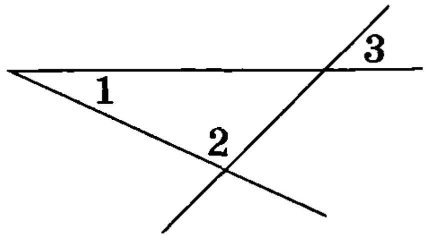


Рис. 12

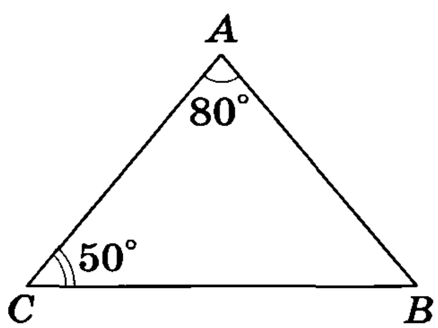


Рис. 13

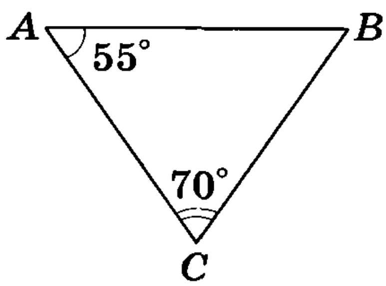


Рис. 14

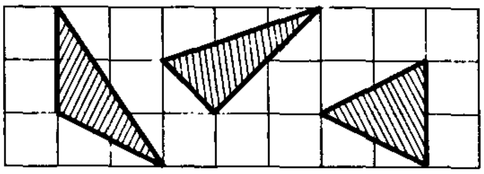


Рис. 15

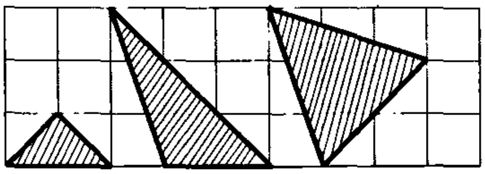


Рис. 16

9. 1) Какой треугольник **не изображён** на рисунке 15?
1) прямоугольный 3) равносторонний
2) тупоугольный 4) равнобедренный
2) Какой треугольник **не изображён** на рисунке 16?
1) тупоугольный 3) равнобедренный
2) прямоугольный 4) равносторонний

Средняя линия треугольника, подобие треугольников

10. 1) Периметр равностороннего треугольника равен 24 см. Найдите длину средней линии этого треугольника.
1) 6 см 2) 12 см 3) 8 см 4) 4 см
2) В равностороннем треугольнике ABC проведена средняя линия MN. Найдите периметр треугольника ABC, если $MN = 6$ см.
1) 12 см 2) 18 см 3) 24 см 4) 36 см

11. 1) Среди треугольников, изображённых на рисунке 17, найдите пару подобных.
2) Среди треугольников, изображённых на рисунке 18, найдите пару подобных.

12. 1) Прямые AB и CD параллельны. Найдите BC, если $OC = 30$ см (рис. 19).
2) Прямые AB и CD параллельны. Найдите BC, если $OC = 10$ см (рис. 20).

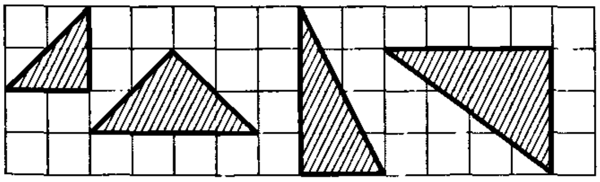


Рис. 17

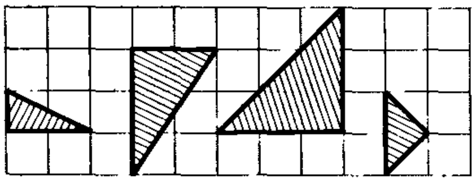


Рис. 18

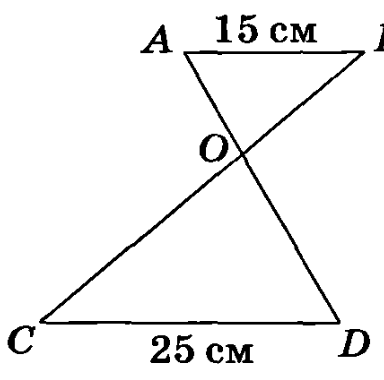


Рис. 19

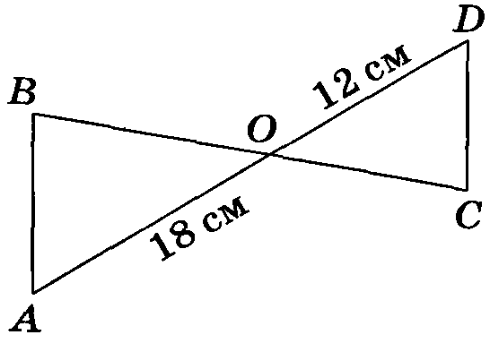


Рис. 20

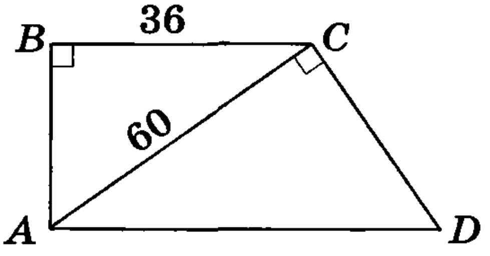


Рис. 21

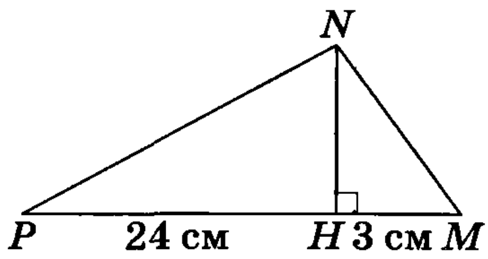


Рис. 22

13. 1) Какое утверждение **не** является верным?

1) Средняя линия треугольника отсекает от него треугольник, подобный исходному

2) Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

3) Любые два прямоугольных треугольника подобны

4) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны

2) Какое утверждение **не** является верным?

1) Любые два равносторонних треугольника подобны

2) Отношение периметров двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия

3) Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники подобны

4) Если два треугольника подобны, то они равны

14. 1) Дана прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой диагональ AC перпендикулярна стороне CD. Найдите основание AD (рис. 21).

1) 72 2) 100 3) 108 4) 120

2) В треугольнике MNP высота, опущенная из вершины прямого угла N, делит гипотенузу MP на отрезки 3 см и 24 см. Чему равен катет MN (рис. 22)?

1) 7 см 2) 6 см 3) 9 см 4) 8 см

Прямоугольный треугольник, теорема Пифагора, решение прямоугольных треугольников

15. 1) Дан прямоугольный треугольник ABC (рис. 23). В каком случае длины катетов определены **неверно**?

1) $a = c\cos\beta,\ b = c\sin\beta$,

2) $a = c\sin\alpha,\ b = c\sin\beta$

3) $a = c\sin\alpha,\ b = c\cos\alpha$

4) $a = c\cos\alpha,\ b = c\ \sin\beta$

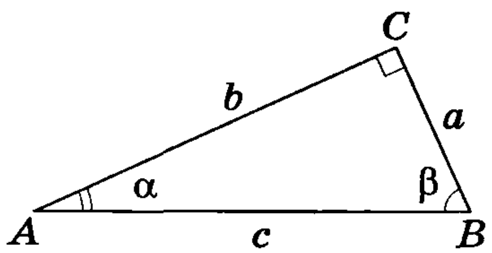


Рис. 23

2) В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. Какое из следующих равенств **не выражает** соотношения между элементами треугольника ABC (рис. 24)?

1) $b = c \cos \alpha$ 3) $c = \dfrac{b}{\sin\alpha}$

2) $b = c \sin \beta$ 4) $c = \dfrac{a}{\cos\beta}$

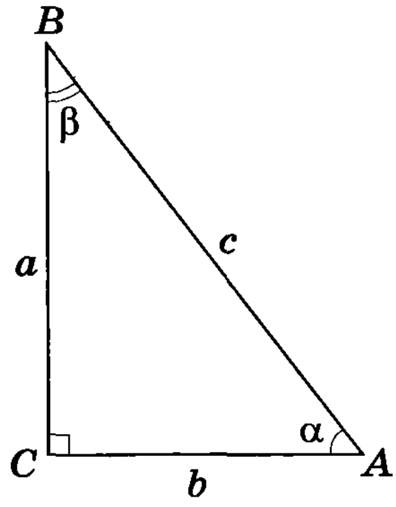


Рис. 24

16. 1) Чему равен синус угла AOB (рис. 25)?

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 3) 1 4) $\sqrt{2}$

2) Чему равен синус угла AOB (рис. 26)?

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

17. 1) В треугольнике ABC угол C равен 90°, синус угла A равен $\frac{12}{13}$. Чему равен катет AC, если гипотенуза равна 13 см?

2) Дан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной 10 см. Чему равен катет BC, если косинус угла B равен 0,8?

18. 1) Найдите сторону равностороннего треугольника, если его высота равна 3.

1) $3\sqrt{3}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 6 4) $3\sqrt{2}$

2) В равнобедренном треугольнике ABC угол при вершине B равен 120°. Найдите основание AC, если боковая сторона AB равна 4.

1) $4\sqrt{3}$ 2) $2\sqrt{3}$ 3) 4 4) 2

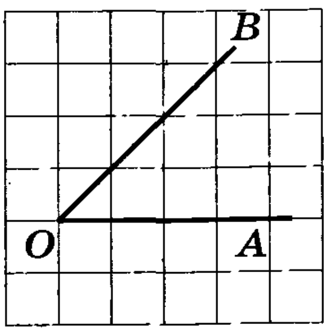


Рис. 25

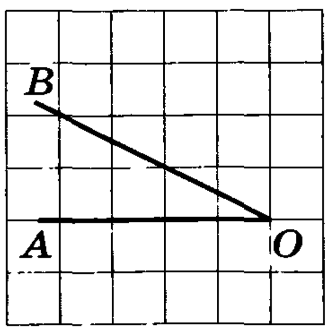


Рис. 26

Четырёхугольники

Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, ромб, квадрат

19. 1) Найдите углы параллелограмма, если его диагональ образует со сторонами углы 40° и 35° (рис. 27).
2) Найдите углы параллелограмма, если его диагональ образует со сторонами углы 55° и 40° (рис. 28).

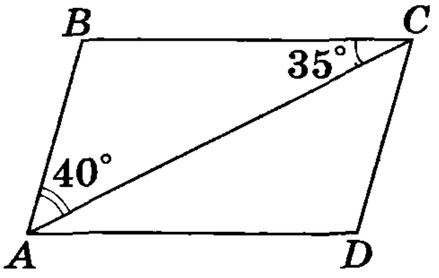


Рис. 27

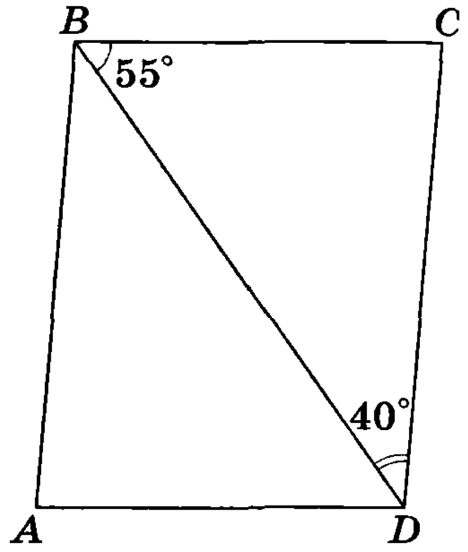


Рис. 28

20. 1) Сумма двух углов параллелограмма равна 100°. Найдите больший угол параллелограмма.
1) 130° 2) 150° 3) 50° 4) 80°
2) Острый угол параллелограмма на 40° меньше его тупого угла. Найдите острый угол параллелограмма.
1) 80° 2) 50° 3) 70° 4) 20°

21. 1) Найдите углы параллелограмма $ABCD$, если $AB = AK$ и угол AKB равен 50° (рис. 29).
2) В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса BE угла ABC, которая образует со стороной AD угол, равный 70°. Найдите углы параллелограмма $ABCD$ (рис. 30).

22. 1) Периметр параллелограмма равен 36 см, а одна из его сторон больше другой в 2 раза. Найдите стороны параллелограмма.

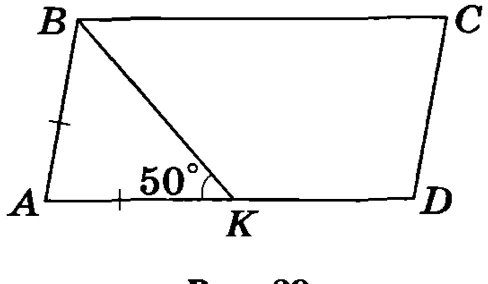


Рис. 29

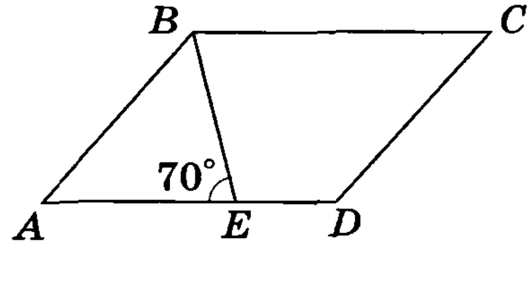


Рис. 30

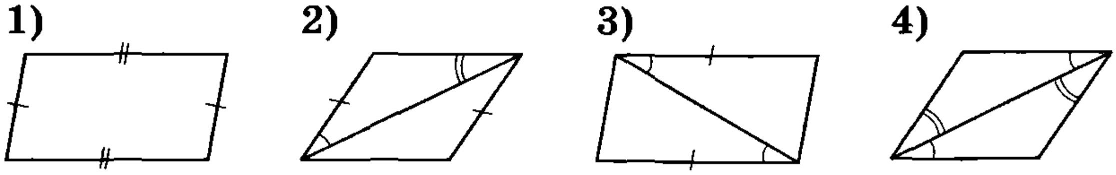


Рис. 31

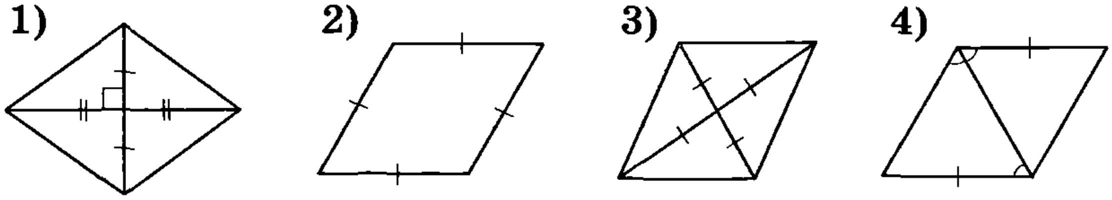


Рис. 32

2) Периметр параллелограмма равен 32 см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из них на 6 см больше другой.

23. 1) В каком случае нельзя утверждать, что данная фигура — параллелограмм (рис. 31)?

2) В каком случае нельзя утверждать, что данная фигура — ромб (рис. 32)?

24. 1) Диагональ ромба образует с одной из его сторон угол 40°. Найдите углы ромба.

1) 40° и 140°	3) 120° и 60°
2) 80° и 140°	4) 80° и 100°

2) Диагональ ромба образует с одной из его сторон угол 80°. Найдите углы ромба.

1) 160° и 20°	3) 160° и 80°
2) 80° и 100°	4) 130° и 50°

25. 1) $ABCD$ — прямоугольник. Найдите величину угла COD (рис. 33).

2) В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются под углом 50°. Найдите величину угла CBO (рис. 34).

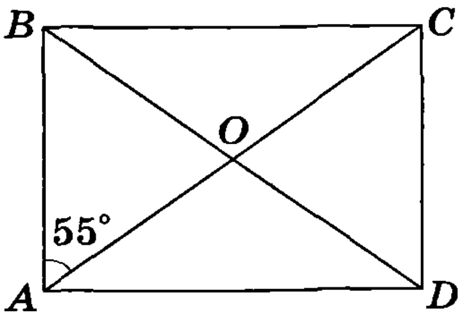


Рис. 33

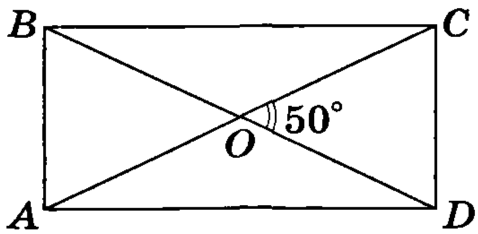


Рис. 34

26. 1) На рисунке 35 изображён четырёхугольник $ABCD$. Назовите номера **верных** утверждений:

1) Диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны
2) Противолежащие углы четырёхугольника $ABCD$ равны
3) Диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны
4) Площадь четырёхугольника $ABCD$ равна произведению его диагоналей

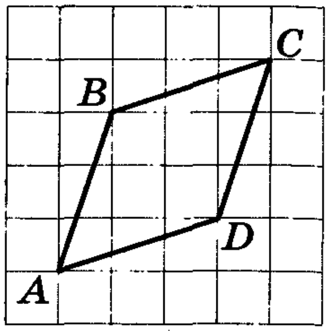


Рис. 35

2) На рисунке 36 изображён четырёхугольник $ABCD$. Назовите номера **верных** утверждений:

1) Противолежащие стороны четырёхугольника $ABCD$ попарно параллельны
2) Диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны
3) Сумма противолежащих углов четырёхугольника $ABCD$ равна $180°$
4) Каждая диагональ разбивает четырёхугольник $ABCD$ на два равных треугольника

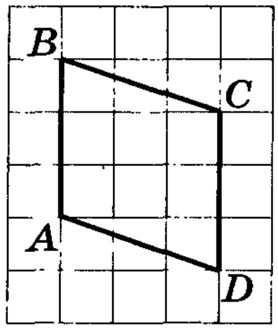


Рис. 36

27. 1) На рисунке 37 изображён прямоугольник. Какая фигура получится, если середины его сторон последовательно соединить отрезками?

1) параллелограмм, не являющийся ромбом
2) прямоугольник, не являющийся квадратом
3) ромб, не являющийся квадратом
4) квадрат

2) На рисунке 38 изображён ромб. Какая фигура получится, если середины его сторон последовательно соединить отрезками?

1) параллелограмм, не являющийся прямоугольником
2) прямоугольник, не являющийся квадратом
3) ромб, не являющийся квадратом
4) квадрат

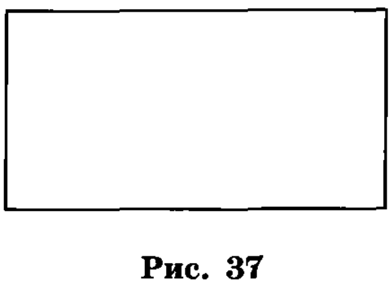


Рис. 37

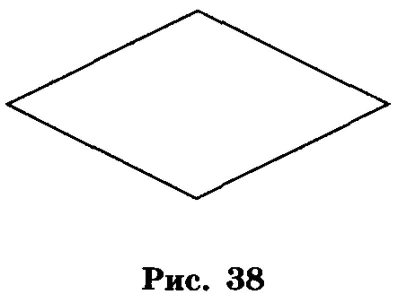


Рис. 38

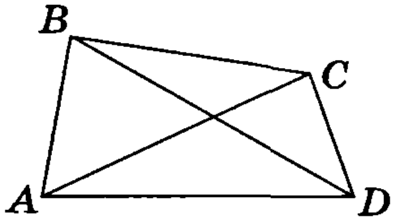


Рис. 39

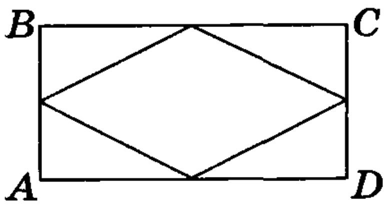


Рис. 40

28. 1) Диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны 4 и 5. Найдите периметр четырёхугольника, вершины которого являются серединами сторон данного четырёхугольника (рис. 39).

2) Середины сторон прямоугольника $ABCD$ последовательно соединили отрезками. Периметр получившегося четырёхугольника равен 20. Найдите длину диагонали прямоугольника $ABCD$ (рис. 40).

29. 1) Высота ВН параллелограмма $ABCD$ равна 5 и образует с боковой стороной AB угол 45°. Найдите сторону CD (рис. 41).

2) В параллелограмме $ABCD$ острый угол равен 60°. Найдите высоту CH параллелограмма, если сторона AB равна 6 (рис. 42).

Трапеция, её свойства

30. 1) В трапеции $ABCD$ угол A равен 50°, а угол C равен 100°. Найдите остальные углы трапеции (рис. 43).

2) Боковые стороны трапеции $ABCD$ образуют с верхним основанием углы 140° и 95°. Найдите остальные углы трапеции (рис. 44).

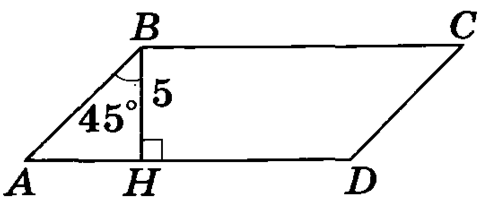


Рис. 41

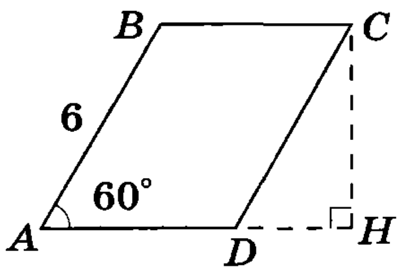


Рис. 42

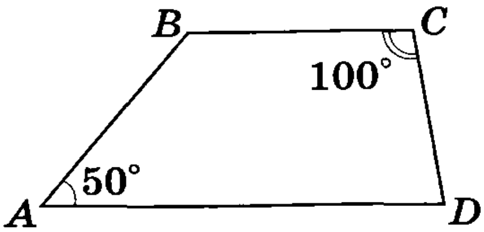


Рис. 43

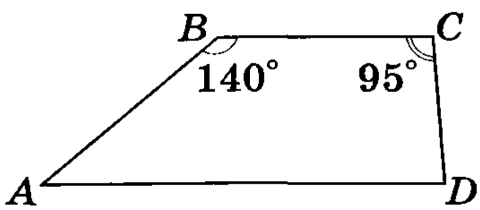


Рис. 44

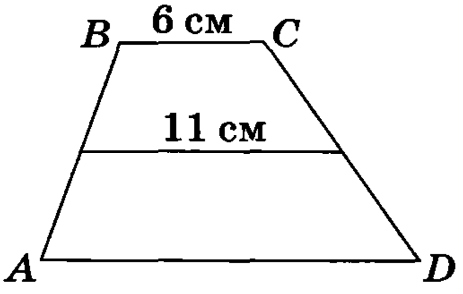


Рис. 45

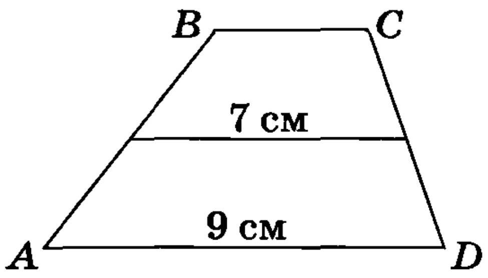


Рис. 46

31. 1) В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) угол A в 2 раза меньше угла B. Найдите величину угла B.

2) В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) угол C на 70° больше угла D. Найдите величину угла D.

32. 1) Средняя линия трапеции равна 11 см, а меньшее основание — 6 см. Найдите большее основание трапеции (рис. 45).

2) Найдите меньшее основание трапеции, если её большее основание равно 9 см, а средняя линия — 7 см (рис. 46).

33. 1) Найдите среднюю линию трапеции, если стороны квадратных клеток равны 1 (рис. 47).

1) 3 2) 3,5 3) 4 4) 4,5

2) Найдите среднюю линию трапеции, если стороны квадратных клеток равны 1 (рис. 48).

1) 2 2) 2,5 3) 3 4) 3,5

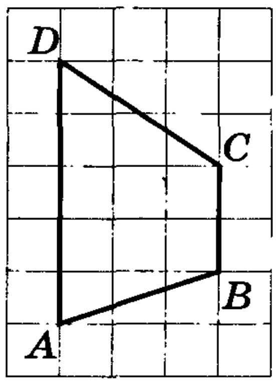


Рис. 47

34. 1) Основания трапеции равны 4 см и 10 см. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию одна из её диагоналей.

2) Диагональ трапеции разбивает её среднюю линию на отрезки, равные 4 см и 3 см. Найдите меньшее основание трапеции.

35. 1) В трапеции $ABCD$ со средней линией 20 см из вершины угла B проведена прямая, параллельная боковой стороне и пересекающая среднюю линию в её середине. Найдите большее основание трапеции (рис. 49).

2) В трапеции $ABCD$ с основаниями 6 см и 14 см проведена прямая BE, параллельная боковой стороне. Найдите длину отрезка MK, который эта прямая отсекает на средней линии трапеции (рис. 50).

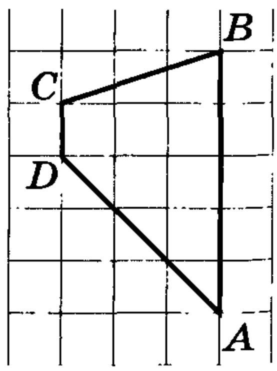


Рис. 48

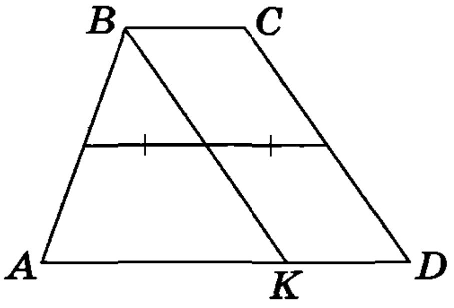


Рис. 49

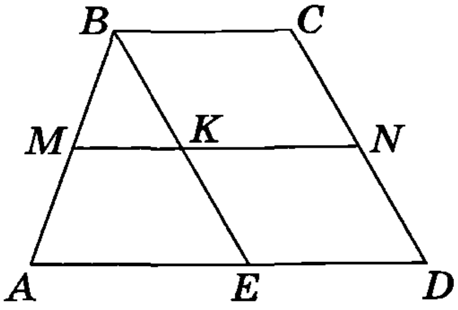


Рис. 50

Окружность и круг

36. 1) Расстояние от центра окружности до прямой равно 9 см. При каком значении радиуса окружности r прямая имеет с окружностью две общие точки?
1) $r = 7$ см 2) $r = 9$ см 3) $r = 12$ см 4) $r = 4{,}5$ см
2) Расстояние от центра окружности до прямой равно 11 см. При каком значении радиуса окружности r прямая не имеет с окружностью общих точек?
1) $r = 11$ см 2) $r = 9$ см 3) $r = 11{,}5$ см 4) $r = 14$ см

37. 1) Даны две окружности с центрами O и O_1 и радиусами 5 см и 8 см. При каком значении расстояния между центрами окружностей эти окружности имеют две общие точки?
1) 13,5 см 2) 13 см 3) 11,5 см 4) 3 см
2) Даны две окружности с центрами O и O_1 и радиусами 12 см и 7 см. При каком значении расстояния между центрами окружностей эти окружности не имеют общих точек?
1) 19 см 2) 18,5 см 3) 5 см 4) 19,5 см

38. 1) Прямая KM касается окружности радиуса 5 см (M — точка касания, рис. 51). Найдите KM, если $KA = 13$ см.
2) Прямая DC касается окружности (C — точка касания, рис. 52). Найдите радиус окружности, если $DO = 6$ см, $DC = 5$ см.

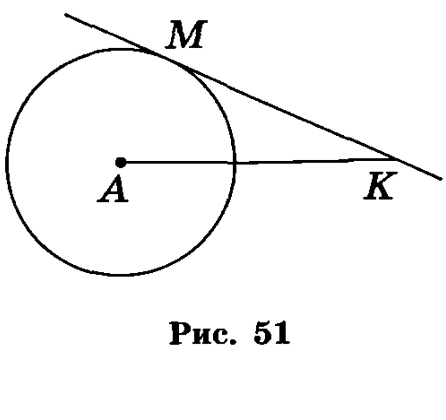


Рис. 51

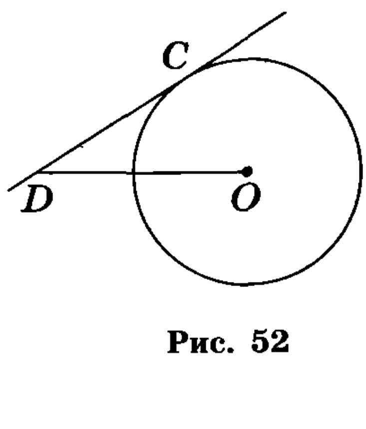


Рис. 52

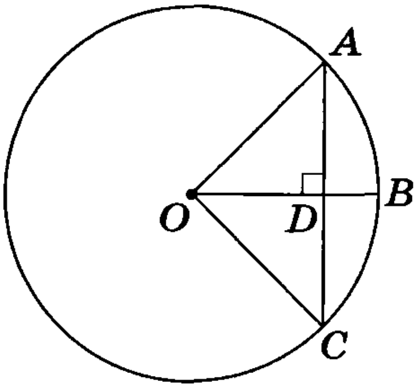


Рис. 53

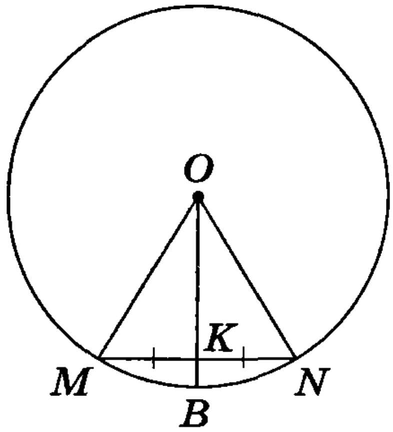


Рис. 54

39. 1) Радиус OB окружности с центром O пересекает хорду AC в точке D и перпендикулярен ей. Найдите длину хорды AC, если $BD = 2$ см, а радиус окружности равен 5 см (рис. 53).

1) 4 см 2) 8 см 3) 6 см 4) 7 см

2) Радиус OB окружности с центром O пересекает хорду MN в её середине, точке K. Найдите длину хорды MN, если $KB = 1$ см, а радиус окружности равен 13 см (рис. 54).

1) 10 см 2) 5 см 3) 8 см 4) 12 см

40. 1) Найдите хорду, на которую опирается угол, равный $90°$, вписанный в окружность радиуса 1 см.

2) Прямой угол ABC вписан в окружность и опирается на хорду AC. Найдите радиус окружности, если $AC = 5$ см.

41. 1) На рисунке 55 точка O — центр окружности. Найдите угол α.

2) Найдите угол α, вписанный в окружность (рис. 56).

42. 1) Найдите градусную меру дуги AB, если хорда AB равна радиусу окружности.

1) $30°$ 2) $60°$ 3) $90°$ 4) $120°$

2) Точки K, L, M принадлежат окружности с центром в точке O, причём KM — диаметр этой окружности. Найдите угол KLM.

1) $30°$ 2) $45°$ 3) $60°$ 4) $90°$

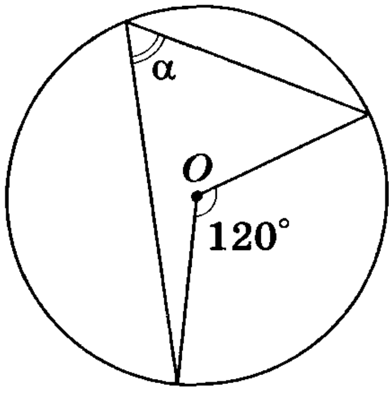


Рис. 55

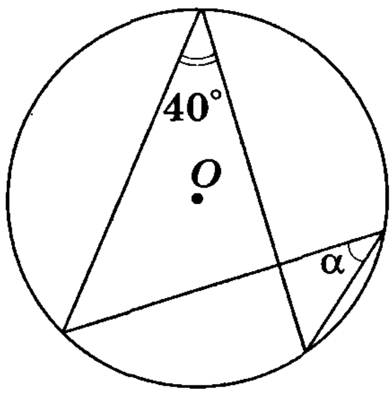


Рис. 56

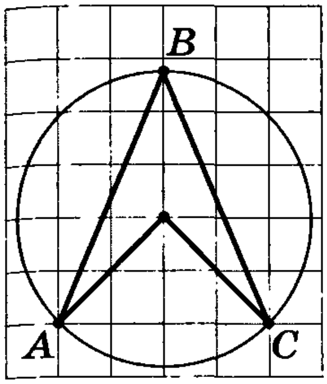


Рис. 57

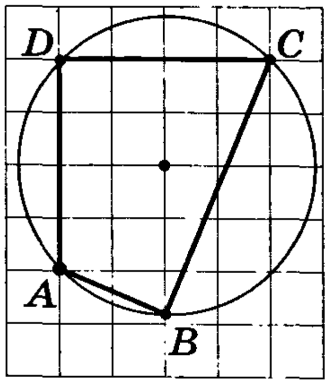


Рис. 58

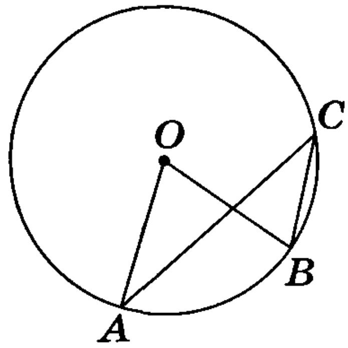


Рис. 59

43. Найдите величину угла ABC, вписанного в окружность (рис. 57, 58).

44. 1) Центральный угол AOB на 36° больше вписанного угла ACB. Найдите вписанный угол (рис. 59).

2) Вписанный угол MKP на 55° меньше угла MOP (O — центр окружности). Найдите величину угла MOP (рис. 60).

Площадь

45. 1) Найдите площадь равнобедренного прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 2 см.

2) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 4 см.

46. 1) Чему равна площадь $\triangle ABC$, если его стороны AB и BC равны соответственно 4 см и 6 см, а внешний угол при вершине B равен 150° (рис. 61)?

1) 12 см^2 **2)** 6 см^2 **3)** $12\sqrt{3}$ см^2 **4)** $6\sqrt{3}$ см^2

2) Чему равна площадь $\triangle ABC$, если его стороны AB и BC равны соответственно 2 см и 8 см, а внешний угол при вершине B равен 45° (рис. 62)?

1) 8 см^2 **2)** 4 см^2 **3)** $4\sqrt{3}$ см^2 **4)** $4\sqrt{2}$ см^2

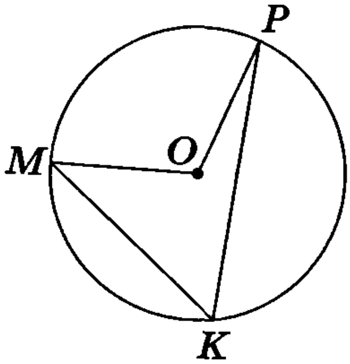


Рис. 60

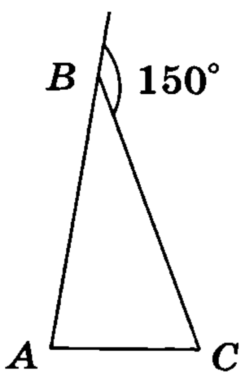


Рис. 61

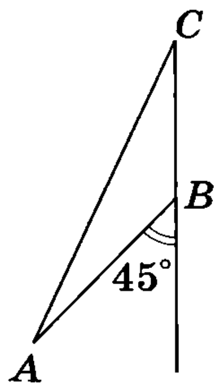


Рис. 62

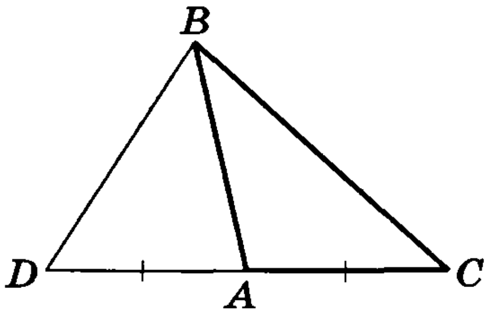


Рис. 63

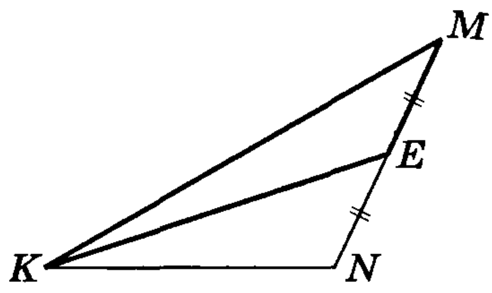


Рис. 64

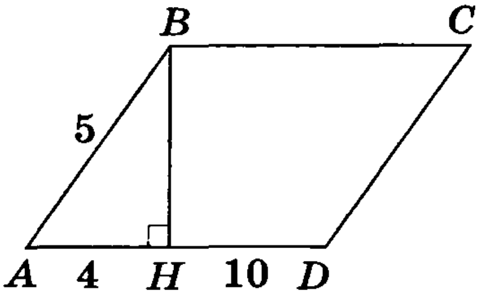


Рис. 65

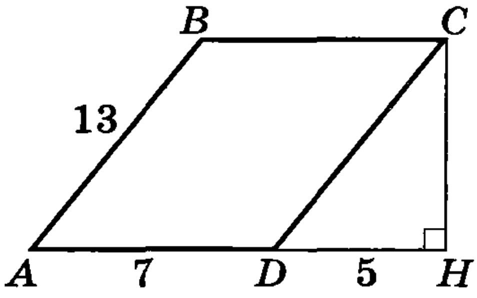


Рис. 66

47. 1) Найдите площадь $\triangle ABC$, если площадь $\triangle BDA$ равна 7 (рис. 63).

2) Найдите площадь $\triangle KME$, если площадь $\triangle KMN$ равна 12 (рис. 64).

48. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$ (рис. 65, 66).

49. 1) Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 5 см и 8 см.

2) Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если его диагонали перпендикулярны и равны 10 см и 6 см.

50. 1) В прямоугольнике $ABCD$ проведена биссектриса AM. Найдите площадь прямоугольника, если $BM = 5$, $MC = 4$ (рис. 67).

1) 36 2) 45 3) 28 4) 56

2) В прямоугольнике $ABCD$ биссектриса BK пересекает сторону CD в её середине — точке K. Найдите площадь прямоугольника, если $CK = 3$ (рис. 68).

1) 18 2) 9 3) 27 4) 12

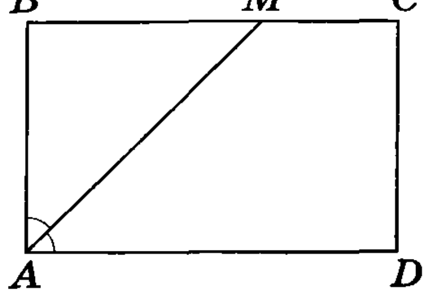


Рис. 67

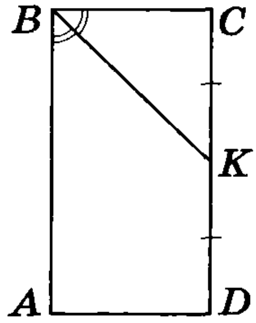


Рис. 68

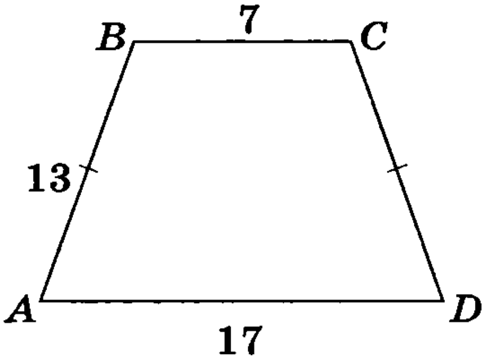


Рис. 69

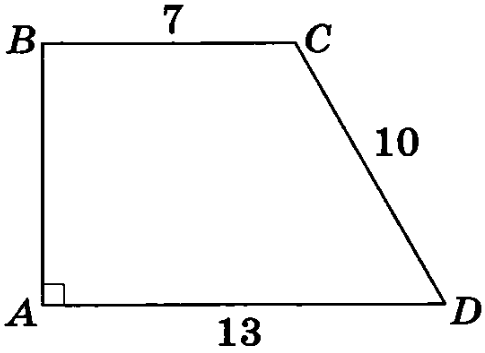


Рис. 70

51. 1) Найдите площадь равнобедренной трапеции $ABCD$, длины сторон которой указаны на рисунке 69.
2) Найдите площадь прямоугольной трапеции $ABCD$, длины сторон которой указаны на рисунке 70.

52. 1) Найдите площадь равнобедренной трапеции $ABCD$, если её основания 4 см и 10 см, а острый угол равен $45°$ (рис. 71).
2) Найдите площадь равнобедренной трапеции $ABCD$, если её основания 8 см и 18 см, а тупой угол равен $135°$ (рис. 72).

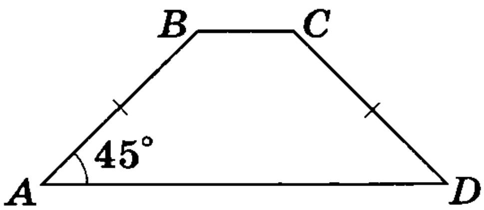


Рис. 71

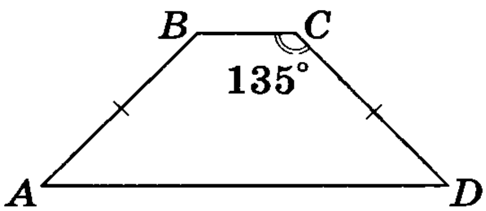


Рис. 72

53. 1) Есть ли на рисунке 73 треугольники с равными площадями? Если есть, то укажите какие.

1) $\triangle ABC$ и $\triangle KMN$ 3) $\triangle OFP$ и $\triangle KMN$
2) $\triangle ABC$ и $\triangle OFP$ 4) таких треугольников нет

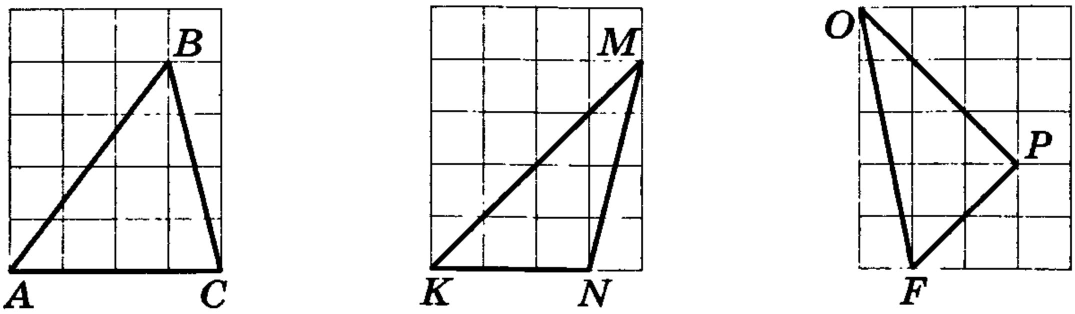


Рис. 73

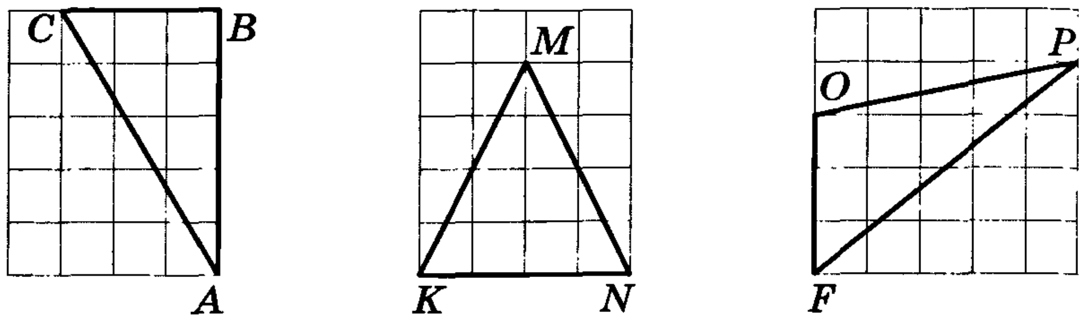


Рис. 74

2) Есть ли на рисунке 74 треугольники с равными площадями? Если есть, то укажите какие.

1) $\triangle ABC$ и $\triangle KMN$
3) $\triangle OFP$ и $\triangle KMN$
2) $\triangle ABC$ и $\triangle OFP$
4) таких треугольников нет

54. 1) На сторонах квадрата, как на диаметрах, построены две полуокружности радиуса 1. Найдите площадь заштрихованной части квадрата (рис. 75).

2) На сторонах прямоугольника, как на диаметрах, построены две полуокружности радиуса 1. Найдите площадь заштрихованной части прямоугольника (рис. 76).

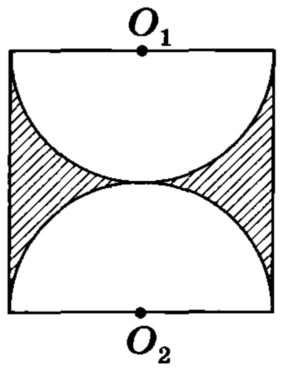


Рис. 75

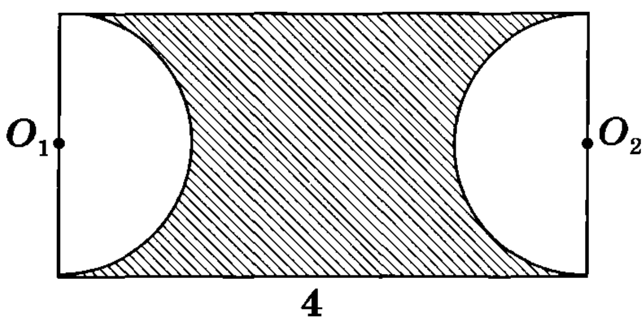


Рис. 76

55. 1) Найдите площадь заштрихованной части прямоугольника (рис. 77).

2) Найдите площадь заштрихованной части квадрата (рис. 78).

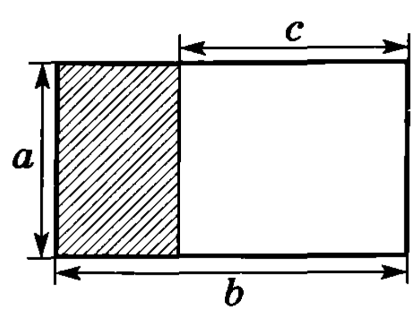


Рис. 77

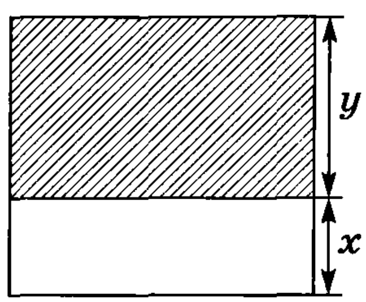


Рис. 78

Верно — неверно

56. 1) Укажите номера **верных** утверждений:

1) Сумма вертикальных углов всегда равна 180°

2) В прямоугольном треугольнике с катетами 1 и 2 гипотенуза равна $\sqrt{5}$

3) Площадь параллелограмма $ABCD$ вычисляется по формуле $S=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot BH$, где BH — высота, опущенная на сторону AD

4) Если угол, вписанный в окружность, прямой, то градусная мера дуги, на которую он опирается, равна 180°

2) Укажите номера **верных** утверждений:

1) Угол называется вписанным в окружность, если его вершина лежит в центре окружности, а стороны пересекают её

2) Если два угла с общей вершиной равны, то эти углы — вертикальные

3) В прямоугольном треугольнике катет, противолежащий углу в 30°, равен половине гипотенузы

4) Площадь ΔABC можно вычислить по формуле $S=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin\alpha$, где α — величина угла BAC

57. 1) Укажите номера **верных** утверждений:

1) Диагональ параллелограмма разбивает его на два равных треугольника

2) Если один из углов равнобедренного треугольника равен 60°, то все его стороны равны

3) Если сторону квадрата уменьшить вдвое, то его площадь уменьшится в четыре раза

4) Длина окружности радиуса 4 равна 4π

2) Укажите номера **верных** утверждений:

1) Если каждую сторону прямоугольника удвоить, то его площадь увеличится в два раза

2) Площадь круга радиуса 2 равна 4π

3) Если один из углов прямоугольного треугольника равен 45°, то две его стороны равны

4) В прямоугольной трапеции диагонали перпендикулярны

58. 1) Какое утверждение **не** является верным?

1) Если в прямоугольном треугольнике длины катетов 6 см и 8 см, то синусы его острых углов равны $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$

2) Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований

3) Величина угла, вписанного в окружность, равна градусной мере дуги, на которую он опирается

4) Если диагонали ромба равны, то ромб является квадратом

2) Какое утверждение **не** является верным?

1) Касательные, проведённые к окружности из одной точки, равны

2) Если в прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB равна 5 см и катет BC равен 4 см, то косинус угла A равен 0,8

3) Если один из углов параллелограмма равен 90°, то этот параллелограмм является прямоугольником

4) Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту трапеции

Задачи с практическим содержанием

59. 1) В спортивном зале, имеющем форму квадрата, выделили помещение для раздевалки прямоугольной формы (на рисунке 79 оно показано штриховкой). Используя данные рисунка, определите площадь оставшейся части зала.

2) От квадратного листа картона отрезали кусок квадратной формы. Используя данные рисунка 80, определите, чему равна площадь оставшейся части листа.

60. 1) Найдите площадь лесного массива (в м^2), изображённого на плане с квадратной сеткой (рис. 81). Размер сетки: 1×1 (см), масштаб: в 1 см — 200 м.

2) Найдите площадь поля (в м^2), изображённого на плане с квадратной сеткой (рис. 82). Размер сетки: 1×1 (см), масштаб: в 1 см — 200 м.

61. 1) Используя данные, приведённые на рисунке 83, найдите расстояние AB от лодки A до берега b.

2) Используя данные, приведённые на рисунке 84, найдите ширину AB реки.

62. 1) Длина тени водонапорной башни равна 9,8 м. В это же время вертикально воткнутый в землю шест, длина которого 1,2 м, отбрасывает тень длиной 0,8 м.

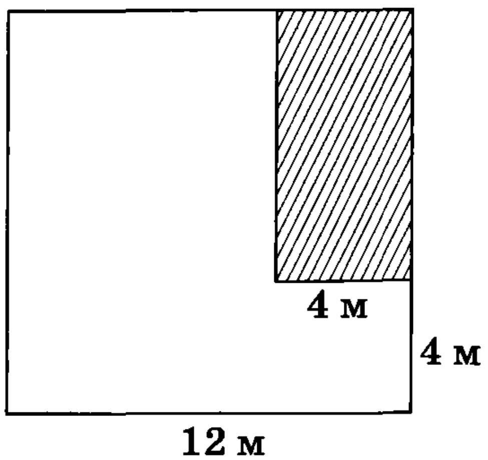


Рис. 79

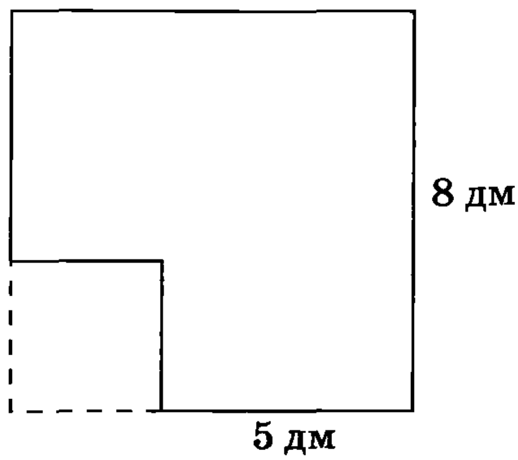


Рис. 80

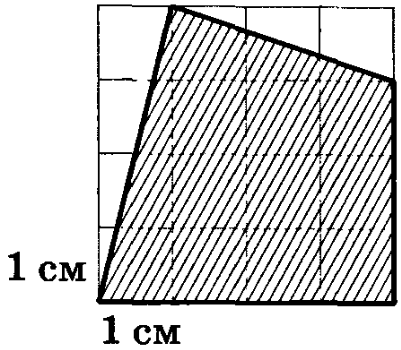


Рис. 81

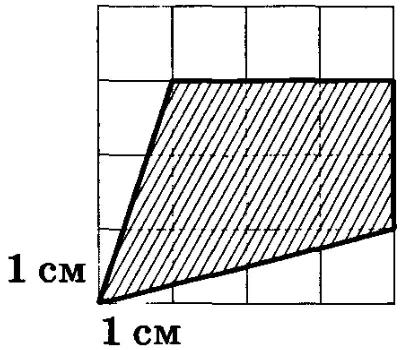


Рис. 82

Определите высоту водонапорной башни (ответ округлите до целых).

2) Определите высоту вышки сотовой связи, если она отбрасывает тень длиной 118 м и в это же время длина тени от полутораметрового шеста, воткнутого вертикально в землю, равна 2,4 м (ответ округлите до целых).

63. 1) Выберите коробку, на дно которой поместится трость длиной 1 м, если известны размеры прямоугольного дна коробки.

1) 30×90 см 3) 80×70 см
2) 40×90 см 4) 50×80 см

2) Из четырёх тростей, длины которых указаны ниже, выберите трость максимальной длины, которую можно уложить на прямоугольное дно коробки, размеры которого 50×70 см.

1) 70 см 3) 90 см
2) 80 см 4) 100 см

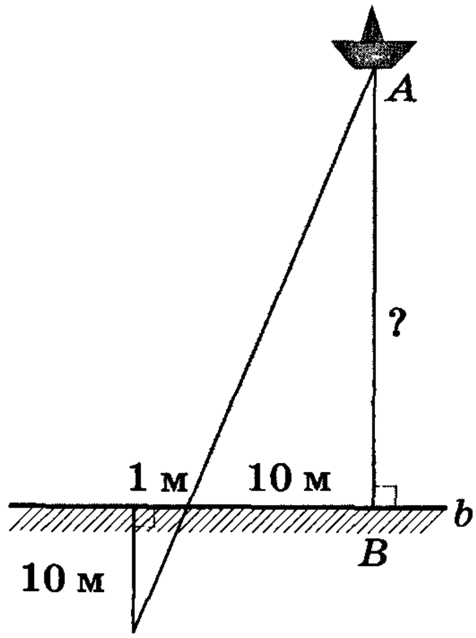


Рис. 83

64. 1) Деревянную заготовку цилиндрической формы с диаметром сечения 20 см опиливают так, чтобы получить брусок с квадратным сечением. Найдите максимальную длину стороны квадратного сечения.

2) В цилиндрическое отверстие детали диаметром 12 мм вставляют стержень с квадратным сечением. Найдите максимальную длину стороны квадратного сечения стержня, который может пройти в это отверстие.

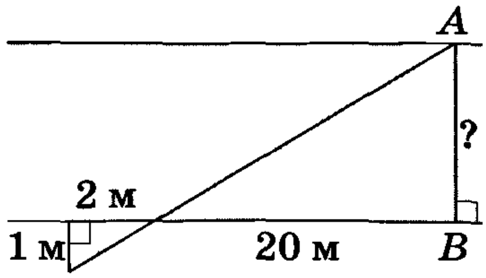


Рис. 84

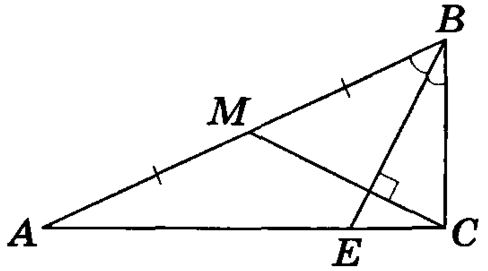


Рис. 85

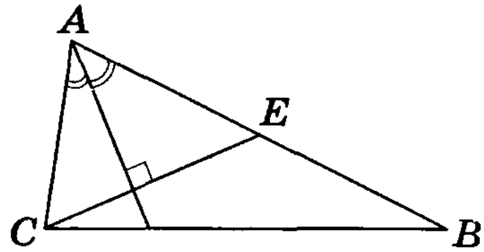


Рис. 86

65. 1) На руле велосипеда установлен счётчик числа оборотов колеса. Какое расстояние проехал велосипедист, если счётчик показывает 100 оборотов, а диаметр колеса равен 60 см. ($\pi \approx 3{,}14$; ответ округлите до десятков.)
2) Диаметр колеса велосипеда равен 50 см. Велосипедист проехал 300 м. Сколько оборотов сделало колесо? ($\pi \approx 3{,}14$; ответ округлите до десятков.)

66. 1) Диаметр колеса велосипеда 50 см. Сколько оборотов в минуту делает колесо, если скорость велосипедиста 250 м/мин? ($\pi \approx 3{,}14$; ответ округлите до десятков.)
2) Диаметр колеса велосипеда 50 см. Какое расстояние проедет велосипедист за 5 минут при 130 оборотах колеса в минуту? ($\pi \approx 3{,}14$; ответ округлите до десятков.)

Вторая часть экзаменационной работы

2 балла

1. 1) Биссектриса BE треугольника ABC перпендикулярна медиане CM. Найдите BC, если $AB = 7$ (рис. 85).
2) В треугольнике ABC биссектриса угла A перпендикулярна отрезку CE. Найдите длину стороны AB, если известно, что $AC = 3$ и $AE : BE = 1 : 2$ (рис. 86).
2. 1) Найдите гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC, если медиана AD равна 5, а катет BC равен 6 (рис. 87).
2) Найдите медиану AM прямоугольного треугольника ABC, если гипотенуза AB равна 5, а катет AC равен 3 (рис. 88).

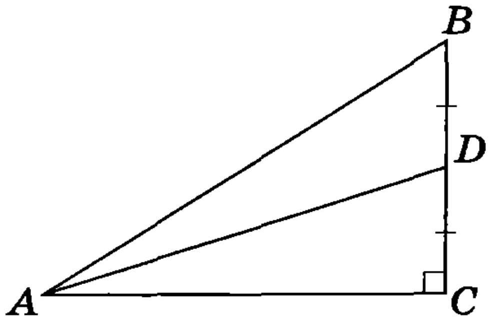


Рис. 87

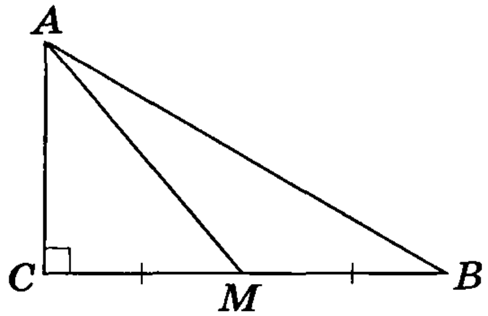


Рис. 88

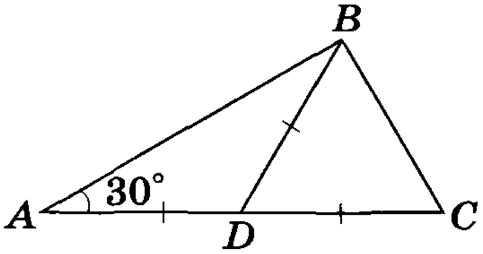


Рис. 89

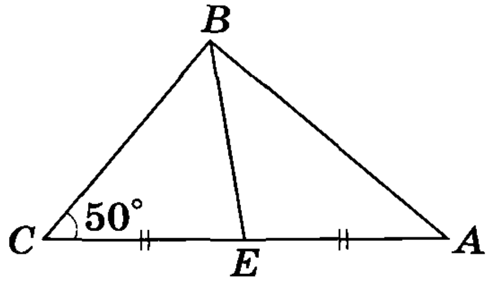


Рис. 90

3. 1) В треугольнике ABC $\angle A = 30°$, $AD = DB = DC$. Найдите углы B и C треугольника ABC (рис. 89).
2) В треугольнике ABC проведена медиана BE. Найдите углы A и B треугольника ABC, если известно, что $BE = \frac{1}{2}AC$, $\angle C = 50°$ (рис. 90).

4. 1) В прямоугольном треугольнике ABC проведена биссектриса AD. Найдите острые углы треугольника ABC (рис. 91).
2) В прямоугольном треугольнике ABC проведена биссектриса AF. Найдите величину угла AFC (рис. 92).

5. 1) Угол между высотой и медианой прямоугольного треугольника ABC, проведёнными из вершины прямого угла, равен 20°. Найдите острые углы треугольника ABC (рис. 93).
2) В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 25°$. Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла треугольника ABC (рис. 94).

6. 1) На сторонах угла, равного 30°, отмечены две точки, удалённые от вершины угла на $2\sqrt{3}$ см и 4 см. Найдите расстояние между этими точками.

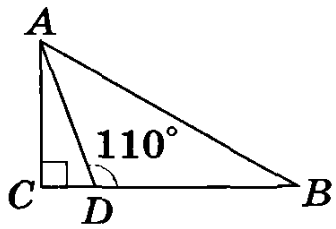


Рис. 91

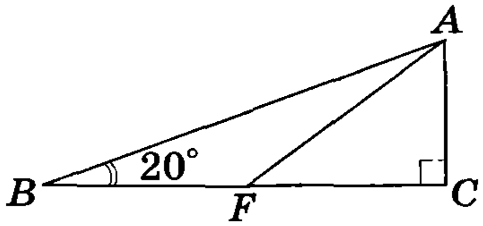


Рис. 92

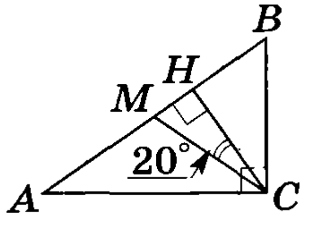


Рис. 93

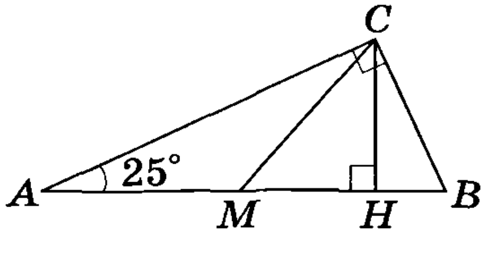


Рис. 94

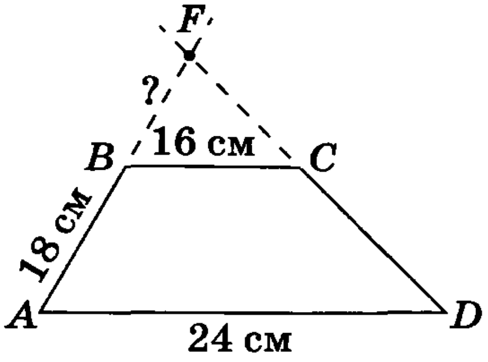


Рис. 95

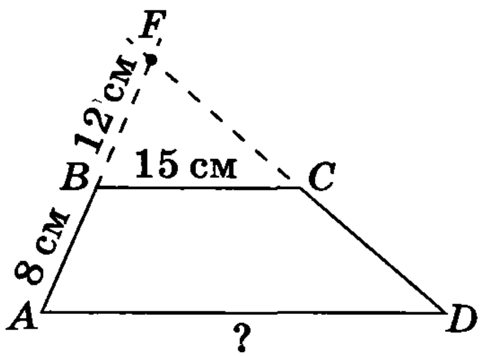


Рис. 96

2) На сторонах угла, равного 45°, отмечены две точки, удалённые от вершины угла на 17 см и $12\sqrt{2}$ см. Найдите расстояние между этими точками.

7. 1) Основания трапеции $ABCD$ равны 16 см и 24 см. Найдите BF, если боковая сторона AB равна 18 см (рис. 95).
2) В трапеции $ABCD$ боковая сторона $AB = 8$ см, основание $BC = 15$ см. Найдите основание AD, если $BF = 12$ см (рис. 96).

8. 1) Стороны треугольника равны 1 м, 2 м и 2,5 м. Найдите наименьшую сторону подобного ему треугольника, периметр которого равен 77 дм.
2) Стороны треугольника равны 1,5 дм, 2,5 дм и 3 дм. Найдите наибольшую сторону подобного ему треугольника, периметр которого равен 14 см.

9. 1) Найдите высоту треугольника ABC, опущенную на сторону BC, если сторона квадратной клетки равна 1 (рис. 97).
2) Найдите биссектрису угла A треугольника ABC, если сторона квадратной клетки равна 1 (рис. 98).

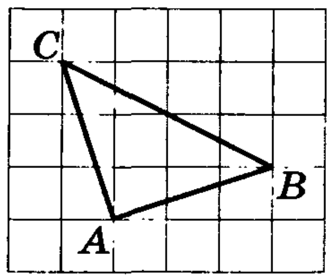


Рис. 97

10. 1) На рисунке 99 изображена прямоугольная трапеция $ABCD$. По данным рисунка найдите площадь трапеции.
2) На рисунке 100 изображена равнобедренная трапеция $ABCD$. По данным рисунка найдите площадь трапеции.

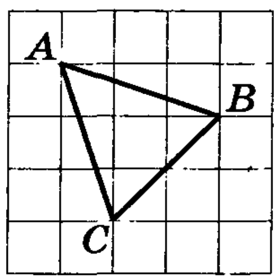


Рис. 98

11. 1) Площадь треугольника ABC равна 36 см^2. На стороне AC выбрана точка K так, что $AK : KC = 1 : 5$. Найдите площадь треугольника KBC.

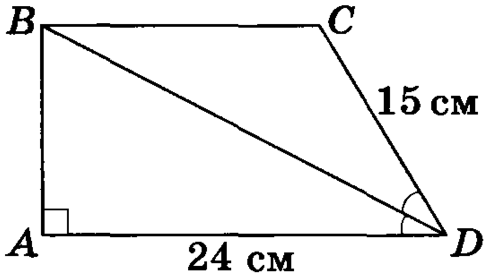


Рис. 99

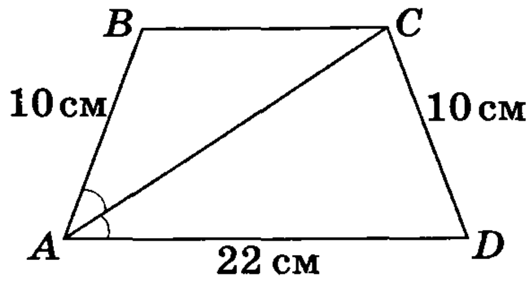


Рис. 100

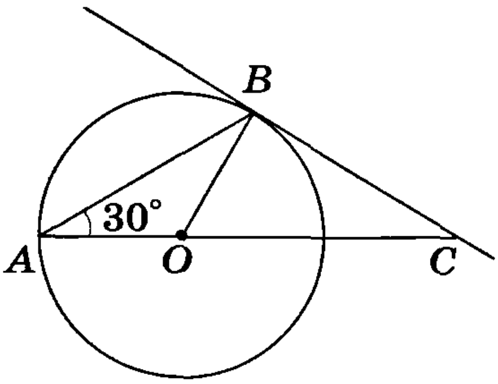


Рис. 101

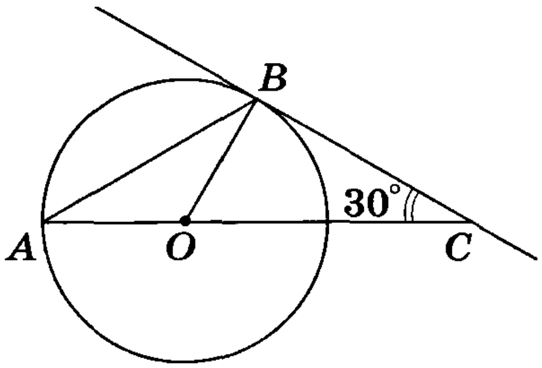


Рис. 102

2) Площадь треугольника ABC равна 36 см^2. На стороне BC выбрана точка K так, что $BK : KC = 1 : 2$. Найдите площадь треугольника AKC.

12. 1) Прямая CB — касательная к окружности (B — точка касания, рис. 101). Найдите углы $\triangle BOC$, если угол A равен 30°.

2) Прямая CB — касательная к окружности (B — точка касания, рис. 102). Найдите угол BAO, если угол C равен 20°.

3 балла

13. 1) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса AK. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что угол AKB равен 132°.

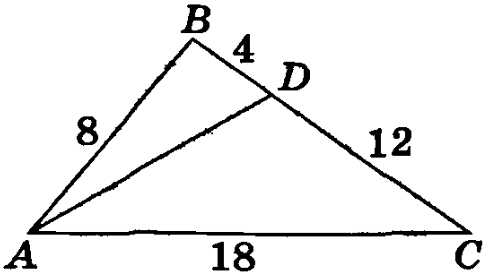


Рис. 103

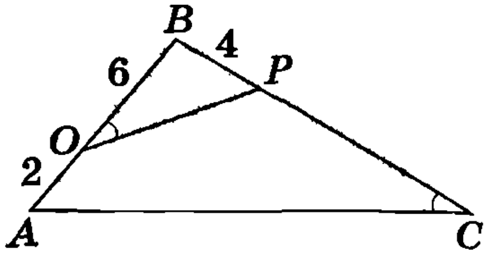


Рис. 104

2) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса AE. Найдите углы треугольника ABC, если известно, что угол AEB равен $102°$.

14. 1) В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузу AB опущена высота CD. Докажите, что в треугольниках CAD и BCD углы соответственно равны.

2) Докажите, что у равных треугольников высоты, проведённые из соответствующих вершин, равны.

15. 1) Дан треугольник ABC. Используя данные рисунка 103, найдите длину отрезка AD.

2) Дан треугольник ABC. Используя данные рисунка 104, найдите длину отрезка PC.

16. 1) Один из углов равнобедренного треугольника равен $120°$. Найдите отношение боковой стороны этого треугольника к основанию.

2) Один из углов равнобедренного треугольника равен $120°$, а длина основания — m. Найдите длину боковой стороны этого треугольника.

17. 1) На рисунке 105 прямые AB и CD параллельны. Докажите, что $AO \cdot CO = BO \cdot DO$.

2) На рисунке 106 изображена трапеция $ABCD$. Докажите, что $BO \cdot AO = CO \cdot DO$.

18. 1) В треугольнике ABC $\angle A = 45°$, $\angle C = 15°$, $AC = 10\sqrt{6}$ см. Найдите среднюю по величине сторону треугольника (рис. 107).

2) В треугольнике ABC $\angle A = 45°$, $\angle B = 105°$, наименьшая сторона равна $14\sqrt{2}$ см. Найдите среднюю по величине сторону треугольника (рис. 108).

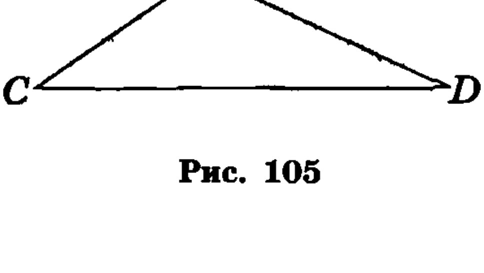


Рис. 105

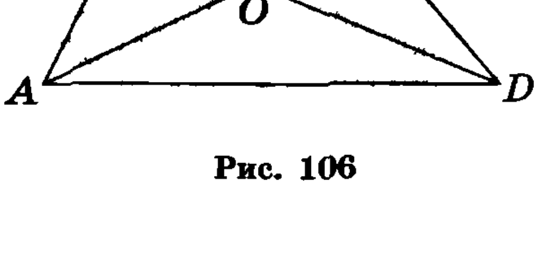


Рис. 106

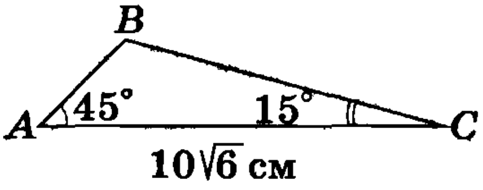


Рис. 107

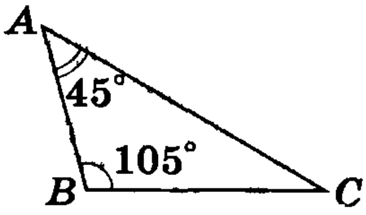


Рис. 108

19. 1) В параллелограмме со сторонами 8 см и 12 см найдите длину большей диагонали, если косинус его острого угла равен $\frac{1}{4}$.

2) В параллелограмме со сторонами 8 см и 5 см найдите длину меньшей диагонали, если косинус его тупого угла равен $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

20. 1) В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF. Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.

2) В треугольнике ABC проведены высоты CE и AD. Докажите, что $\triangle ABD$ подобен $\triangle CBE$.

21. 1) Докажите, что площадь закрашенной части параллелограмма равна площади незакрашенной части (рис. 109).

2) Докажите, что медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника (рис. 110).

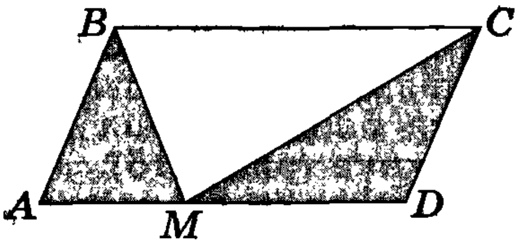


Рис. 109

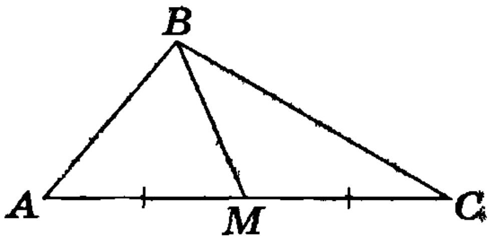


Рис. 110

22. 1) Прямая, параллельная основаниям трапеции, проходит через точку пересечения её диагоналей. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого между боковыми сторонами трапеции, если основания трапеции равны 4 и 12 (рис. 111).

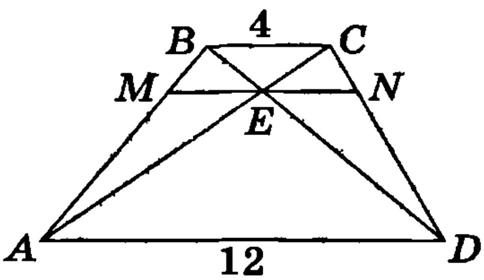


Рис. 111

2) Прямая, параллельная основаниям трапеции, проходит через точку пересечения её диагоналей. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого между боковыми сторонами трапеции, если основания трапеции равны 9 и 18 (рис. 112).

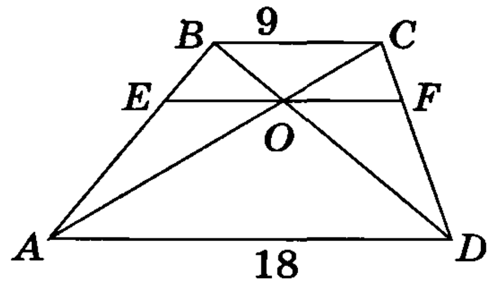


Рис. 112

23. 1) Найдите площадь круга, описанного около равностороннего треугольника со стороной $3\sqrt{3}$ см.

2) Найдите площадь круга, описанного около квадрата со стороной 4 см.

24. 1) Около равнобедренного треугольника описана окружность радиуса 25 см. Расстояние от центра окружности до основания треугольника равно 7 см. Найдите площадь треугольника (рис. 113).

2) Около равнобедренного треугольника описана окружность радиуса 13 см. Расстояние от центра окружности до основания треугольника равно 5 см. Найдите площадь треугольника (рис. 114).

4 балла

25. 1) В прямоугольном треугольнике с острым углом 60° и большим катетом $12\sqrt{3}$ см на меньшем катете, как на диаметре, построен круг. Найдите площадь части этого круга, расположенной внутри треугольника (рис. 115).

2) Диаметр круга радиусом 2 см совпадает с высотой, проведённой из вершины прямого угла равнобедренного треугольника. Найдите площадь части круга, расположенной вне треугольника (рис. 116).

26. 1) В равнобокой трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне и является биссектрисой одного из углов трапеции. Определите, в каком отношении диагонали трапеции делятся точкой их пересечения (рис. 117).

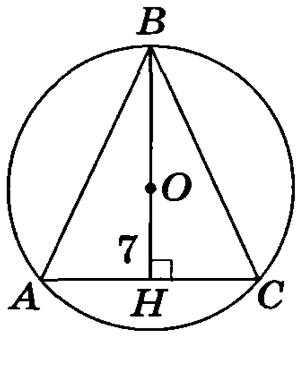


Рис. 113

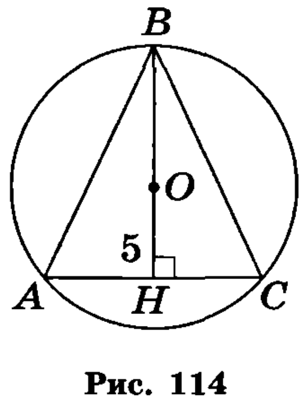


Рис. 114

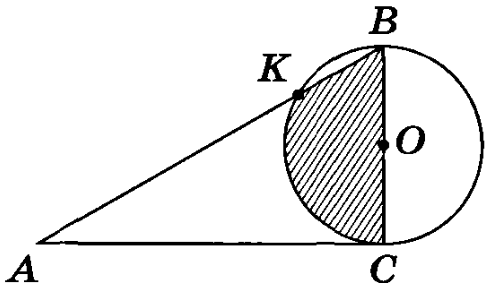


Рис. 115

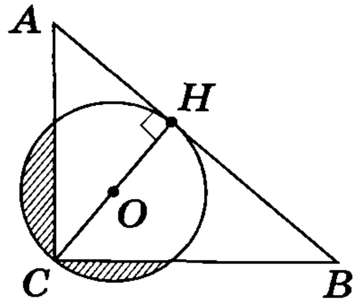


Рис. 116

2) В равнобокой трапеции боковая сторона равна меньшему основанию, а диагональ перпендикулярна боковой стороне. Определите длину большего основания трапеции, если длина боковой стороны — m (рис. 118).

27. 1) Периметр треугольника, описанного около некоторой окружности, равен 30 см. Точка касания делит сторону длиной 10 см в отношении 2 : 3. Определите длины других сторон треугольника.

2) Периметр треугольника, описанного около некоторой окружности, равен 26 см. Точка касания делит сторону длиной 8 см в отношении 1 : 3. Определите длины других сторон треугольника.

28. 1) В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны BC, и AM пересекается с BD в точке O. Найдите площадь треугольника AOB, если площадь параллелограмма равна 48 см^2 (рис. 119).

2) В параллелограмме $ABCD$ точка E лежит на стороне AD и делит эту сторону в отношении $AE : ED = 1 : 2$, CE пересекает BD в точке O. Найдите площадь треугольника COB, если площадь параллелограмма равна 30 см^2 (рис. 120).

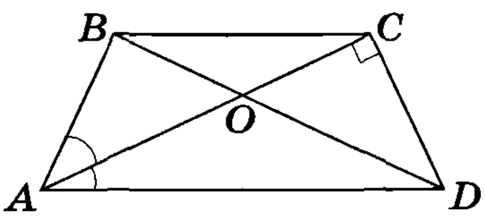


Рис. 117

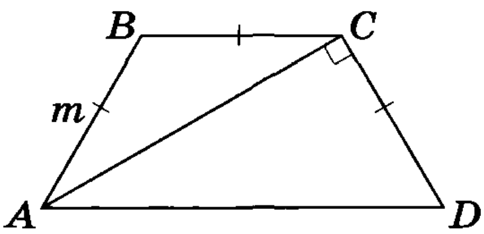


Рис. 118

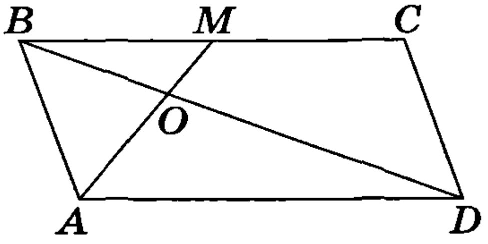


Рис. 119

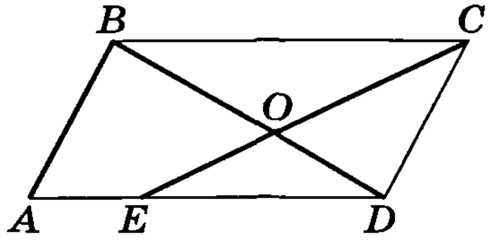


Рис. 120

29. 1) Стороны треугольника равны 1 см и 2 см. Через центр окружности, вписанной в данный треугольник, и концы третьей стороны проведена окружность. Найдите радиус проведённой окружности, если угол между данными сторонами равен 120° (рис. 121).

2) Стороны треугольника равны 1 см и 2 см. Через центр окружности, вписанной в данный треугольник, и концы третьей стороны проведена окружность. Найдите радиус проведённой окружности, если угол между данными сторонами равен 60° (рис. 122).

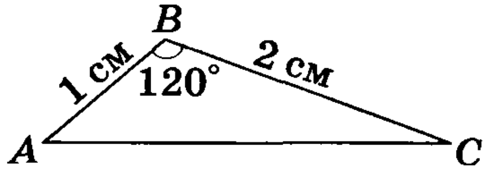


Рис. 121

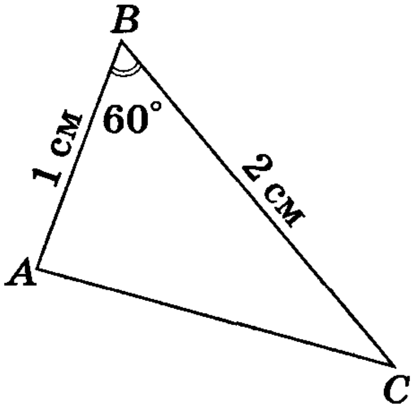


Рис. 122

30. 1) Докажите, что внешний угол правильного многоугольника равен центральному углу описанной окружности, опирающемуся на сторону многоугольника (рис. 123).

2) Докажите, что диагональ правильного пятиугольника параллельна одной из его сторон (рис. 124).

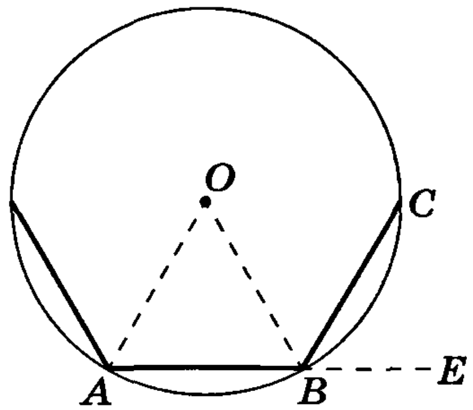


Рис. 123

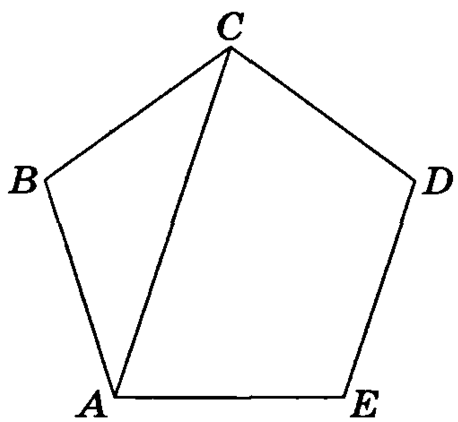


Рис. 124

Ответы и указания к разделу III

Часть 1

1. 1) 44°; 2) 40°. **2.** 1) 30° и 150°; 2) 45° и 135°. **3.** 1) 70°; 2) 80°. **4.** 1) 65°; 2) 38°. **5.** 1) 70°; 2) 65°. **6.** 1) 5°; 2) 136°. **7.** 1) 95°; 2) 45°. **8.** 1) отв. 3; 2) отв. 4. **9.** 1) отв. 3; 2) отв. 4. **10.** 1) отв. 4; 2) отв. 4. **11.** 1) 1 и 2; 2) 3 и 4. **12.** 1) 48 см; 2) 25 см. **13.** 1) отв. 3; 2) отв. 4. **14.** 1) отв. 2; 2) отв. 3. **15.** 1) отв. 4; 2) отв. 3. **16.** 1) отв. 2; 2) отв. 3. **17.** 1) 12 см; 2) 8 см. **18.** 1) отв. 2; 2) отв. 1. **19.** 1) 75° и 105°; 2) 95° и 85°. **20.** 1) отв. 1; 2) отв. 2. **21.** 1) 80° и 100°; 2) 40° и 140°. **22.** 1) 6 см и 12 см; 2) 5 см и 11 см. **23.** 1) отв. 2; 2) отв. 3. **24.** 1) отв. 1; 2) отв. 1. **25.** 1) 70°; 2) 25°. **26.** 1) 1 и 2; 2) 1 и 4. **27.** 1) отв. 3; 2) отв. 2. **28.** 1) 9; 2) 10. **29.** 1) $5\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{3}$. **30.** 1) 130° и 80°; 2) 40° и 85°. **31.** 1) 120°; 2) 55°. **32.** 1) 16 см; 2) 5 см. **33.** 1) отв. 2; 2) отв. 3. **34.** 1) 5 см; 2) 6 см. **35.** 1) 30 см; 2) 4 см. **36.** 1) отв. 2; 2) отв. 2. **37.** 1) отв. 3; 2) отв. 4. **38.** 1) 12 см; 2) $\sqrt{11}$ см. **39.** 1) отв. 2; 2) отв. 1. **40.** 1) 2 см; 2) 2,5 см. **41.** 1) 60°; 2) 40°. **42.** 1) отв. 2; 2) отв. 4. **43.** 1) 45°; 2) 90°. **44.** 1) 36°; 2) 110°. **45.** 1) 1 $см^2$; 2) 8 $см^2$. **46.** 1) отв. 2; 2) отв. 4. **47.** 1) 7; 2) 6. **48.** 1) 42; 2) 84. **49.** 1) 20 $см^2$; 2) 30 $см^2$. **50.** 1) отв. 2; 2) отв. 1. **51.** 1) 144; 2) 80. **52.** 1) 21 $см^2$; 2) 65 $см^2$. **53.** 1) отв. 3; 2) отв. 2. **54.** 1) $4 - \pi$; 2) $8 - \pi$. **55.** 1) $a(b - c)$; 2) $y(x+y)$. **56.** 1) 2 и 4; 2) 3 и 4. **57.** 1) 1 и 3; 2) 2 и 3. **58.** 1) отв. 3; 2) отв. 2. **59.** 1) 112 $м^2$; 2) 55 $дм^2$. **60.** 1) 500 000 $м^2$; 2) 340 000 $м^2$. **61.** 1) 100 м; 2) 10 м. **62.** 1) 15 м; 2) 74 м. **63.** 1) отв. 3; 2) отв. 2. **64.** 1) $10\sqrt{2}$ см; 2) $6\sqrt{2}$ см. **65.** 1) 190 м; 2) 190 оборотов. **66.** 1) 160 оборотов; 2) 1020 м.

Часть 2

1. 1) Решение. $\triangle MBC$ — равнобедренный, так как его высота совпадает с биссектрисой. Следовательно, $MB = BC = \frac{1}{2}AB$, откуда $BC = 3{,}5$. Ответ. 3,5.

2) Решение. $\triangle EAC$ — равнобедренный, так как его высота совпадает с биссектрисой. Следовательно, $AC = AE = 3$.

Из условия $BE = 2 \cdot AE = 6$ получаем $AB = 9$. Ответ. 9.

2. Ответ. 1) $2\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{13}$.

3. 1) Решение. Найдём углы равнобедренного $\triangle ABD$: $\angle ABD = 30°$, $\angle ADB = 120°$. В равнобедренном треугольнике BDC имеем $\angle DBC = \angle DCB = \frac{1}{2} \cdot 120° = 60°$ (по свойству внешнего угла треугольника). Следовательно, $\angle ABC = 30° + 60° = 90°$. Ответ. 1) 60°, 90°; 2) 40°, 90°.

4. 1) Решение. Найдём углы $\triangle CAD$: $\angle CDA$: $= 180° - 110° = 70°$, $\angle CAD = 20°$. Так как AD биссектриса, то $\angle DAB = 20°$. Получаем $\angle CAB = 40°$, $\angle CBA = 90° - 40° = 50°$. Ответ. 1) 40° и 50°; 2) 55°.

5. 1) Решение. В ΔHMC найдём $\angle HMC$: $\angle HMC = 90° - 20° = 70°$. Так как MC — медиана в прямоугольном треугольнике ABC, то $AM = MB = MC$. Тогда в равнобедренном ΔAMC найдём его острый угол $\angle MAC$: $\angle MAC = 0{,}5 \cdot 70° = 35°$ (по свойству внешнего угла треугольника). Получим $\angle B = 90° - 35° = 55°$. Ответ. 1) $35°$ и $55°$; 2) $40°$.

6. 1) Решение. Пусть x см — искомое расстояние AB. По теореме косинусов для ΔAOB: $x^2 = 4^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2\cos 30° \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3}$, откуда $x = 2$. Ответ. 1) 2 см; 2) 13 см.

7. 1) Решение. Треугольник AFD подобен треугольнику BFC, так как $BC \parallel AD$. Следовательно, $\frac{18+x}{24} = \frac{x}{16}$ (x — длина BF). Получаем $BF = 36$ см. Ответ. 1) 36 см; 2) 25 см.

8. 1) Решение. Периметр исходного треугольника 5,5 м = 55 дм. Составим уравнение, обозначив через x дм искомую величину: $\frac{1}{x} = \frac{55}{77}$, откуда $x = 1{,}4$ дм. Ответ. 1) 1,4 дм; 2) 6 см.

9. 1) Указание. ΔABC — равнобедренный, поэтому высота совпадает с медианой. Ответ. $\sqrt{5}$.

2) Указание. ΔABC — равнобедренный, поэтому биссектриса совпадает с медианой. Ответ. $2\sqrt{2}$.

10. 1) Решение. ΔBCD — равнобедренный, так как $\angle CBD = \angle CDB$, т. е. $BC = 15$ см. Проведём высоту CH, получим $HD = 9$ см, по теореме Пифагора из ΔCHD найдём, что $CH = 12$ см. Площадь трапеции равна $\frac{24+15}{2} \cdot 12 = 234$ см^2. Ответ. 234 см^2.

2) Решение. ΔBCD — равнобедренный, так как $\angle BAC = \angle BCA$, т. е. $BC = 10$ см. Проведём высоту CH, получим $HD = 6$см, по теореме Пифагора из ΔCHD найдём, что $CH = 8$ см. Площадь трапеции равна $\frac{22+110}{2} \cdot 8 = 128$ см^2. Ответ. 128 см^2.

11. 1) Указание. ΔABC и ΔKBC имеют общую высоту из вершины B, поэтому отношение их площадей равно отношению оснований, т.е. 6 : 5. Ответ. 1) 30 см^2; 2) 24 см^2.

12. Ответ. 1) $30°$, $60°$, $90°$; 2) $35°$.

13. 1) Решение. Пусть $\angle CAK = x$, тогда $\angle CAB = \angle BCA = 2x$. Так как $\angle AKB$ — внешний угл ΔAKC, то $x + 2x = 132$, $x = 44°$; $\angle CAB = \angle BCA = 88°$; откуда: $\angle B = 180° - 88° \cdot 2 = 4°$. Ответ. 1) $88°$, $88°$, $4°$; 2) $68°$, $68°$, $44°$.

14. 1) Решение. Пусть угол A равен α, тогда угол B равен $90° - \alpha$ (из прямоугольного треугольника ABC). Рассмотрим прямоугольный треугольник DBC: угол DCB равен $90° - (90° - \alpha) = \alpha$, т. е. равен углу A. Угол ACD дополняет угол до прямого, поэтому он равен $90° - \alpha$, т. е. равен углу B.

15. 1) Решение. $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ так как, $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{BA} = \frac{1}{2}$ и угол B — общий. Значит, $\frac{AD}{18} = \frac{1}{2}$, откуда $AD = 9$. Ответ. 9.

2) Решение. $\triangle BOP \sim \triangle BCA$, так как $\angle BOP = \angle BCA$ и угол B — общий. Значит, $\frac{6}{4 + PC} = \frac{4}{8}$ откуда $PC = 8$. Ответ. 8.

16. Ответ. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{m}{\sqrt{3}}$.

17. 1) Указание. Рассмотрите пару подобных треугольников BOA и COD.

2) Указание. Рассмотрите пару подобных треугольников CBO и ADO.

18. 1) Указание. Найдите $\angle B = 120°$ и примените теорему синусов. Ответ. 20 см.

2) Указание. Найдите $\angle C = 30°$ и примените теорему синусов. Ответ. 28 см.

19. 1) Решение. Рассмотрим параллелограмм $ABCD$. Найдём косинус тупого угла B: $\cos\angle B = -\frac{1}{4}$. По теореме косинусов для $\triangle ABC$ получим $x^2 = 64 + 144 + 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{4}$, $x^2 = 256$, $x = 16$ (x — большая диагональ AC). Ответ. 16 см.

2) Указание. Меньшая диагональ лежит напротив острого угла. Найдите его косинус и примените теорему косинусов для соответствующего треугольника. Ответ. 7 см.

20. 1) Решение. По свойству углов параллелограмма $\angle A = \angle C$. Следовательно, прямоугольные треугольники ABE и CBF подобны по острому углу.

2) Решение. $\angle B$ — общий для прямоугольных треугольников ABD и CBE. Значит, они подобны по острому углу.

21. Указание. Рассмотрите сумму площадей треугольников ABM и MCD и площадь треугольника BMC.

22. 1) Решение. $\triangle BEC$ подобен $\triangle DEA$ (по двум углам) с коэффициентом $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, поэтому $EC : AE = 1 : 3$, откуда $AE : AC = 3 : 4$. Рассмотрим $\triangle AME$ и $\triangle ABC$. Эти треугольники подобны по двум углам, так как $MN \parallel BC$, поэтому $ME : BC = AE : AC = 3 : 4$. Получаем $ME = 3$. Аналогично, рассматривая подобные треугольники DNE и DCB, получаем, что $EN = 3$. Искомый отрезок MN равен 6. Ответ. 1) 6; 2) 12.

23. 1) Указание. Проведите высоту треугольника и найдите радиус, решив образовавшийся прямоугольный треугольник. Ответ. 9π см^2.

2) Указание. Радиус равен половине диагонали квадрата т. е. $2\sqrt{2}$ см. Ответ. 8π см^2.

24. 1) Р е ш е н и е. Из ΔAOH по теореме Пифагора найдём катет AH: $AH = 24$ см, следовательно $AC = 48$ см. Высота BH равна $25 + 7 = 32$ см. Находим $S = \frac{32 \cdot 48}{2} = 768$ см^2.

О т в е т. 1) 768 см^2; 2) 216 см^2.

25. 1) Р е ш е н и е. Найдём диаметр круга: $CB = \frac{12\sqrt{3}}{\operatorname{tg}60^\circ} = 12$ см. Рассмотрим треугольник OKB: он является равносторонним, так как $OK = OB$ (радиусы) и угол KBO равен 60° по условию. Откуда $OK = 6$ см. Площадь треугольника KOB равна $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}$ см^2. Рассмотрим сектор ограниченный радиусами OC и OK. Так как угол COK равен 120°, то площадь сектора составляет $\frac{1}{3}$ площади круга, т. е. $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 = 12\pi$ см^2. Искомая площадь равна $9\sqrt{3} + 12\pi$ см^2. О т в е т. 1) $9\sqrt{3} + 12\pi$ см^2; 2) $2\pi - 4$ см^2.

26. 1) Р е ш е н и е. ΔABC — равнобедренный, так как $\angle BAC = \angle BCA$ (как равные углу CAD), поэтому $AB = BC = CD = a$. Пусть x — величина угла CAD, тогда $\angle BAD = \angle CDA = 2x$. Из ΔACD $x + 2x = 90^\circ$, $x = 30^\circ$, откуда $AD = 2CD = 2a$. Диагонали трапеции при пересечении образуют пару подобных треугольников BOC и DOA. Следовательно, $\frac{BO}{OD} = \frac{CO}{OA} = \frac{BC}{AD} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$.
О т в е т. 1) $BO : OD = 1 : 2$; 2) $2m$.

27. У к а з а н и е. Используйте равенство касательных, проведённых к окружности из одной точки. О т в е т. 1) 9 см, 11 см; 2) 7 см, 11 см.

28. 1) Р е ш е н и е. $\Delta BOM \sim \Delta DOA$, и справедливо отношение $\frac{BO}{OD} = \frac{BM}{AD} = \frac{1}{2}$. Рассмотрим треугольники AOB и AOD: у них общая высота из вершины A, поэтому $S_{AOB} : S_{AOD} = 1 : 2$, Поэтому площадь ΔAOB равна $\frac{1}{3} S_{ABD} = 8$ см^2. О т в е т. 1) 8 см^2; 2) 9 см^2.

29. 1) Р е ш е н и е. По теореме косинусов найдём третью сторону для данного треугольника ABC, $AC = \sqrt{7}$ см. Рассмотрим треугольник AOC, где O — центр вписанной окружности. Так как точка O — точка пересечения биссектрис ΔABC, то $\angle AOC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle BCA) = 150^\circ$. По формуле для вычисления радиуса описанной окружности получим $\frac{\sqrt{7}}{\sin 150^\circ} = 2R$, откуда $R = \sqrt{7}$. О т в е т. 1) $\sqrt{7}$ см; 2) 1 см.

30. 1) Р е ш е н и е. Обозначим величину центрального угла буквой α. $\angle OBA = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$. Тогда $\angle CBE = 180^\circ - 2\angle ABO = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha$.

2) У к а з а н и е. Вычислите величину угла правильного пятиугольника и докажите, что сумма углов ACD и CDE равна 180°.

РАЗДЕЛ IV

Тренировочные варианты экзаменационной работы

Инструкция по выполнению работы

1. Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй — 5.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

• если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком номер выбранного ответа;

• если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо записать в отведённом для этого месте;

• если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то надо вписать в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 $\cancel{2)}$ 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: $\cancel{x = 12}$ $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с развёрнутой записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

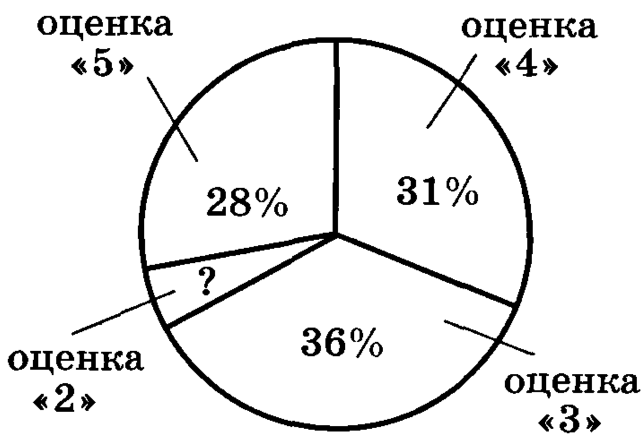
Желаем успеха!

Работа № 1

Вариант 1

Часть 1

1. Результаты районной контрольной работы по алгебре в 9 классе представили в виде диаграммы. Сколько учащихся получили отметку «2», если всего работу писали 320 девятиклассников?



Ответ: ____________________

2. Найдите сумму, значение которой больше 1.

1) $0,45 + \frac{1}{3}$
2) $0,54 + \frac{2}{3}$
3) $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
4) $0,27 + 0,28 + 0,29$

3. Принтер печатает одну страницу за 6 с. Сколько страниц можно распечатать на этом принтере за t мин?

1) $6t$ страниц
2) $10t$ страниц
3) $0,1t$ страниц
4) $\frac{t}{6}$ страниц

4. Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x+y}\right) : \frac{x}{y}$ при $x = 3,7$; $y = -3,5$.

Ответ: ____________________

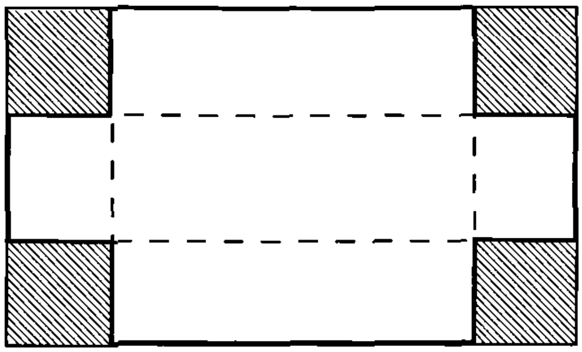
5 Упростите выражение $3\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{2}$.

Ответ: ____________________

6 Решите уравнение $\frac{x}{3}+\frac{x-1}{2}=4$.

Ответ: ____________________

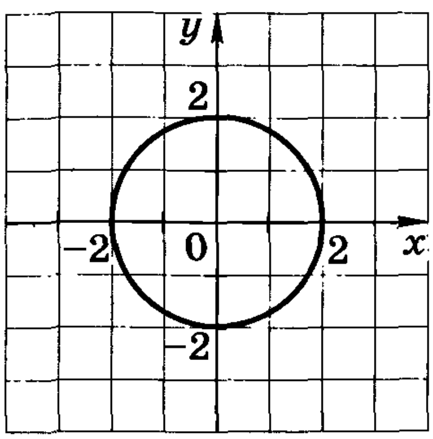
7 Из прямоугольного листа картона, размеры которого 56 см и 32 см, надо сделать коробку без крышки. Для этого по углам листа вырезают одинаковые квадраты и загибают края вверх. Чему должна быть равна сторона вырезаемого квадрата, чтобы дно коробки имело площадь 640 см^2?



Пусть сторона вырезаемого квадрата равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $(56-x)(32-x)=640$
2) $(56-2x)(32-2x)=640$
3) $56(32-2x)=640$
4) $56\cdot 32-4x^2=640$

8 Для каждой системы уравнений укажите число её решений. (Для ответа используйте графики; график уравнения $x^2+y^2=4$ изображён на рисунке.)



А. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x^2 \end{cases}$ Б. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x^2 + 2 \end{cases}$ В. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x^2 + 3 \end{cases}$

1) Нет решений 2) Одно решение 3) Два решения

Ответ:

А	Б	В

9 Решите неравенство $9x - 3 > 10x - 2$.

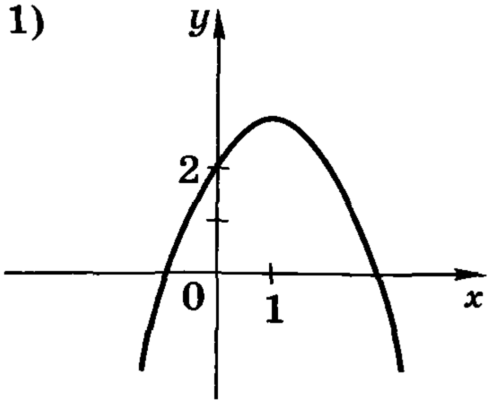
Ответ: ____________________

10 Арифметическая прогрессия задана первыми несколькими членами: -20; -18; -16; -14; ... . Какое число стоит в этой последовательности на сотом месте?

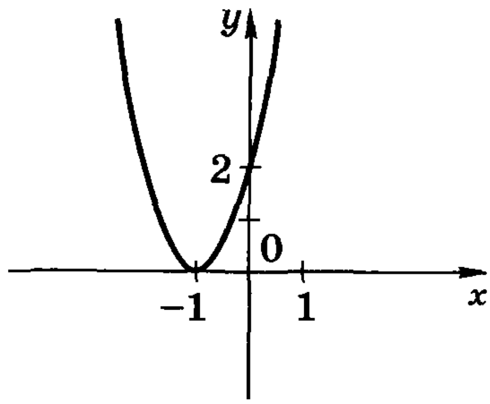
Ответ: ____________________

11 На каком рисунке изображён график функции $y = f(x)$, обладающей свойствами: $f(0) = 2$ и функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$?

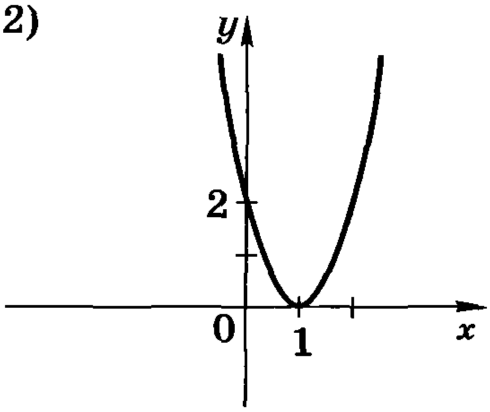
1)



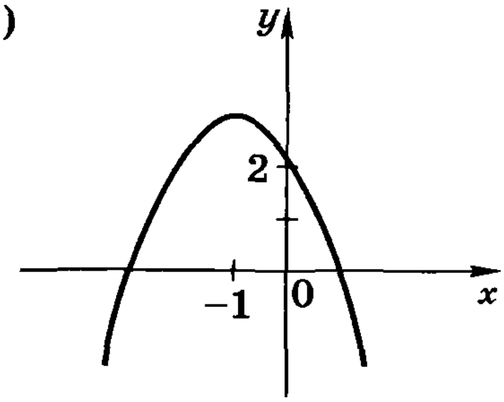
3)



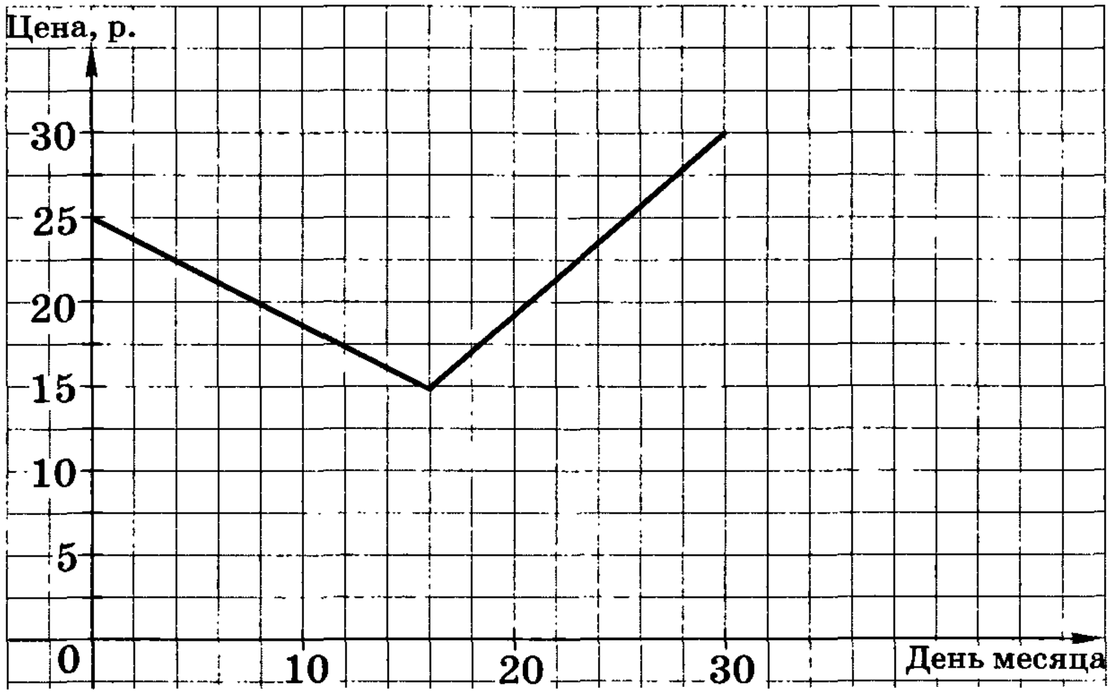
2)



4)



12 График показывает, как менялась цена бензина в течение месяца. Определите, на сколько процентов выросла его цена за месяц.



1) На 100% 2) На 60% 3) На 20% 4) На 2%

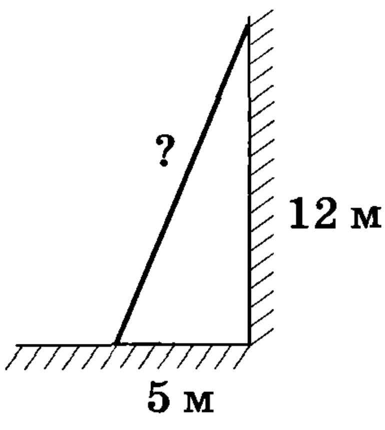
13 На плоскости отметили 6 точек и соединили отрезками каждую точку с каждой. Сколько всего отрезков было проведено?

Ответ: ____________________

14 В службе такси 12 автомобилей «Форд», 14 автомобилей — «Рено» и 22 — «Фольксваген». Какова вероятность того, что вызванное по телефону такси окажется марки «Форд»?

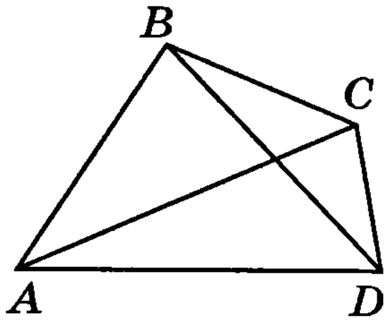
Ответ: ____________________

15 Какой длины должна быть лестница, чтобы она достала до окна дома на высоте 12 м, если её нижний конец отстоит от стены на 5 м?



Ответ: ____________________

16 Диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны 4 и 5. Найдите периметр четырёхугольника, вершины которого являются серединами сторон четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: ____________________

17 Укажите номера верных утверждений:

1) Диагонали ромба перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам.

2) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

3) Если радиус круга увеличить в 2 раза, то площадь круга также увеличится в 2 раза.

4) Любые два прямоугольных равнобедренных треугольника подобны.

Ответ: ____________________

18 Найдите площадь равнобедренной трапеции, если её основания равны 4 см и 10 см, а острый угол равен 45°.

1) 42 см^2 2) 56 см^2 3) 28 см^2 4) 21 см^2

Часть 2

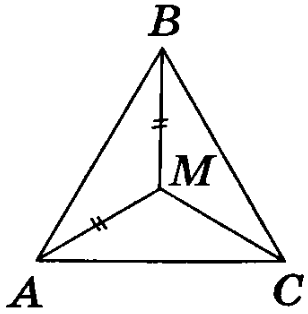
19 Сократите дробь $\frac{3x^2-2x}{3x^2+7x-6}$.

20 Постройте график функции

$$y=\begin{cases}4-x, \text{ если } x<4\\ \frac{1}{2}x-3, \text{ если } x\geqslant 4.\end{cases}$$

На каком промежутке функция возрастает?

21 Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка M так, что $AM = BM$. Докажите, что луч CM — биссектриса угла ACB.



22 При каких отрицательных значениях a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

имеет два решения?

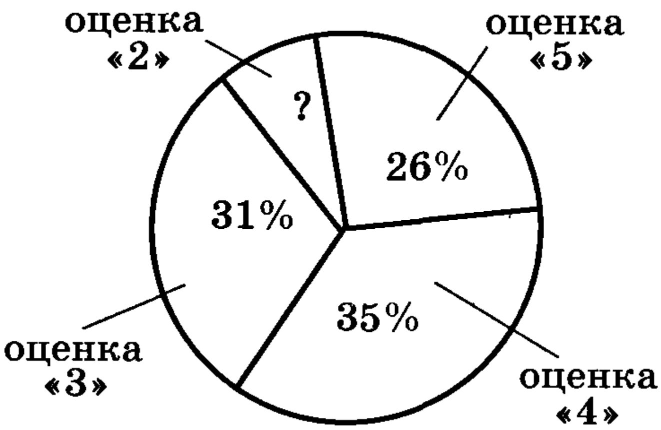
23 Сторона квадрата $ABCD$ равна 18 см. Точка M делит сторону CD в отношении 2 : 1, считая от вершины C. Прямая AM пересекает диагональ BD в точке E. Найдите площадь треугольника DEM.

Работа № 1

Вариант 2

Часть 1

1 Результаты районной контрольной работы по физике в 9 классе представили в виде диаграммы. Сколько учащихся получили отметку «2», если всего работу писали 400 девятиклассников?



Ответ: ____________________

2 Найдите сумму, значение которой меньше 1.

1) $\frac{1}{3} + 0{,}47$

2) $\frac{2}{3} + 0{,}58$

3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{4}{9}$

4) $0{,}34 + 0{,}38 + 0{,}45$

3 Принтер печатает одну страницу за 4 с. Сколько страниц можно распечатать на этом принтере за t мин?

1) $\frac{t}{4}$ страниц

2) $\frac{t}{15}$ страниц

3) $4t$ страниц

4) $15t$ страниц

4 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{b}{a}$ при $a = 5{,}4$; $b = 5{,}9$.

Ответ: ____________________

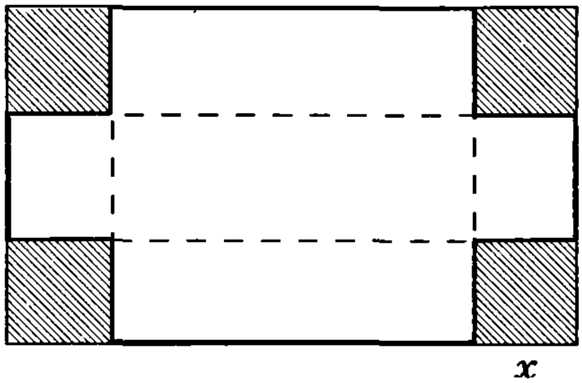
5 Упростите выражение $\sqrt{50} - 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$.

Ответ: ____________________

6 Решите уравнение $\frac{x+9}{3} - \frac{x}{5} = 1$.

Ответ: ____________________

7 Прямоугольный лист жести имеет размеры 48 см и 36 см. Из него надо изготовить противень, вырезав по углам листа одинаковые квадраты и загнув края вверх. Чему должна быть равна сторона вырезаемого квадрата, чтобы дно противня имело площадь 1120 см^2?



Пусть сторона вырезаемого квадрата имеет длину x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

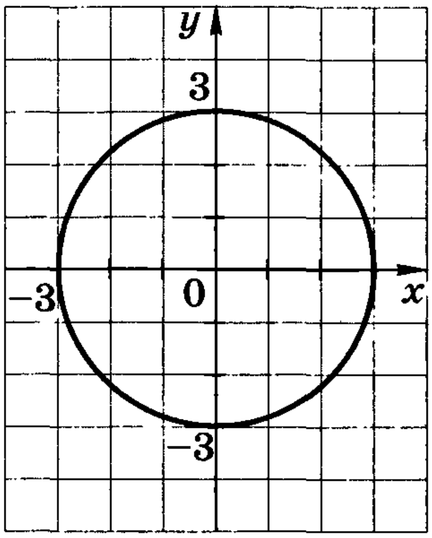
1) $(48 - 2x)(36 - 2x) = 1120$

2) $48 \cdot 36 - 4x^2 = 1120$

3) $(48 - x)(36 - x) = 1120$

4) $36(48 - 2x) = 1120$

8 Для каждой системы уравнений укажите число её решений. (Для ответа используйте графики; график уравнения $x^2 + y^2 = 9$ изображён на рисунке.)



А. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 4 \end{cases}$ Б. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 - 3 \end{cases}$ В. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = x^2 + 2 \end{cases}$

1) Нет решений 2) Два решения 3) Три решения

Ответ:

А	Б	В

9 Решите неравенство $6x - 15 > 8x - 11$.

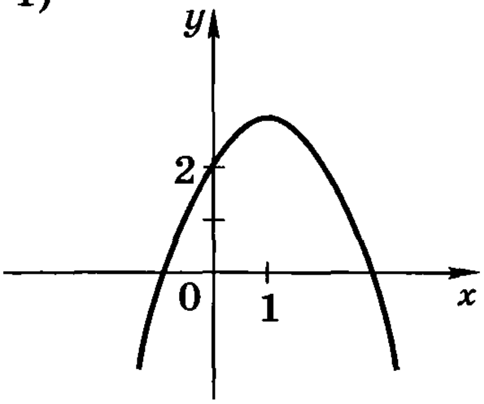
Ответ: ____________________

10 Арифметическая прогрессия задана первыми несколькими членами: 11; 9; 7; 5; ... . Какое число стоит в этой последовательности на пятидесятом месте?

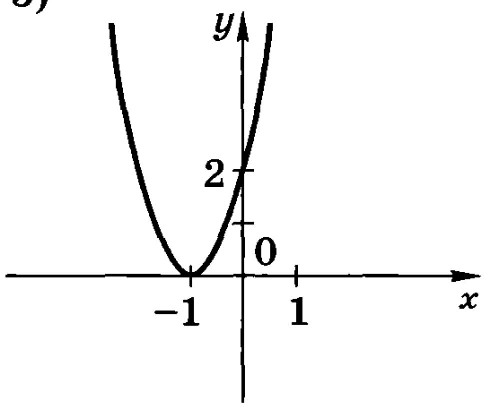
Ответ: ____________________

11 На каком рисунке изображён график функции $y = f(x)$, обладающей свойствами: $f(0) = 2$ и функция убывает на промежутке $(-\infty; 1]$?

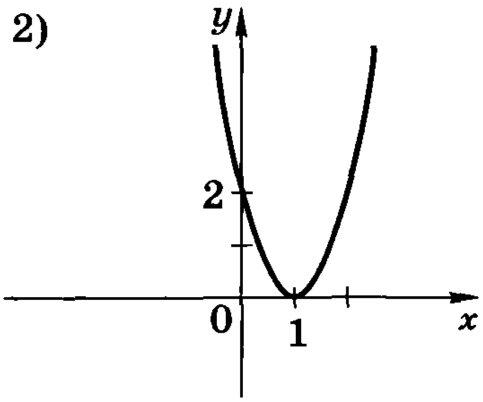
1)



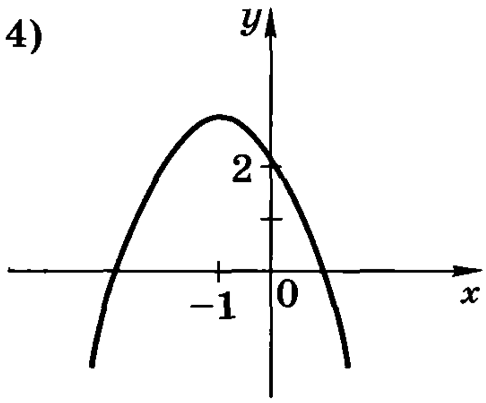
3)



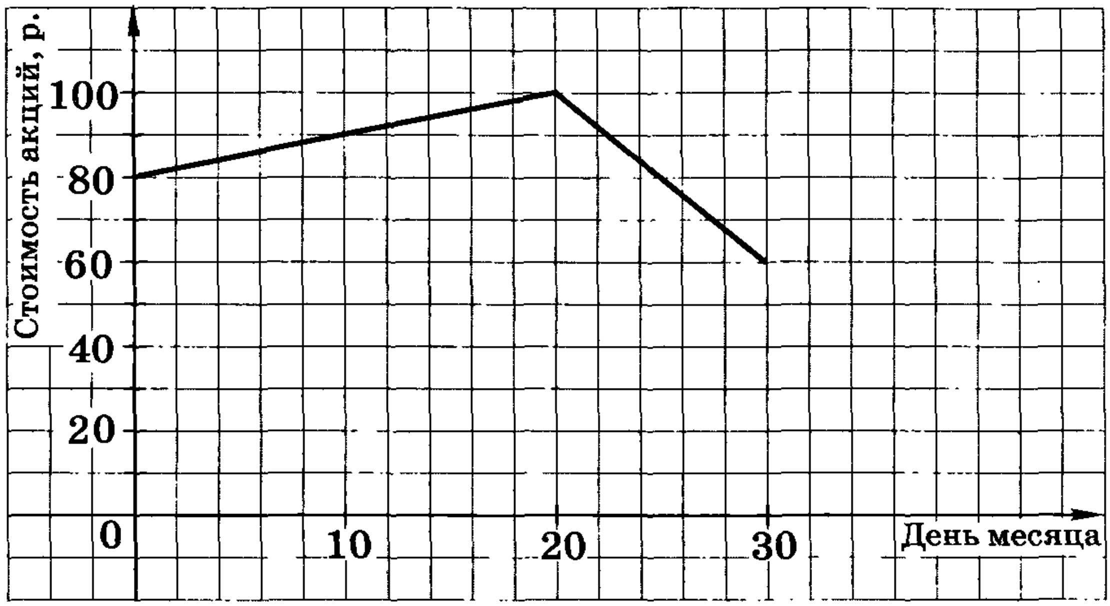
2)



4)



12 График показывает, как менялась цена акций компании в течение месяца. Определите, на сколько процентов снизилась за месяц цена акций этой компании.



1) На 40% 2) На 25% 3) На 4% 4) На 2%

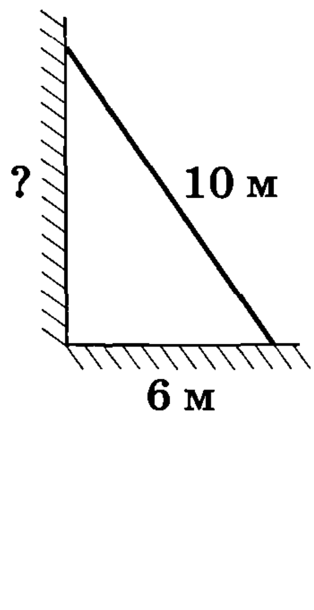
13 В чемпионате города по футболу участвуют 8 команд. Чемпионат проводится в два круга: каждая команда должна сыграть с каждой два раза — на своём поле и на поле соперника. Сколько всего матчей будет сыграно в чемпионате?

Ответ: ____________________

14 В копилке лежат 16 монет по 1 рублю, 14 монет — по 2 рубля и 6 монет — по 5 рублей. Какова вероятность того, что случайно выпавшая из копилки монета окажется монетой в 1 рубль?

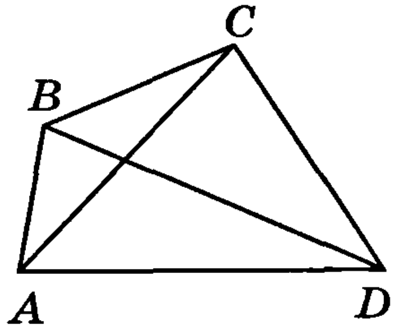
Ответ: ____________________

15 К окну дома приставили лестницу, длина которой 10 м. Её нижний конец отстоит от стены на 6 м. На какой высоте находится окно?



Ответ: ____________________

16 Диагонали четырёхугольника $ABCD$ равны 15 и 12. Найдите периметр четырёхугольника, вершины которого являются серединами сторон четырёхугольника $ABCD$.



Ответ: ____________________

17 Укажите номера верных утверждений:

1) Если радиус окружности увеличить в 2 раза, то длина окружности также увеличится в 2 раза.

2) Диагонали параллелограмма равны и делятся точкой пересечения пополам.

3) Любые два равнобедренных треугольника, имеющие равные углы при вершине, подобны.

4) Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.

Ответ: ____________________

18 Найдите площадь равнобедренной трапеции, если её тупой угол равен 135°, а основания равны 5 см и 13 см.

1) 72 см^2 2) 90 см^2 3) 45 см^2 4) 36 см^2

Часть 2

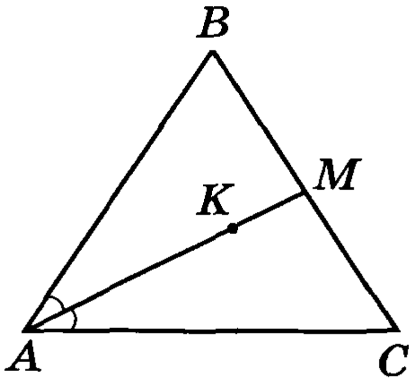
19 Сократите дробь $\dfrac{5x^2-3x-2}{5x^2+2x}$.

20 Постройте график функции

$$y=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+3, \text{ если } x\leqslant 2\\ x-4, \text{ если } x>2.\end{cases}$$

На каком промежутке функция убывает?

21 В равностороннем треугольнике ABC из вершины A проведена биссектриса AM и на ней отмечена точка K. Докажите, что точка K равноудалена от двух других вершин треугольника ABC.



22 Найдите все положительные значения m, при которых система уравнений

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = m^2 \end{cases}$$

не имеет решений.

23 В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна медиане BN. Найдите площадь треугольника ABC, если AM равна 2 см, а BN равна 3 см.

Работа № 2

Вариант 1

Часть 1

1 На координатной прямой точками изображены числа a и b. Из чисел $2a$, $2b$, $a + b$ и $b - a$ выберите наибольшее.

1) $a + b$
2) $2a$
3) $2b$
4) $b - a$

2 В таблице приведена стоимость работ по установке натяжных потолков.

Вид потолка	Цена в р. за 1 м^2 (в зависимости от площади потолка)			
	до 10 м^2	от 11 до 30 м^2	от 31 до 60 м^2	свыше 60 м^2
белый	1050	850	700	600
цветной	1100	900	800	700

Пользуясь данными, представленными в таблице, определите, какова будет стоимость работ, если площадь потолка 50 м^2, потолок голубой и действует скидка 10%.

Ответ: ____________________

3 Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 60$ см, $n = 2500$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: ____________________

4 Найдите значение выражения $(3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (2 \cdot 10^3)$. Ответ запишите десятичной дробью.

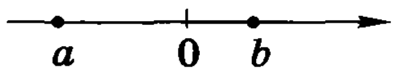
Ответ: ____________________

5 Выполните деление: $\dfrac{n}{m^2 - mn} : \dfrac{n^2}{m^2 - n^2}$.

Ответ: ____________________

6 Решите уравнение $\frac{1}{3}x^2 + x - 6 = 0$.

Ответ: ____________________



7 В какой координатной четверти находится точка пересечения прямых $x + 5y = -7$ и $3x + 2y = 5$?

1) В I четверти
2) Во II четверти
3) В III четверти
4) В IV четверти

8 Решите систему неравенств $\begin{cases} 6x + 3 > 0 \\ 7 - 4x < -1. \end{cases}$

1) $x > -0{,}5$
2) $x > 2$
3) $-0{,}5 < x < 2$
4) Система не имеет решений

9 Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2 + 9 \leqslant 0$
2) $x^2 - 9 \leqslant 0$
3) $x^2 + 9 \geqslant 0$
4) $x^2 - 9 \geqslant 0$

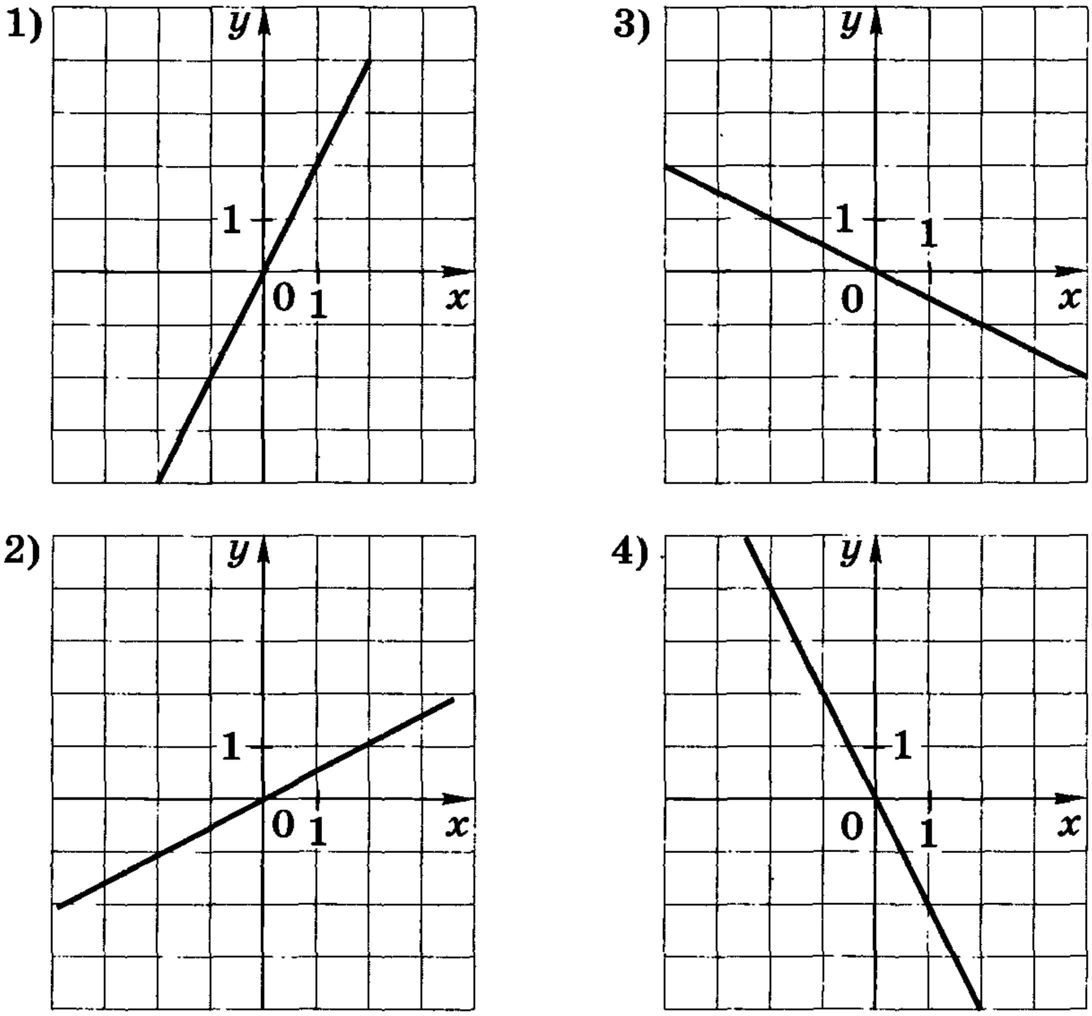
10 Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии

$$\ldots; \frac{1}{6}; \frac{1}{3}; x; \frac{4}{3}; \ldots .$$

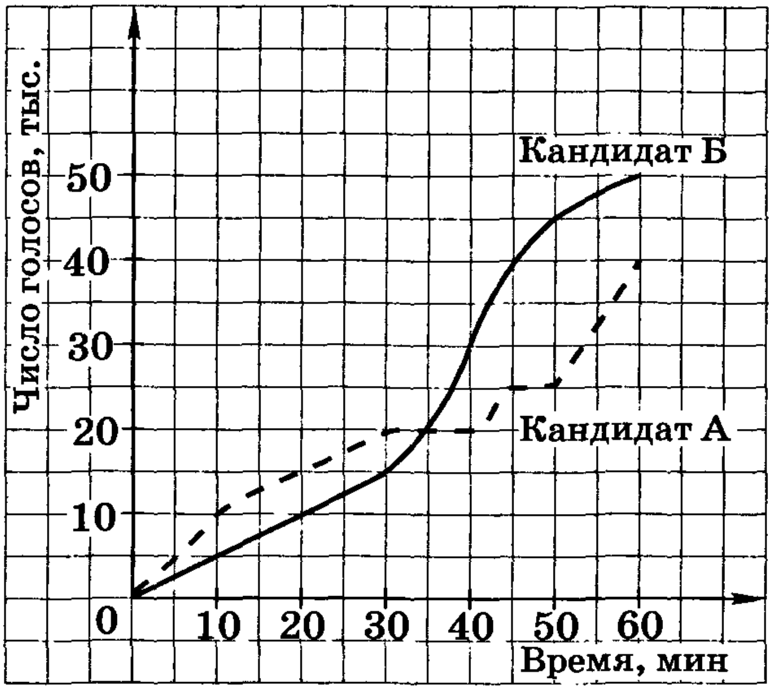
Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

Ответ: ____________________

11 На каком рисунке изображён график функции $y = -\frac{1}{2}x$?



12 На графиках показано, как во время телевизионных дебатов между кандидатами А и Б телезрители голосовали за каждого из них. По горизонтальной оси откладывается время (в минутах), прошедшее с начала голосования, а по вертикальной — число голосов, поданных за кандидата к данной минуте. За кого из кандидатов было подано больше голосов в период с 45-й до 60-й минуты дебатов и на сколько больше?

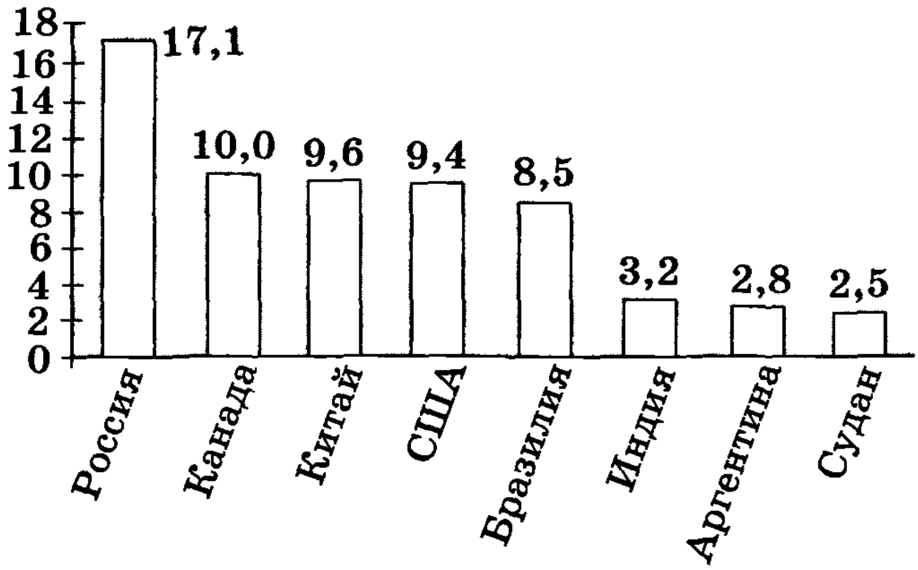


Ответ: ____________________

13 Игральный кубик бросают два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет чётное число очков?

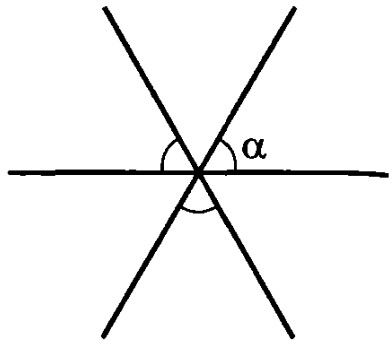
Ответ: ____________________

14 На диаграмме представлены некоторые из крупнейших стран мира по площади территории (млн км^2). Площадь какого государства примерно в 7 раз меньше площади России?



Ответ: ____________________

15 Углы, отмеченные на рисунке, равны. Найдите угол α.



Ответ: ____________________

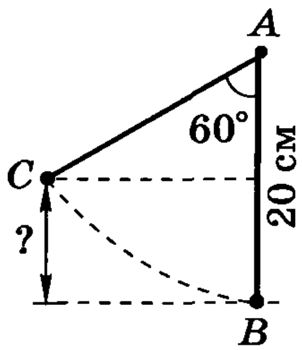
16 Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны $(7-\sqrt{5})$ см и $(7+\sqrt{5})$ см.

Ответ: ____________________

17 В окружность радиуса 4 см вписан квадрат. Найдите сторону квадрата.

Ответ: ____________________

18 Маятник в виде груза, подвешенного на нитке, отклонили от положения равновесия на угол 60°. Длина AB маятника равна 20 см. На сколько изменилась высота груза по сравнению с положением равновесия?



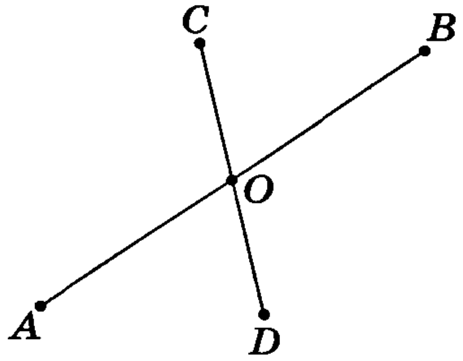
Ответ: ____________________

Часть 2

19 Известно, что парабола $y = ax^2$ проходит через точку $B\left(-1; \frac{1}{4}\right)$. Запишите уравнение параболы и определите, в каких точках она пересекает прямую $y = 9$.

20 В прошлом году на два самых популярных факультета университета было подано 1100 заявлений. В этом году число заявлений на один из этих факультетов уменьшилось на 20%, а на другой увеличилось на 30% и стало равным 1130. Сколько заявлений подано на каждый из двух факультетов в этом году?

21 Отрезки AB и CD пересекаются в точке O и делятся этой точкой пополам. Докажите, что прямые AC и BD параллельны.



22 Решите уравнение

$$(x^2 - 7x + 13)^2 - (x - 3)(x - 4) = 1.$$

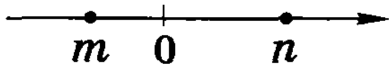
23 Прямая, параллельная основаниям трапеции, проходит через точку пересечения её диагоналей. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого между боковыми сторонами трапеции, если основания трапеции равны 4 и 12.

Работа № 2

Вариант 2

Часть 1

1 На координатной прямой точками изображены числа m и n. Из чисел $2m$, $2n$, $n-m$, $m-n$ выберите наибольшее.



1) $2m$ 2) $2n$ 3) $n - m$ 4) $m - n$

2 В таблице приведена стоимость работ по установке натяжных потолков.

Вид потолка	Цена в р. за 1 м^2 (в зависимости от площади потолка)			
	до 10 м^2	от 11 до 30 м^2	от 31 до 60 м^2	свыше 60 м^2
белый	1200	1000	900	850
цветной	1450	1100	950	900

Пользуясь данными, представленными в таблице, определите, какова будет стоимость работ, если площадь потолка 20 м^2, потолок зелёный и действует скидка 10%.

Ответ: ____________________

3 Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 40$ см, $n = 3500$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: ____________________

4 Найдите значение выражения $(2 \cdot 10^{-2})^3 \cdot (3 \cdot 10^4)$. Ответ запишите десятичной дробью.

Ответ: ____________________

5 Выполните вычитание: $\frac{10}{5c+c^2}-\frac{2}{c}$.

Ответ: ____________________

6 Решите уравнение $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 8 = 0$.

Ответ: ____________________

7 В какой координатной четверти находится точка пересечения прямых $2x + 5y = 4$ и $3x + y = -7$?

1) В I четверти
2) Во II четверти
3) В III четверти
4) В IV четверти

8 Решите систему неравенств $\begin{cases} 4x-2>0 \\ 7-6x>1. \end{cases}$

1) $x > 1$
2) $x > \frac{1}{2}$
3) $x < 0{,}5$
4) $0{,}5 < x < 1$

9 Укажите неравенство, которое не имеет решений.

1) $x^2 - 4 \geqslant 0$
2) $x^2 + 4 \geqslant 0$
3) $x^2 - 4 \leqslant 0$
4) $x^2 + 4 \leqslant 0$

10 Выписано несколько последовательных членов арифметической прогрессии

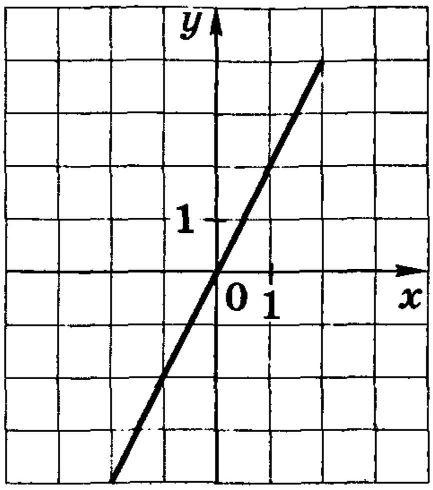
$$\ldots;\ -8;\ -5;\ x;\ 1;\ \ldots\ .$$

Найдите член прогрессии, обозначенный буквой x.

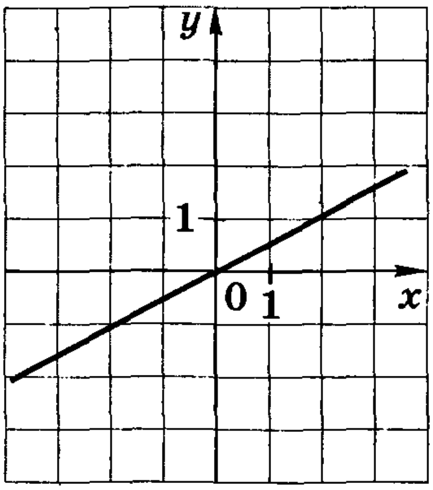
Ответ: ____________________

10 На каком рисунке изображён график функции $y = -2x$?

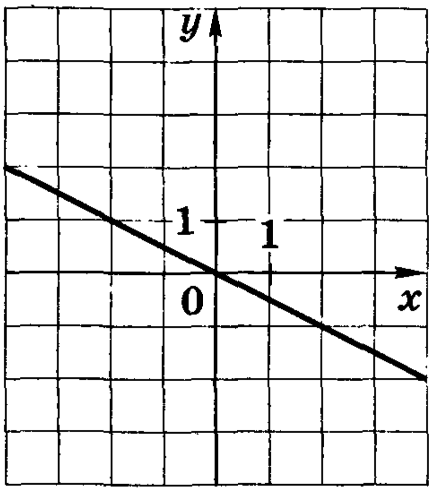
1)



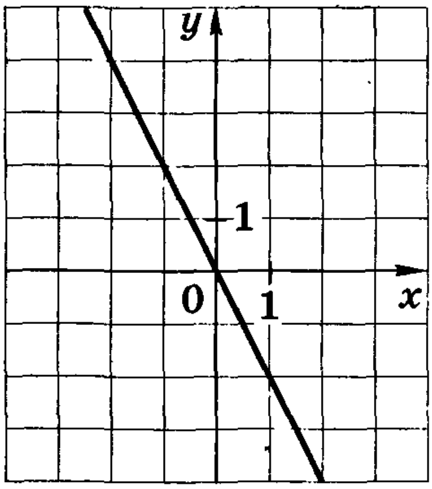
2)



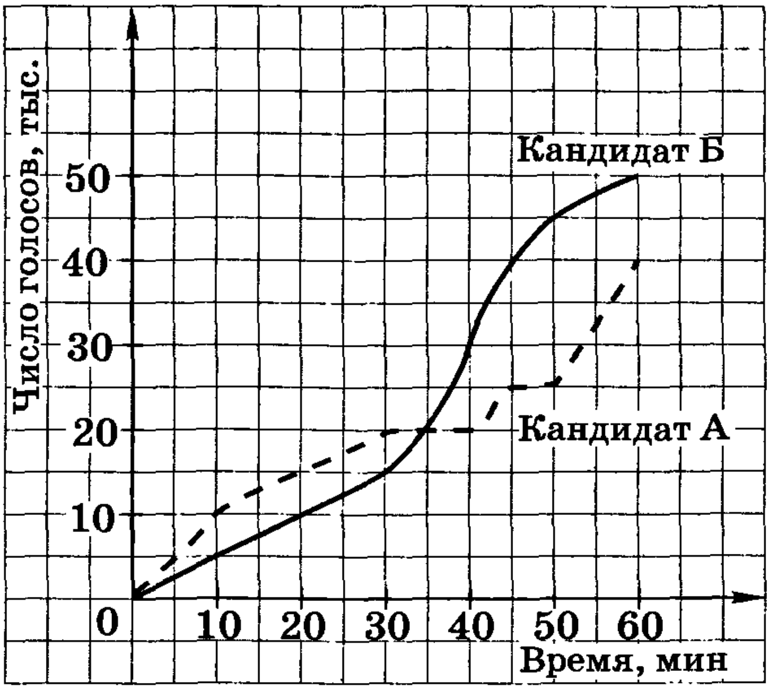
3)



4)



11 На графиках показано, как во время телевизионных дебатов между кандидатами А и Б телезрители голосовали за каждого из них. По горизонтальной оси откладывается время (в минутах), прошедшее с начала голосования, а по вертикальной — число голосов, поданных за кандидата к данной минуте. За кого из кандидатов было подано больше голосов в период с 20-й до 40-й минуты дебатов и на сколько больше?

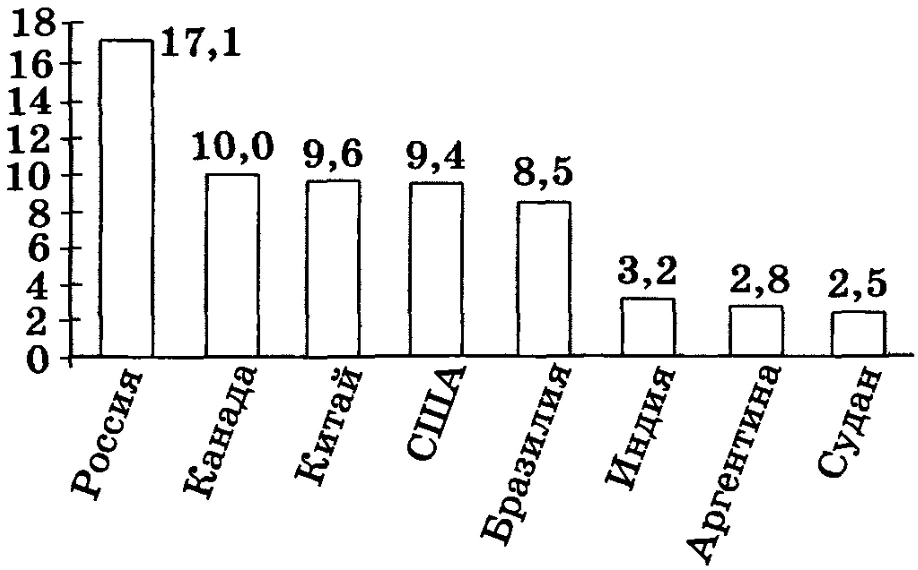


Ответ: ____________________

13 Игральный кубик бросают два раза. Какова вероятность того, что оба раза выпадет нечётное число очков?

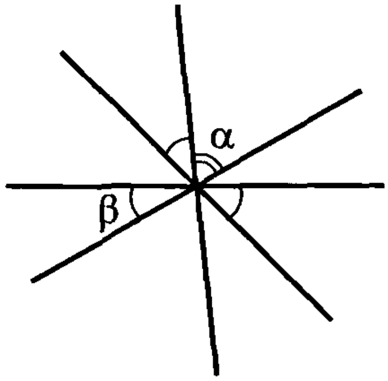
Ответ: ____________________

14 На диаграмме представлены некоторые из крупнейших стран мира по площади территории (млн км^2). Площадь какого государства примерно в 3 раза меньше площади Бразилии?



Ответ: ____________________

15 Углы, отмеченные на рисунке одной дугой, равны. Угол α равен $60°$. Найдите угол β.



Ответ: ____________________

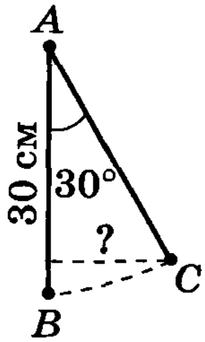
16 Найдите площадь прямоугольного треугольника, катеты которого равны $(\sqrt{11}+1)$ см и $(\sqrt{11}-1)$ см.

Ответ: ____________________

17 Квадрат со стороной 4 см вписан в окружность. Найдите радиус окружности.

Ответ: ____________________

18 Маятник в виде груза, подвешенного на нитке, отклонили от положения равновесия на угол $30°$. Длина AC маятника 30 см. На каком расстоянии от прямой AB, проходящей через начальное положение маятника, находится груз?



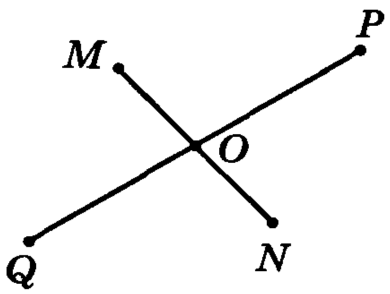
Ответ: ____________________

Часть 2

19 Известно, что парабола $y = ax^2$ проходит через точку $B\left(1; -\frac{1}{4}\right)$. Запишите уравнение параболы и определите, в каких точках она пересекает прямую $y = -16$.

20 В первом туре олимпиады по математике для восьмых и девятых классов участвовало 160 школьников. Известно, что 30% восьмиклассников и 60% девятиклассников не прошли во второй тур олимпиады. В результате в этом туре приняло участие 85 школьников. Сколько восьмиклассников и сколько девятиклассников участвовало во втором туре олимпиады?

21 Отрезки MN и PQ пересекаются в точке O и делятся этой точкой пополам. Докажите, что прямые PM и NQ параллельны.



22 Решите уравнение

$$(2x^2 - x + 1)^2 + 2x(2x - 1) = 1.$$

23 Прямая, параллельная основаниям трапеции, проходит через точку пересечения её диагоналей. Найдите длину отрезка этой прямой, заключённого между боковыми сторонами трапеции, если основания трапеции равны 9 и 18.

Работа № 3

Вариант 1

Часть 1

1 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учащихся 9 класса. Оцените результат мальчика, пробежавшего эту дистанцию за 4,85 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, с	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

1) отметка «5»
2) отметка «4»
3) отметка «3»
4) норматив не выполнен

2 Для приготовления отвара из лекарственных трав взяли цветки ромашки и календулы в отношении 4 : 5. Какой примерно процент в этой смеси составляют цветки ромашки?

1) 44% 2) 56% 3) 0,44% 4) 80%

3 Чему равно значение выражения $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}-1}$ при $a = 0{,}04$ и $c = 0{,}09$?

Ответ: ____________________

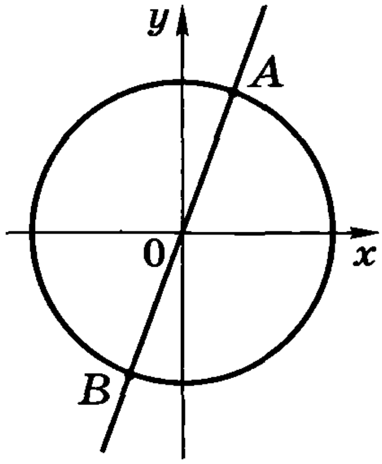
4 Найдите разность: $\frac{6c^2}{2c-3} - 3c$.

Ответ: ____________________

5 В каком случае преобразование выполнено **неверно**?

1) $a - b + c = a - (b - c)$
2) $-a(-b)(-c) = abc$
3) $(a - b)(b - c) = -(a - b)(c - b)$
4) $(a - b)^2 = (b - a)^2$

6 Окружность, изображённая на рисунке, задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 10$, а прямая — уравнением $y = 3x$. Вычислите координаты точки A.

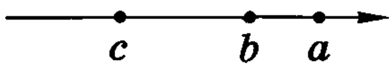


Ответ: ____________________

7 Решите задачу:
Путь от турбазы до автостанции турист проехал на велосипеде за 2 ч. Чтобы пройти это расстояние пешком, ему понадобилось бы 6 ч. Идёт он со скоростью, на 8 км/ч меньшей, чем едет на велосипеде. С какой скоростью идёт турист?

Ответ: ____________________

8 На координатной прямой отмечены числа a, b и c.



Какая из разностей $a - b$, $a - c$, $c - b$ отрицательна?
1) $a - b$
2) $a - c$
3) $c - b$
4) ни одна из них

9 Решите неравенство $x^2 - x - 12 \leqslant 0$.

Ответ: ____________________

10 Три последовательности, среди которых есть арифметическая прогрессия и геометрическая прогрессия, заданы несколькими первыми членами. Укажите для каждой последовательности соответствующее ей утверждение.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	УТВЕРЖДЕНИЯ
А) 1; 2; 4; 8; ...	1) последовательность является арифметической прогрессией
Б) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \ldots$	2) последовательность является геометрической прогрессией
В) 10; 7; 4; 1; ...	3) последовательность не является ни арифметической прогрессией, ни геометрической

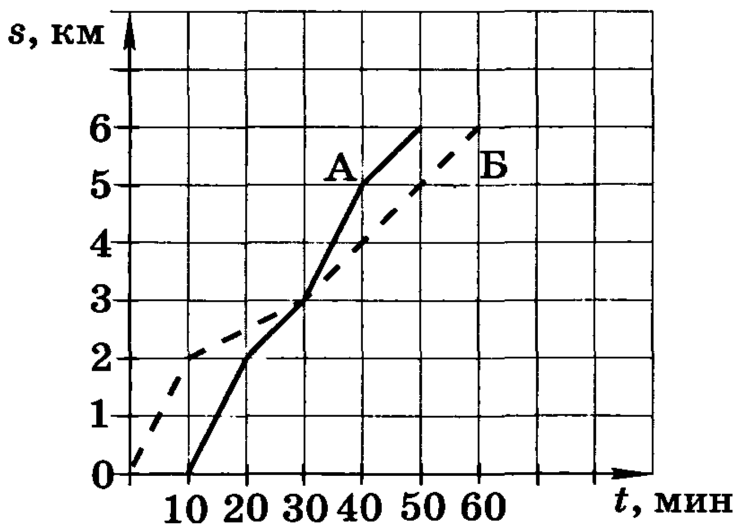
Ответ:

А	Б	В

11 Укажите прямую, которая имеет две общие точки с графиком функции $y = x^2 + 1$.

1) $y = -10$
2) $y = 0$
3) $y = 1$
4) $y = 10$

12 Антон и Борис совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s, которое пробежал каждый из них, от времени бега t. Кто кого догнал во время бега и через сколько минут после своего старта?



Ответ: ____________________

13 На каждые 1600 пакетов молока приходится 80 протекающих. Какова вероятность того, что случайно выбранный пакет молока не течёт?

Ответ: ____________________

14 Для семи будильников нашли отклонение от точного времени (в минутах): 7, −3, 0, −4, 4, −2, 5. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: ____________________

15 Выпишите номера верных утверждений.

1) Вписанные в окружность углы, стороны которых проходят через две данные точки окружности, равны.

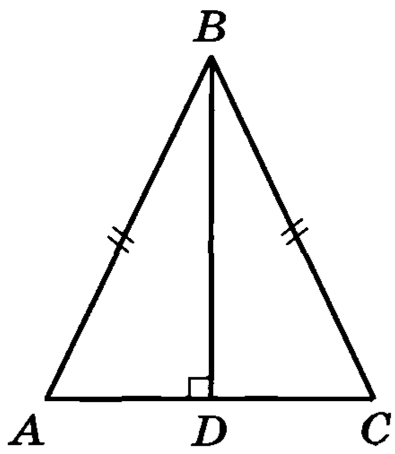
2) Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии.

3) Если смежные углы равны, то эти углы прямые.

4) Два прямоугольных треугольника, имеющие равный острый угол, равны.

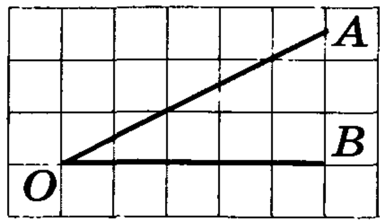
Ответ: ____________________

16 В равнобедренном треугольнике ABC отрезок BD — высота, проведённая к основанию AC. Угол ABD равен 20°. Найдите величину угла ACB.



Ответ: ____________________

17 Чему равен синус угла AOB?



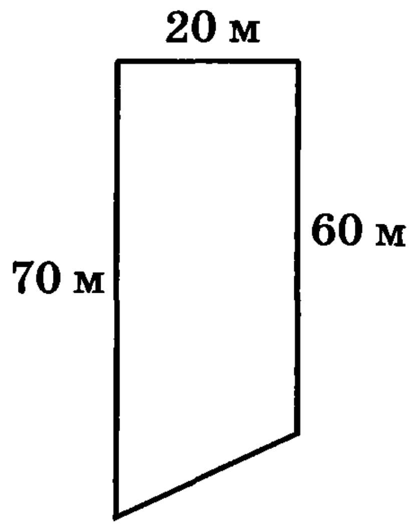
1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

3) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

18 Продаётся земельный участок, имеющий форму, близкую к прямоугольной трапеции. Продавец утверждает, что площадь участка равна 15 соткам. Чтобы проверить это, покупатель провёл необходимые измерения (см. рисунок). Найдите реальную площадь участка и определите, соответствует ли информация действительности (1 сотка = 100 м^2).



Ответ: ____________________

Часть 2

19 Постройте график функции $y = \frac{3-x}{2}$. При каких значениях x выполняется условие $0 \leqslant y \leqslant 1{,}5$?

20 Упростите выражение

$$\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} + \frac{4a^2}{a^2-b^2}\right) : \left(\frac{a^2}{b^3-ab^2} + \frac{a+b}{b^2}\right).$$

21 На окружности с центром O отмечены точки A, B, C и D так, что углы AOB и COD равны. Докажите, что равны хорды AC и BD.

22 Найдите все целые числа, которые не принадлежат области определения выражения $\sqrt{x^2-5x+6} + \sqrt{x^2-4}$.

23 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса CD. Из точки D проведены прямые $DF \perp DC$, $DE \parallel AC$ (точка F принадлежит прямой AC, точка E лежит на стороне BC). Биссектриса угла при вершине равнобедренного треугольника пересекает прямую DE в точке M. Найдите отношение $\frac{DM}{FC}$.

Вариант 2
Часть 1

1 В таблице приведены нормативы по бегу на 60 м для учащихся 9 класса. Оцените результат девочки, пробежавшей эту дистанцию за 9,35 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, с	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

1) отметка «5»
2) отметка «4»
3) отметка «3»
4) норматив не выполнен

2 В целебный чай входят чайные листья и листья мелиссы в отношении 8 : 1. Какой примерно процент в этой смеси составляют листья мелиссы?

1) 89% 2) 11% 3) 0,11% 4) 13%

3 Чему равно значение выражения $\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{b}$ при $a = 0{,}25$ и $b = 0{,}64$?

Ответ: ____________________

4 Найдите разность: $2a-\frac{2a^2-a}{a+3}$.

Ответ: ____________________

5 В каком случае преобразование выполнено **неверно**?

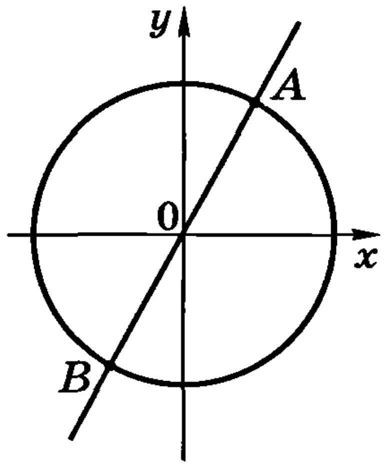
1) $-(x-y)(y-z)=(y-x)(y-z)$

2) $(x+y)(y-x)=y^2-x^2$

3) $-(x-y-z)=y-z-x$

4) $-(-x)y(-z)=-xyz$.

6 Окружность, изображённая на рисунке, задаётся уравнением $x^2 + y^2 = 20$, а прямая — уравнением $y = 2x$. Вычислите координаты точки B.

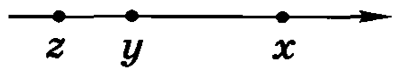


Ответ: ____________________

7 Решите задачу:
Путь от одного города до другого автобус проехал за 3 ч, а автомобиль — за 2 ч. Скорость автомобиля на 25 км/ч больше скорости автобуса. Чему равно расстояние между городами?

Ответ: ____________________

8 На координатной прямой отмечены числа x, y и z. Какая из разностей $z - x$, $x - y$, $z - y$ положительна?



1) $z - x$
2) $x - y$
3) $z - y$
4) ни одна из них

9 Решите неравенство $x^2 - x - 6 \geqslant 0$.

Ответ: ____________________

10 Три последовательности, среди которых есть арифметическая прогрессия и геометрическая прогрессия, заданы несколькими первыми членами. Укажите для каждой последовательности соответствующее ей утверждение.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	УТВЕРЖДЕНИЯ
А) $\frac{1}{3}; \frac{3}{5}; \frac{5}{7}; \frac{7}{9}; \ldots$	1) последовательность не является ни арифметической прогрессией, ни геометрической
Б) 27; 9; 3; 1; ...	2) последовательность является арифметической прогрессией
В) 2; 5; 8; 11; ...	3) последовательность является геометрической прогрессией

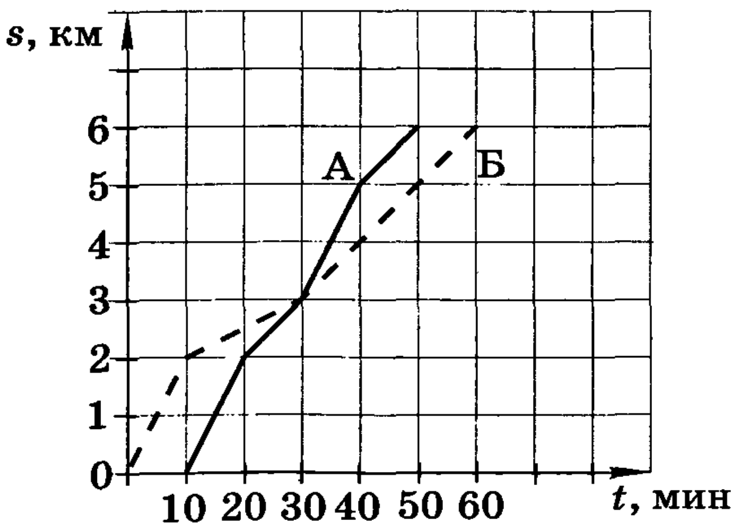
Ответ:

А	Б	В

11 Укажите прямую, которая не имеет общих точек с графиком функции $y = -x^2 + 4$.

1) $y = -15$
2) $y = 0$
3) $y = 4$
4) $y = 15$

12 Антон и Борис совершили утреннюю пробежку по одному и тому же маршруту. На рисунке изображены графики, показывающие зависимость расстояния s, которое пробежал каждый из них, от времени бега t. Сколько километров оставалось Борису до финиша, когда Антон закончил бег?



Ответ: ____________

13 На каждые 1500 ручек приходится 90 неисправных. Какова вероятность того, что случайно выбранная ручка будет исправной?

Ответ: ____________________

14 На протяжении одной недели апреля в одно и то же время суток измеряли температуру воздуха на улице (в градусах Цельсия): 7, 10, −3, 5, 0, −4, −1. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: ____________________

15 Выпишите номера **верных** утверждений.

1) Если стороны вписанного в окружность угла проходят через концы диаметра, то этот угол является прямым.

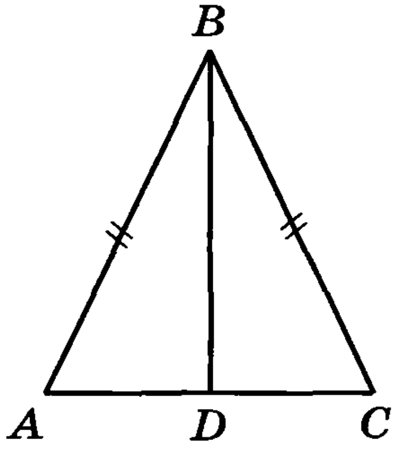
2) В равнобедренной трапеции диагонали делятся точкой пересечения пополам.

3) Два прямоугольных треугольника, имеющие равный острый угол, подобны.

4) Из двух смежных углов всегда один острый, а другой тупой.

Ответ: ____________________

16 В равнобедренном треугольнике ABC отрезок BD — медиана, проведённая к основанию AC. Угол BCD равен 50°. Найдите величину угла ABD.



Ответ: ____________________

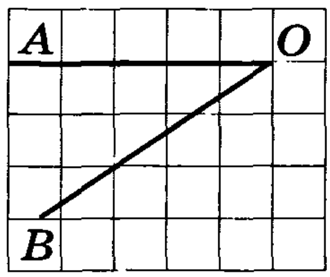
17 Чему равен косинус угла AOB?

1) $\frac{3}{\sqrt{13}}$

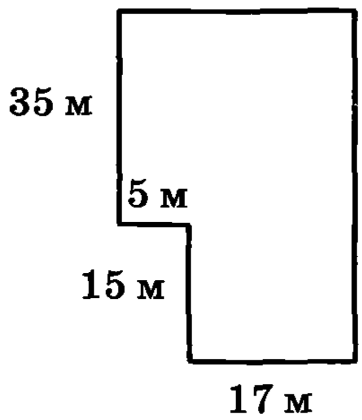
2) $\frac{2}{\sqrt{13}}$

3) $\frac{\sqrt{13}}{3}$

4) $\frac{2}{3}$



18 Продаётся земельный участок, имеющий форму, показанную на рисунке (соседние стороны участка пересекаются под прямым углом). Продавец утверждает, что площадь участка больше 10 соток. Чтобы проверить это, покупатель провёл необходимые измерения (см. рисунок). Найдите реальную площадь участка и определите, соответствует ли информация действительности. (1 сотка = 100 м^2).



Ответ: ____________________

Часть 2

19 Постройте график функции $y = \frac{x-6}{3}$. При каких значениях x выполняется неравенство $-2 \leqslant y \leqslant 0$?

20 Упростите выражение

$$\left(\frac{4y^2}{y^2-x^2}+\frac{x+y}{x-y}+\frac{y-x}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x^2}+\frac{y^2}{x^3+x^2y}\right).$$

21 На окружности с центром O отмечены точки A, B, C так, что углы AOB и BOC равны. Докажите, что точки A, B и C являются вершинами равнобедренного треугольника.

22 Найдите все целые числа, которые не принадлежат области определения выражения $\sqrt{x^2-2x-3}+\sqrt{x^2-4}$.

23 Биссектриса угла прямоугольника делит его диагональ на отрезки 15 см и 20 см, считая от ближайшей к данному углу вершины. В каком отношении эта биссектриса делит сторону прямоугольника?

Ответы, комментарии, решения к разделу IV

Работа № 1

Вариант 1

Часть 1

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	16	2)	2)	5	$\sqrt{3}+\sqrt{2}$	5,4	2)	А3, Б2, В1	$x<-1$

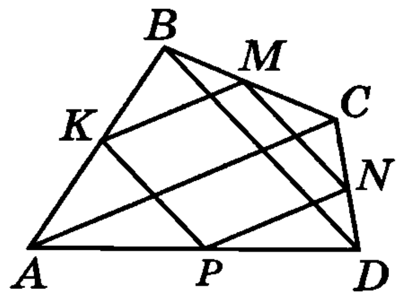
Номер задания	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	178	1)	3)	15	$\frac{1}{4}$	13 м	9	1,4	4)

Задание 2. Ответ легко получить прикидкой, не выполняя вычислений. В самом деле, в случае 1 каждое слагаемое меньше $\frac{1}{2}$, значит, сумма $0{,}45 + \frac{1}{3}$ меньше 1.

В случае 2 каждое слагаемое больше $\frac{1}{2}$, значит, сумма $0{,}54 + \frac{2}{3}$ больше 1. Случаи 3 и 4 уже можно не рассматривать. Но если рассмотреть их для самоконтроля, то и в случае 3, и в случае 4 каждое из трёх слагаемых меньше $\frac{1}{3}$, а значит, сумма меньше 1.

Задание 12. В начале месяца цена составляла 25 р., а в конце — 30 р., т. е. за месяц цена выросла на 5 р. Найдём, какую часть составляют 5 р. от первоначальной цены — это $\frac{5}{25}$ или $\frac{1}{5}$, и выразим её в процентах — это 20%.

Задание 16. Пусть диагональ AC равна 5, а диагональ $BD = 4$. Отрезок KM, соединяющий середины сторон AB и BC, является средней линией треугольника ABC, следовательно, его длина равна 2,5. Точно так же находим, что $PN = 2{,}5$, $MN = KP = 2$. Периметр четырёхугольника $KMNP$ равен 9.



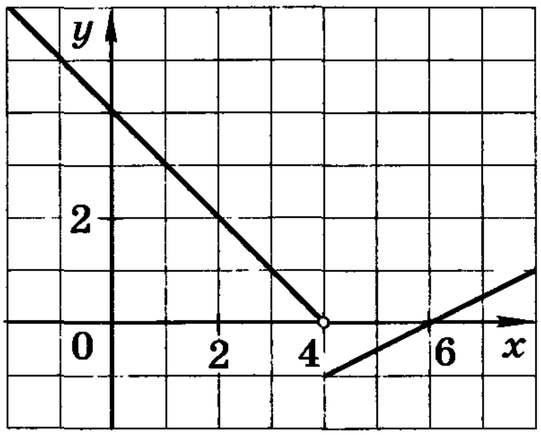
Часть 2

Задание 19. Решение. Найдём корни квадратного трёхчлена $3x^2 + 7x - 6$; получим $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{2}{3}$.

$$\frac{3x^2-2x}{3x^2+7x-6} = \frac{x(3x-2)}{3(x+3)\left(x-\frac{2}{3}\right)} = \frac{x(3x-2)}{(x+3)(3x-2)} = \frac{x}{x+3}$$

Заметим, что область определения сокращаемой дроби указывать не требуется. Ответ. $\frac{x}{x+3}$.

Задание 20. Ответ. График изображён на рисунке; функция возрастает на промежутке $[4; +\infty)$.



Задание 21. Решение. Треугольник AMC равен треугольнику BMC по трём сторонам. Из равенства треугольников следует равенство углов ACM и BCM. Значит, луч CM — биссектриса угла ACB.

Задание 22. Решение. Подставим $y = 1 - 2x$ в уравнение $x^2 + y^2 = a^2$, получим уравнение (относительно x)

$$5x^2 - 4x + (1 - a^2) = 0.$$

Найдём значения a, при которых это уравнение имеет два корня:

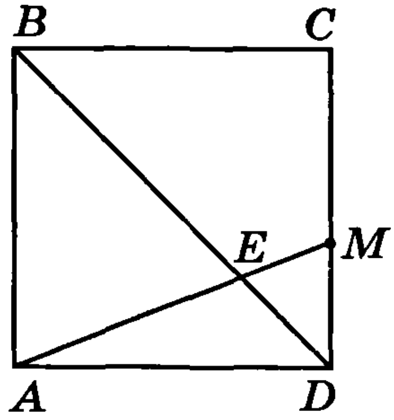
$$D_1 = 4 - 5(1 - a^2) = 5a^2 - 1,$$

$$5a^2 - 1 > 0, \ |a| > \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Таким образом, система имеет два решения при $a < -\frac{1}{\sqrt{5}}$ и при $a > \frac{1}{\sqrt{5}}$. Учитывая условие $a < 0$, получаем $a < -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Ответ. При $a < -\frac{1}{\sqrt{5}}$. Другая возможная форма ответа: при $a \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$.

Задание 23. Р е ш е н и е. Точка M делит сторону CD в отношении $2:1$, т. е. $MD = 6$ см.



Треугольник ABE подобен треугольнику MDE (по двум углам) с коэффициентом подобия 3. Отсюда имеем: $\frac{EM}{AE} = \frac{1}{3}$ и $EM = \frac{1}{4}AM$. Следовательно, площадь треугольника MDE составляет $\frac{1}{4}$ площади треугольника ADM.

Треугольник ADM прямоугольный, находим его площадь: $\frac{6 \cdot 18}{2} = 54$ см^2. Отсюда площадь треугольника MDE равна 13,5 см^2. О т в е т. 13,5 см^2.

Вариант 2

Часть 1

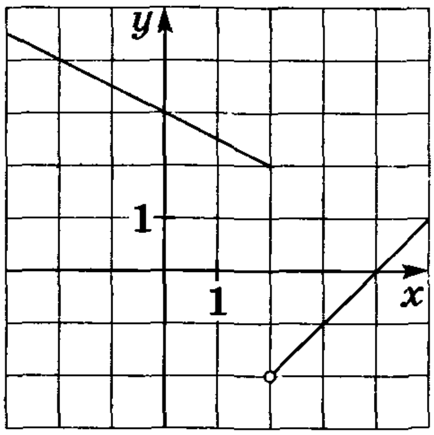
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	32	1)	4)	−2	$\sqrt{2}-\sqrt{5}$	−15	1)	А1, Б3, В2	$x < -2$

Номер задания	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	−87	2)	2)	56	$\frac{4}{9}$	8 м	27	1,3	4)

Часть 2

Задание 19. О т в е т. $\frac{x-1}{x}$.

Задание 20. О т в е т. График изображён на рисунке; функция убывает на промежутке $(-\infty; 2]$.



Задание 21. Надо соединить точку K отрезками с точками B и C и доказать, что треугольники AKB и AKC равны, откуда сделать вывод о равенстве отрезков KB и KC.

Задание 22. О т в е т. При $0 < m < \sqrt{2}$; другая возможная форма ответа: при $m \in (0; \sqrt{2})$.

Задание 23. О т в е т. 4 см^2.

Работа № 2

Вариант 1

Часть 1

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	4)	36 000 р.	1,5 км	0,018	$\frac{m+n}{mn}$	–6; 3	4)	2)	3)

Номер задания	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	$\frac{2}{3}$	3)	За А, на 5 тыс.	$\frac{1}{4}$	Судана	60°	22 см^2	$4\sqrt{2}$ см	10 см

Задание 3. Сначала по таблице определяем нужную стоимость 1 кв. м потолка — это 800 р. Тогда стоимость 50 кв. м составляет 800 · 50 = 40000 (р.). С учётом скидки получаем 40000 · 0,9 = 36000 (р.).

Задание 10. Предполагается, что ответ будет получен аналитическим способом, т. е. решением системы $\begin{cases} x+5y=-7 \\ 3x+2y=5. \end{cases}$

Задание 14. Полезно рассмотреть два способа: 1) найти знаменатель прогрессии q ($q = \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = 2$) и умножить на этот знаменатель второй член прогрессии ($x = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$); 2) найти x как среднее геометрическое предыдущего и последующего членов ($x > 0$).

Задание 17. Решение. Диагональ квадрата является диаметром окружности, значит она равна 8 см. Если сторону квадрата (в см) обозначить буквой x, то получим уравнение $2x^2 = 64$. Отсюда $x = 4\sqrt{2}$. Ответ. $x = 4\sqrt{2}$.

Задание 19. Решение. Парабола задаётся уравнением вида $y = ax^2$. Подставив в это уравнение координаты точки B, найдём, что $a = \frac{1}{4}$, т. е. уравнение параболы $y = \frac{1}{4}x^2$.

Решим уравнение $\frac{1}{4}x^2 = 9$; получим $x_1 = 6$, $x_2 = -6$. Значит, парабола пересекает прямую $y = 9$ в точках (6; 9) и (–6; 9). Ответ. $y = \frac{1}{4}x^2$; (6; 9) и (–6; 9) — точки пресечения параболы с прямой $y = 9$.

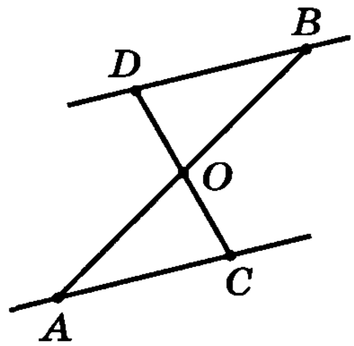
Задание 20. Р е ш е н и е. Пусть в прошлом году на первый факультет было подано x заявлений, а на второй — y заявлений; имеем уравнение $x + y = 1100$. В этом году на первый факультет подано $0{,}8x$ заявлений, а на второй — $1{,}3y$ заявлений; имеем уравнение $0{,}8x + 1{,}3y = 1130$. Таким образом, получаем систему $\begin{cases} x+y=1100 \\ 0{,}8x+1{,}3y=1130. \end{cases}$

Умножим обе части второго уравнения на 10, получим

$$\begin{cases} x+y=1100 \\ 8x+13y=11\,300. \end{cases}$$

Отсюда $x = 600$, $y = 500$. Далее, $0{,}8x = 480$, $1{,}3y = 650$. О т в е т. На первый факультет подано 480 заявлений, на второй — 650 заявлений.

Задание 21. Р е ш е н и е. Треугольники AOC и BOD равны по двум сторонам и углу между ними: $\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные, $OD = OC$ и $OA = OB$ по условию. Отсюда следует равенство углов BDO и ACO. Но эти углы — внутренние накрест лежащие для прямых AC и DB и секущей CD, следовательно, $AC \parallel DB$.

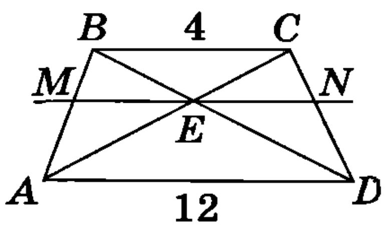


Задание 22. Р е ш е н и е. Представим уравнение в виде $(x^2 - 7x + 13)^2 - (x^2 - 7x + 12) = 1$. Введём замену $x^2 - 7x + 13 = y$; получим уравнение $y^2 - (y - 1) - 1 = 0$, т. е. $y^2 - y = 0$. Его корни $y_1 = 0$, $y_2 = 1$.

Уравнение $x^2 - 7x + 13 = 0$ корней не имеет; уравнение $x^2 - 7x + 13 = 1$ имеет корни 3 и 4.

Заметим, что возможны и другие замены, например $x^2 - 7x + 12 = y$; тогда получается уравнение $(y + 1)^2 - y - 1 = 0$. О т в е т. $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

Задание 23. Р е ш е н и е. $\triangle BEC$ подобен $\triangle DEA$ (по двум углам) с коэффициентом подобия $\frac{1}{3}$, поэтому $EC : AE = 1 : 3$ Отсюда $AE : AC = 3 : 4$.



Рассмотрим $\triangle AME$ и $\triangle ABC$. Они подобны, так как $MN \parallel BC$, поэтому $ME : BC = AE : AC = 3 : 4$. Получаем: $ME = \frac{BC \cdot 3}{4} = \frac{4 \cdot 3}{4} = 3$.

Аналогично из подобия треугольников CNE и CDA получаем, что $EN = 3$. Искомый отрезок MN равен 6. О т в е т. 6.

Вариант 2

Часть 1

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	2)	19 800 р.	1,4 км	0,24	$-\frac{2}{5+c}$	−2; 8	2)	4)	4)

Номер задания	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	−2	4)	За Б, на 15 тыс.	$\frac{1}{4}$	Аргентины	40°	5 см^2	$2\sqrt{2}$ см	15 см

Часть 2

Задание 19. Ответ. $y=-\frac{1}{4}x^2$; (8; −16) и (−8; −16) — точки пересечения параболы с прямой $y = -16$.

Задание 20. Ответ. 49 восьмиклассников и 36 девятиклассников.

Задание 21. Доказательство аналогично приведённому в задании 21 варианта 1.

Задание 22. Ответ. $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

Задание 23. Ответ. 12

Работа № 3

Вариант 1

Часть 1

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	2)	1)	$-\frac{2}{7}$	$\frac{9c}{2c-3}$	2)	(1; 3)	4 км/ч	3)	$-3 \leqslant x \leqslant 4$

Номер задания	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	А2 Б3 В1	4)	Антон, через 20 мин	0,95	на 1	2,3	70°	2)	1300 м^2, нет

Часть 2

Задание 19. Графиком является прямая, пересекающая ось x в точке (3; 0), а ось y в точке (0; 1,5). Переменная y принимает указанные значения при $0 \leqslant x \leqslant 3$.

Ответ. $0 \leqslant y \leqslant 1{,}5$ при $0 \leqslant x \leqslant 3$.

Задание 20. Решение.

1) $\frac{b+a}{a-b}-\frac{b-a}{a+b}+\frac{4a^2}{a^2-b^2}=\frac{(a+b)^2-(b-a)^2+4a^2}{a^2-b^2}=\frac{4ab+4a^2}{a^2-b^2}=\frac{4a}{a-b}$.

2) $\frac{a^2}{b^3-ab^2}+\frac{a+b}{b^2}=\frac{a^2+(b^2-a^2)}{b^2(b-a)}=\frac{1}{b-a}$.

3) $\frac{4a}{a-b}:\frac{1}{b-a}=-4a$. Ответ. $-4a$.

Задание 21. Решение. Хорды AC и BD являются основаниями двух равнобедренных треугольников AOC и BOD. Боковые стороны этих треугольников равны, так как являются радиусами одной окружности, а углы между этими сторонами равны, так как у этих углов есть общая часть — угол BOC, и углы AOB и COD равны по условию. Поэтому $\triangle AOC = \triangle BOD$ по двум сторонам и углу между ними, и, следовательно, $AC = BD$.

Задание 22. Решение. 1) Найдём область определения данного выражения; для этого решим систему $\begin{cases} x^2-5x+6\geqslant 0 \\ x^2-4\geqslant 0. \end{cases}$

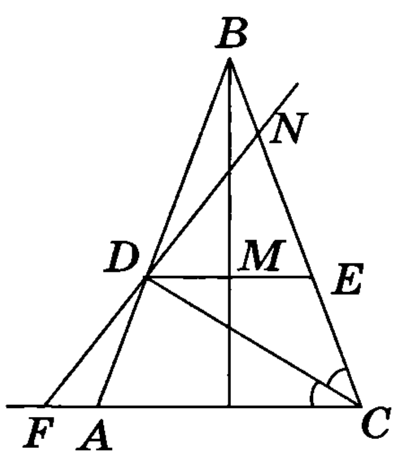
Множество решений первого неравенства состоит из двух лучей: $x \leqslant 2$ и $x \geqslant 3$. Множество решений второго неравенства также состоит из двух лучей: $x \leqslant -2$ и $x \geqslant 2$.

С помощью координатной прямой получаем, что множество решений системы неравенств — объединение лучей $x \leqslant -2$, $x \geqslant 3$ и точки $x = 2$.

2) Этому множеству не принадлежат целые числа -1; 0; 1.

Другое возможное решение. Для каждого слагаемого найдем множество значений x, при которых оно не имеет смысла. Первое слагаемое не имеет смысла при $2 < x < 3$; в этом промежутке целых чисел нет. Второе слагаемое не имеет смысла при $-2 < x < 2$; в этом промежутке три целых числа: -1; 0; 1. Таким образом, данное выражение не имеет смысла при $x = -1$; 0; 1. Ответ. -1; 0; 1.

Задание 23. Решение. Рассмотрим прямоугольные треугольники FCD и NCD. Они равны, так как у них общая сторона CD и равные острые углы FCD и NCD. Отсюда следует, что $FD = DN$, поэтому DE — средняя линия треугольника FNC и $DE = \frac{1}{2}FC$. Так как треугольник ABC равнобедренный, то $DM = \frac{1}{2}DE$. Получаем, что $DE = \frac{1}{4}FC$. Отсюда $\frac{DM}{FC}=\frac{1}{4}$. Ответ. $\frac{DM}{FC}=\frac{1}{4}$.



Вариант 2

Часть 1

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ответ	1)	2)	1,2	$\frac{7a}{a+3}$	3)	(−2; −4)	150 км	2)	$x \leqslant -2$, $x \geqslant 3$

Номер задания	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Ответ	А1 Б3 В2	4)	1 км	0,94	на 2	1,3	40°	1)	1025 м^2, да

Часть 2

Задание 19. Графиком является прямая, пересекающая ось x в точке (6; 0), а ось y в точке (0; −2). Переменная y принимает указанные значения при $0 \leqslant x \leqslant 6$.

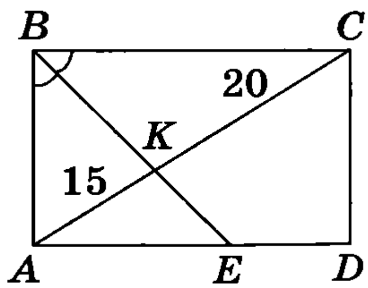
Задание 20. Ответ. $4y$.

Задание 21. Решение. $\triangle AOB = \triangle BOC$ по двум сторонам и углу между ними: $AO = BO = CO$ как радиусы одной окружности, а углы между этими сторонами равны по условию. Отсюда следует, что $AB = CB$, т. е. $\triangle ABC$ — равнобедренный с боковыми сторонами AB и BC.

Замечание. Вывод о равенстве хорд AB и BC можно сделать и из равенства центральных углов, стороны которых проходят через концы этих хорд.

Задание 22. Ответ. −1; 0; 1; 2.

Задание 23. Решение. Рассмотрим треугольник ABC. По свойству биссектрисы треугольника имеем отношение $AB : BC = AK : KC = 3 : 4$.



Примем длину стороны AB за $3x$, а стороны BC за $4x$. По теореме Пифагора: $9x^2 + 16x^2 = 35^2$. Отсюда $x = 7$, $AB = 7 \cdot 3 = 21$ (см), $BC = 7 \cdot 4 = 28$ (см).

Рассмотрим $\triangle ABE$. Он равнобедренный, так как равны углы ABE и BEA (угол BEA равен углу CBE как внутренние накрест лежащие, угол CBE равен углу ABE, так как BE — биссектриса угла ABC). Отсюда $AE = AB = 21$ см, а $ED = 7$ см. Искомое отношение $AE : ED = 3 : 1$.
Ответ. 3 : 1.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Рекомендации по подготовке к выполнению экзаменационной работы

Некоторые особенности первой части экзамена и рекомендации по подготовке к её выполнению

Часть 1 экзаменационной работы направлена на проверку достижения базового уровня математической подготовки, т. е. на проверку усвоения элементов содержания, составляющих основу курса, без знания которых невозможно изучение математики и смежных предметов на старшей ступени школы. Базовая подготовка предполагает знание и понимание основных математических определений, терминов и символов, фактов, формул, владение на элементарном уровне важнейшими алгоритмами, умение переходить с одного математического языка на другой и, что особенно важно, умение применять свои знания к решению несложных задач как математического, так и практического характера. Эта часть экзамена играет свою специфическую роль в оценке уровня подготовки школьников: нельзя получить за экзамен положительную оценку, не выполнив некоторое вполне определённое и заранее известное количество заданий из первой части работы.

Для повторения материала на базовом уровне в сборник помещены 12 тестов (каждый в двух варинтах) по основным темам, изучаемым в курсе алгебры, и 70 задач по основным темам курса геометрии. Они позволяют получить достаточно полное представление о характере и уровне сложности этой части работы, потренироваться в выполнении заданий базового уровня.

Принципиальной особенностью первой части экзаменационной работы является то, что для каждого из 18 заданий нужно указать только ответ, выбрав его из четырёх предложенных или вписав в отведённое для этого место. Однако, хотя в экзаменационные бланки заносятся только ответы, включённые в работу задания необходимо выполнять в основном письменно, используя для этого черновик. Решение должно быть записано аккуратно и с достаточной степенью подробности. Это важно не потому, что черновик тоже сдаётся (он просматриваться не будет), а для того, чтобы ученик не допускал досадных ошибок технического характера.

Например, если требуется преобразовать разность

$\frac{15a^2}{3a-2}-5a$, то целесообразно, чтобы ученик последовательно выполнил на черновике такие действия:

$$\frac{15a^2}{3a-2}-5a^{\backslash 3a-2}=\frac{15a^2-5a(3a-2)}{3a-2}=\frac{15a^2-15a^2+10a}{3a-2}=\frac{10a}{3a-2}.$$

Или если требуется найти значение выражения $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$, то это выражение нужно преобразовать, опираясь на известные факты. Например, можно воспользоваться определением степени с целым показателем:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{\frac{1}{16}}=16.$$

Можно использовать ещё и свойства степени: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=(4^{-1})^{-2}=$ $=4^2=16$. Можно воспользоваться формулой $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$, где n — натуральное число: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{1}\right)^{2}=4^2=16$. В любом случае это задание целесообразно выполнять письменно, последовательно и осознанно, соотнося свои действия с известными теоретическими фактами. (В противном случае возникают ошибки типа $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=-16$ или $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\frac{1}{16}$.)

Большая часть заданий первой части экзаменационной работы — это задания с выбором ответа, где из четырёх предложенных ответов только один верный. Наличие ответов вовсе не означает, что верный ответ нужно угадывать, подбирать и т. д. Очень часто требуется непосредственное решение, выполняемое к тому же письменно, как уже говорилось выше.

Приведём некоторые примеры. Пусть в задании предлагается установить, на каком из приведённых рисунков показано множество решений системы неравенств

$$\begin{cases}3x+1\geqslant -5\\ 12-2x\leqslant 0.\end{cases}$$

Чтобы ответить на этот вопрос, указанную систему нужно сначала решить, далее изобразить множество её решений на координатной прямой, а затем соотнести свой рисунок с рисунками, предложенными в задании (рис. 1).

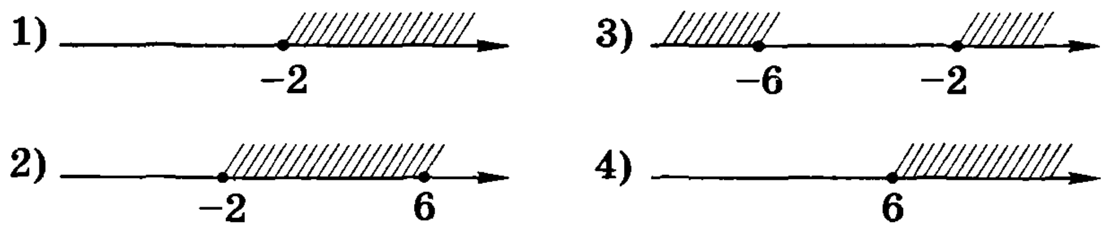


Рис. 1

Часто в экзамен включается текстовая задача и предлагается из четырёх указанных уравнений выбрать то, которое соответствует её условию. В этом случае вряд ли есть смысл устно анализировать уравнения и искать среди них нужное. Проще самостоятельно составить уравнение и соотнести его с предложенными. При этом, однако, верное уравнение может быть записано не в том виде, к которому привёл его ученик, и важно уметь распознать равносильные уравнения, например, такие, как

$$\frac{20}{x-3}-\frac{20}{x}=\frac{1}{3},\quad \frac{20}{x-3}=\frac{20}{x}+\frac{1}{3},\quad \frac{20}{x}=\frac{20}{x-3}-\frac{1}{3}.$$

(Естественно, распознавать верные ответы, представленные в разном виде, нужно уметь не только при решении текстовых задач, но и в других ситуациях.)

Ещё один пример. Формулой n-го члена $c_n=\frac{(-1)^n}{n}$ задана последовательность, и спрашивается, какое из следующих чисел не является её членом:

1) -1; 2) $-\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{1}{5}$; 4) $-\frac{1}{6}$.

Хотя здесь можно было бы немного порассуждать и получить ответ на вопрос задачи устно, всё же проще, наверное, непосредственно вычислять один за другим члены последовательности — долго работать не придётся.

Получим $c_1=\frac{(-1)^1}{1}=-1$, $c_2=\frac{(-1)^2}{2}=\frac{1}{2}$, $c_3=\frac{(-1)^3}{3}=-\frac{1}{3}$, $c_4=\frac{(-1)^4}{4}=\frac{1}{4}$, $c_5=\frac{(-1)^5}{5}=-\frac{1}{5}$. Мы видим, что первые три указанных числа являются членами последовательности, а это означает, что верный ответ дан под номером **4)**. Можно «для убедительности» найти и $c_6=\frac{(-1)^6}{6}=\frac{1}{6}$, т. е. число $-\frac{1}{6}$ действительно не является членом последовательности.

Иногда решение сводится к тому, чтобы просматривать предложенные ответы — этого требует формулировка задания. Пусть, например, о числах a и b известно, что a — чётное число, b — нечётное число. Спрашивается, какое из следующих чисел при этом условии является нечётным: 1) ab; 2) $2(a + b)$; 3) $a + b$; 4) $a + b + 1$. Вспоминая свойства делимости, последовательно устанавливаем, что ab — число чётное, произведение $2(a + b)$ также чётное, а сумма $a + b$, где одно слагаемое делится на 2, а другое нет, является нечётным числом. Таким образом, выбираем ответ 3).

Заметим, что такого рода задания, сюжет которых связан со свойствами чисел, допускают простое и эффективное решение — моделирование на числовом примере. (В данном случае можно взять, например, $a = 6$ и $b = 7$ и вычислить каждое из указанных выражений.)

Иногда анализ предложенных ответов помогает сразу увидеть верный, и этим есть смысл пользоваться.

Пусть, например, даны числа: 1) 60; 2) 64; 3) 66; 4) 68. Требуется выяснить, какое из этих чисел не является членом арифметической прогрессии 4; 8; 12; 16; ... . Очевидно, что члены прогрессии — это последовательные натуральные числа, кратные 4. Из предложенных для выбора чисел только одно не делится на 4 — это число 66. Понятно, что именно оно и не является членом прогрессии.

Конечно, ответ на поставленный вопрос можно получить, решая эту задачу формально. А именно, можно задать прогрессию формулой n-го члена $a_n = 4n$ и последовательно решать уравнения $4n = 60$, $4n = 64$ и т. д., отыскивая то, которое не имеет натурального корня. Но очевидно, что первый способ предпочтительнее: он более осмысленный, да и время экономит, но им могут воспользоваться те учащиеся, которые умеют думать, подмечать закономерности.

К тому же типу заданий относятся те, в которых нужно среди предложенных утверждений распознать верное или неверное. Если при этом требуется выписать номера верных (неверных) утверждений, то нужно знать, что их может быть и более одного — два или три. Например: «Укажите номера **верных** утверждений:

1) Диагонали ромба перпендикулярны и делятся точкой пересечения пополам.

2) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

3) Если радиус круга увеличить в 2 раза, то площадь круга также увеличится в 2 раза.

4) Любые два прямоугольных равнобедренных треугольника подобны».

Верными здесь являются утверждения 2 и 4. Эти номера и нужно выписать в отведённое для ответа место.

Некоторые виды заданий рассчитаны на то, что ученик найдёт короткий способ решения, опираясь на известные факты. Вот пример такого задания. На рисунке 2 изображена парабола, и предлагается указать формулу, которой она задаётся. Варианты ответов:

1) $y = x^2 - 2$;
2) $y = -x^2 + 2$;
3) $y = x^2 + 4$;
4) $y = -x^2 + 4$.

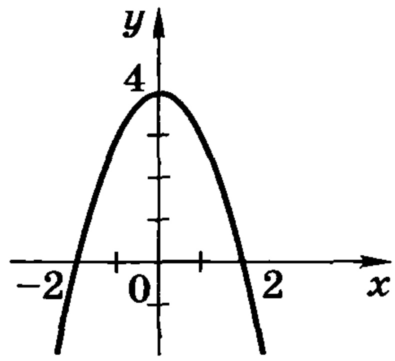


Рис. 2

Здесь, конечно же, не предполагается, что ученик будет строить графики перечисленных функций, пока не наткнётся на нужный (хотя и такой длинный и неэффективный путь возможен). Достаточно увидеть, что все эти формулы имеют вид $y = ax^2 + b$, вспомнить зависимость направления ветвей параболы от знака коэффициента a, а также то, что коэффициент b — это ордината пересечения параболы с осью y. Тогда станет очевидным, что верным является ответ 4).

Важнейшим условием успешности выполнения заданий является осмысленность, осознанность действий и просто здравый смысл. В противном случае, даже имея необходимые знания, можно прийти к неверному ответу.

Показателен такой пример. В одной из экзаменационных работ в заданиях с выбором ответа была предложена задача: «Плата за коммунальные услуги составляет 800 р. Сколько придётся платить за коммунальные услуги после их подорожания на 6%?» Некоторые ученики выбрали ответ 48 р., т. е. сумму, которая составляет 6% от 800 р. Эта ошибка довольно типична: выполнив первое действие, учащиеся нередко забывают о втором. Однако тут налицо ещё и отсутствие здравого смысла, элементарного самоконтроля, непонимание того, что полученный ответ необходимо соотнести с условиями задачи. Ведь ученики, допустившие эту ошибку, получили парадоксальный результат: после подорожания услуг сумма платежа стала меньше!

Вообще привычка к самоконтролю, к самопроверке для учащихся не менее важна, чем знание правил и формул. Ведь человеку свойственно ошибаться. И всегда полезно проверить себя, используя тот или иной подходящий в данной ситуации приём.

Так, пусть требуется, используя готовый рисунок (рис. 3), решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = 4 \\ 7x - 5y = -8. \end{cases}$ Найдя на рисунке нужную точку и «прочитав» её координаты, естественно проверить себя, подставив найденные числа в уравнения системы.

Часто ученик может проверить себя, выполнив для самоконтроля обратные преобразования. Если, например, нужно представить в стандартном виде число 0,000019, то, получив соответствующее произведение (а это должно быть $1{,}9 \cdot 10^{-5}$), полезно решить обратную задачу — представить его в виде десятичной дроби.

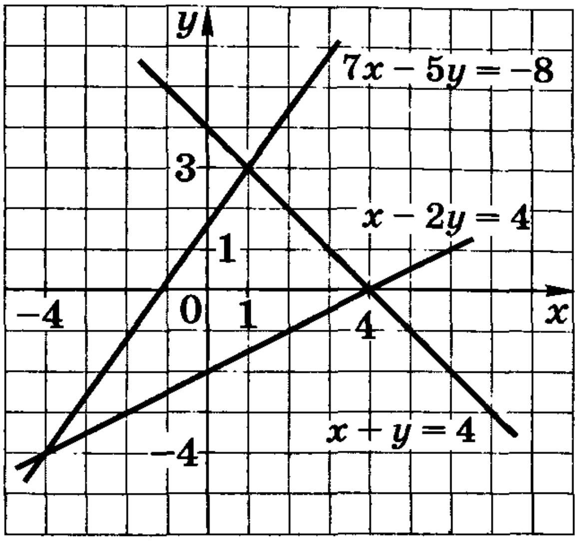


Рис. 3

В заключение заметим, что полезно дать учащимся некоторые советы по использованию тренировочных материалов сборника в процессе самостоятельной подготовки к экзамену.

Прежде всего, выполняя алгебраический тест или решая геометрические задачи, нужно сверять свои ответы с ответами, приведёнными в сборнике. Если в каком-то задании полученный ответ неверен и ошибку найти не удаётся или же путь решения вообще неясен, то следует обратиться за консультацией к учителю. Возможно, придётся повторить соответствующий раздел курса по учебнику.

Необязательно выполнять каждый тест от начала до конца или решать подряд все задачи. Просматривая материал в целом, можно останавливаться лишь на тех заданиях, которые могут вызвать затруднение.

Наконец, полезно 2—3 раза поработать в ситуации, близкой к реальной: постараться выполнить тест (из раздела I или IV) целиком, пропуская, быть может, те задания, путь решения которых в принципе неясен, и зафиксировать затраченное на работу время, а также количество верных ответов. Результат удовлетворительный, если потрачено не более 60 минут и верно выполнено 8 или 9 заданий. Если же за указанное время удалось выполнить верно 15 или 16 заданий, то имеются хорошие шансы получить на экзамене отметку «4» или «5».

Подготовка к выполнению заданий второй части экзаменационной работы

Часть 2 работы направлена на проверку владения выпускниками курсом основной школы на повышенном уровне. Набор заданий, представленный в сборнике, даёт достаточное представление о возможном содержании и уровне сложности заданий этой части.

Важно подчеркнуть, что задачи этого раздела (так же как и задачи первой части) не выходят за рамки содержания математического образования, обозначенного стандартом. Преимущественно это задачи комплексного характера. Направлены они на проверку таких качеств математической подготовки выпускников, как способность к интеграции знаний из различных тем курса математики, уверенное владение формально-оперативным аппаратом, а также широким набором приёмов и способов рассуждений, способность провести несложное доказательство, умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Проверка на повышенном уровне является разноуровневой, и одна из её целей состоит в том, чтобы дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленную часть выпускников, в частности составляющих потенциал профильных классов.

В соответствии с этим часть 2 работы включает задания трёх уровней сложности. Первое задание наиболее простое. Как правило, это стандартное задание алгоритмического характера, направленное на проверку владения формально-оперативными или графическими умениями. В техническом отношении оно лишь немного превышает задания базового уровня. С ним могут справиться школьники, имеющие отметку «4», а иногда и твёрдую отметку «3». Второе и третье задания требуют более высокого уровня подготовки. Те, кто справляется с такими заданиями, могут рассчитывать на отличную оценку за экзамен. И последние два — это наиболее трудные задания. Они рассчитаны на учащихся, которые в той или иной форме получили усиленную подготовку по математике — изучали этот предмет в объёме более шести уроков в неделю, занимались факультативно, посещали элективные курсы в рамках предпрофильной подготовки и др.

При подготовке учащихся к выполнению второй части экзаменационной работы необходимо помнить о её дифференцированном характере. Подбирая задания для тренировки (например, в ходе итогового повторения), их следует соотносить с возможностями и потребностями каждого учащегося, а также с уровнем класса в целом. При этом не надо забывать, что хорошую отметку, и даже «пятёрку», можно получить, не выполняя два последних задания работы. Важно, чтобы и учащиеся были об этом информированы.

Как уже говорилось, задания этой части экзаменационной работы выполняются с записью решения. Единственное общее требование к оформлению решения заключается в следующем: приведённые записи должны быть математически грамотными, из них должен быть ясен ход рассуждений учащегося. При этом не следует требовать от сдающего экзамен слишком подробных письменных комментариев. Во всяком случае, не надо требовать описания алгоритмов (например, построения графика, решения неравенства). Лаконичное решение (без пропуска важных шагов), не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, должно рассматриваться как решение без недочётов.

Надо учитывать, что возможны разные формы ответа. Можно употреблять любую принятую запись, главное, чтобы она была грамотной. Так, при решении квадратного уравнения можно просто перечислить его корни: 2; -3; или записать $x_1 = 2$, $x_2 = -3$. При решении неравенства ответ может быть дан как в виде промежутка, например, $[-3; +\infty)$, так и в виде простейшего неравенства $x \geqslant -3$. При записи области определения функции можно использовать теоретико-множественную символику, например $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$, или писать короче: $x \neq 0$ и $x \neq 1$.

Многие задачи, предлагаемые на экзамене и содержащиеся в разделе II сборника, допускают разные способы решения. Ученик вправе решать задачу любым из них. Соображения типа «можно решить более рационально, более красиво» и пр. при оценивании не играют роли. Однако в ходе подготовки целесообразно показывать учащимся такие решения, знакомить их с некоторыми общими приёмами решения тех или иных видов задач, что будет служить пополнению их «математического багажа» и в конечном итоге их математическому развитию.

Приведём примеры решения некоторых задач из различных блоков раздела II, дополнив их методическими комментариями.

■ Пример 1 (№ 1.42). Представьте выражение

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15$$

в виде произведения двух многочленов.

Преобразование «в лоб» ни к чему не приведёт. Поэтому воспользуемся следующим приёмом: перемножим попарно крайние и средние множители — при этом полученные произведения будут содержать одинаковые члены:

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15 = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 15.$$

Введём новую переменную $t = x^2 + 3x$. В результате получим квадратный трёхчлен $t(t + 2) - 15$, для которого способ разложения на множители известен:

$$t(t + 2) - 15 = t^2 - 2t - 15 = (t - 3)(t + 5).$$

Вернувшись к переменной x, получим

$$(x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 5).$$

Вот как может выглядеть рассмотренное решение в работе учащегося:

$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15 = x(x + 3)(x + 1)(x + 2) - 15 = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 15.$

Введём замену $x^2 + 3x = t$:

$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 15 = t(t + 2) - 15 = t^2 - 2t- 15.$

Найдём корни уравнения $t^2 - 2t - 15 = 0$; получим $t_1 = -5$, $t_2 = 3$. Значит,

$$t^2 - 2t - 15 = (t - 3)(t + 5).$$

Так как $t = x^2 + 3x$, то $(t - 3)(t + 5) = (x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 5)$.

Ответ: $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) - 15 = (x^2 + 3x - 3)\times(x^2 + 3x + 5)$. ■

Заметим, что приём введения новой переменной для приведения выражения к более простому виду используется довольно часто: при преобразовании выражений, решении уравнений, неравенств, систем. Так, при решении системы уравнений $\begin{cases} \dfrac{6}{x-y} - \dfrac{8}{x+y} = -2 \\ \dfrac{9}{x-y} + \dfrac{10}{x+y} = 8 \end{cases}$ замена $\dfrac{1}{x-y} = a$, $\dfrac{1}{x+y} = b$ позволяет избавиться от дробей (№ **3.17**). При решении уравнения $x+\sqrt{x}-20=0$ замена $\sqrt{x}=t$ позволяет избавиться от корня и свести уравнение к квадратному (№ **2.21**). При решении неравенства $(x^2 + 2x)^2 + 3(x + 1)^2 > 3$ замена $x^2 + 2x = t$ позволяет получить стандартное квадратное неравенство $t^2 + 3(t + 1) > 3$, алгоритм решения которого известен (№ **4.37**). При упрощении выражения $\dfrac{1}{\sqrt{a}}-\dfrac{1-a\sqrt{a}}{a(1-\sqrt{a})}+1$ замена $\sqrt{a}=b$ позволяет «разглядеть» в числителе разность кубов и сократить дробь.

■ Пример 2 (№ **1.48**). Имеет ли произведение ab, где $b = 5 - a$, наибольшее значение, и если имеет, то при каких a и b оно достигается?

Подставив в произведение ab вместо b разность $5 - a$, получим $ab = a(5 - a) = 5a - a^2$.

Теперь надо исследовать квадратный трёхчлен $5a - a^2$.

Воспользуемся свойствами квадратичной функции. Её график — парабола. Коэффициент при a^2 отрицателен, поэтому ветви параболы направлены вниз, и функция имеет наибольшее значение.

Так как корни трёхчлена — числа 0 и 5, то абсцисса вершины параболы равна 2,5. Таким образом, наибольшее значение трёхчлен $5a - a^2$, а значит, и произведение ab принимает при $a = 2{,}5$. Найдём соответствующее значение b: $b = 5 - a = 2{,}5$.

Ответ: имеет; при $a = b = 2{,}5$. ■

При ответе на вопрос задачи мы опирались на свойства квадратичной функции. Вообще, решение многих задач основано на применении функциональных свойств выражений. Так, для того чтобы доказать, что выражение $x^4 + 3x^2 - x + 3$ при любых x принимает положительные значения, надо показать, что квадратный трёхчлен $3x^2 - x + 3$ всегда положителен (№ **1.44**). Чтобы найти наибольшее значение выражения $\frac{10}{x^2+y^2+4x-6y+14}$, нужно представить эту дробь в виде $\frac{10}{(x+2)^2+(y-3)^2+1}$ и воспользоваться тем, что выражение вида a^2 принимает наименьшее значение при $a = 0$ (№ **1.46**). Похожим образом обстоит дело с заданием, в котором нужно найти наименьшее значение суммы $\sqrt{2x-2y+10}+\sqrt{x+3y-3}$. Так как выражение вида $\sqrt{a}$ принимает наименьшее значение при $a = 0$, то необходимо, чтобы одновременно равнялись нулю подкоренные выражения $2x - 2y + 10$ и $x + 3y - 3$ (№ **1.55**).

Факт существования наименьшего значения у функции $y = ax^2 + bx + c$, где $a > 0$, используется и при доказательстве того, что уравнение $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 4x + 5) = 1$ не имеет корней. В самом деле, наименьшее значение каждого из этих двух квадратных трёхчленов равно 1, но достигается оно при разных значениях x (№ **2.41**).

■ Пример 3. Имеются два раствора одной и той же соли разной концентрации — 35% и 60%. В каком отношении надо взять первый и второй растворы, чтобы получить раствор, концентрация которого 40%?

Пусть x — масса первого раствора, y — масса второго раствора (выраженные в одних единицах). Тогда количество соли в первом растворе составляет $0{,}35x$, а во втором — $0{,}6y$. Масса нового раствора равна $x + y$, а количество соли в нём $0{,}4(x + y)$. Получаем уравнение

$$0{,}35x + 0{,}6y = 0{,}4(x + y),$$
$$35x + 60y = 40x + 40y,$$
$$x = 4y,$$
$$\frac{x}{y} = 4.$$

Ответ: первый и второй растворы надо взять в отношении 4 : 1. ■

Решая задачу, мы получили одно уравнение с двумя переменными, но смогли ответить на вопрос, так как надо было найти не конкретные значения x и y, а их отношение. Вообще, при решении многих текстовых задач возникают аналогичные ситуации — уравнений получается меньше, чем переменных. Но в таких задачах, как правило, вопрос ставится таким образом, что находить значения всех величин, обозначенных буквами, не требуется. Стандартная постановка вопроса в таких задачах обычно такова: найти отношение величин, их сумму, натуральные решения и др.

Например, задача № **8.35** сводится к системе уравнений $\begin{cases} y+z+t=\frac{1}{4} \\ x+z+t=\frac{1}{3} \\ x+y=\frac{1}{6}, \end{cases}$ где x, y, z, t — производительности бригад. Чтобы ответить на вопрос задачи, достаточно найти их общую производительность, т. е. сумму $x + y + z + t$. ■

Задача **7.41(1)** (на арифметическую прогрессию) сводится к решению в натуральных числах уравнения $2a_1 + 9d = 40$. Выразив a_1 через d и выполнив перебор, получим два решения: $a_1 = 11$, $d = 2$ и $a_1 = 2$, $d = 4$.

■ Пример 4 (**6.39**). Найдите все значения k, при которых прямая $y = kx$ пересекает в трёх различных точках ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x+5, \text{ если } x<-2 \\ 1, \text{ если } -2 \leqslant x \leqslant 2 \\ 2x-3, \text{ если } x>2. \end{cases}$$

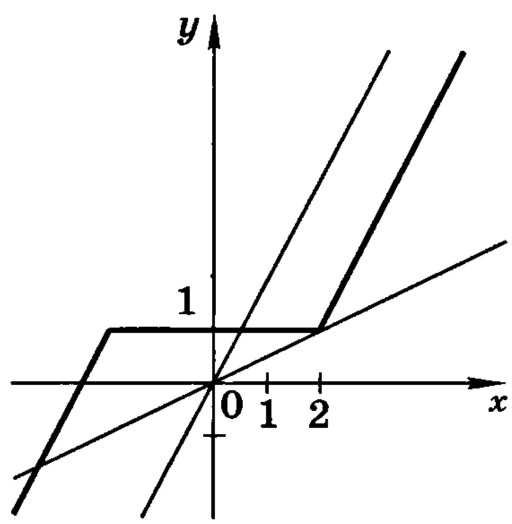


Рис. 4

Построим заданную ломаную и проведём «граничные» прямые, которые задаются уравнениями $y = kx$ (рис. 4). Одна из этих прямых проходит через точку (2; 1), а вторая параллельна прямым $y = 2x + 5$ и $y = 2x - 3$. Уравнение первой прямой $y = \frac{1}{2}x$; уравнение второй прямой $y = 2x$. Из рисунка видно, что все прямые, проходящие через начало координат, находящиеся «между» этими двумя прямыми, пересекают ломаную в трёх точках.

Ответ: $\frac{1}{2} < k < 2$. ■

В задачах, где уравнения, формулы содержат буквенные коэффициенты, часто можно использовать графические соображения, как это было сделано в рассмотренном примере. Например, в задаче **4.39** требуется найти все значения a, при которых решением неравенства $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 > 0$ является любое число. График трёхчлена в левой части неравенства — это парабола, ветви которой направлены вверх. Переформулировав поставленный вопрос, получаем, что нужно найти все значения a, при которых парабола расположена выше оси x. Теперь понятно, что нужно решить неравенство $D < 0$. Точно так же, опираясь на наглядные представления, можно рассуждать иначе: вершина параболы должна находиться в верхней полуплоскости, т. е. задача сводится к решению неравенства $y_0 > 0$, где y_0 — ордината вершины параболы.

Вообще, многие задания допускают разные способы решения. Даже текстовые задачи, для которых основным способом решения является алгебраический, в ряде случаев могут быть решены арифметически.

■ Пример 5 (№ **8.26**). Автобус отправился из пункта A в пункт B. Одновременно навстречу ему из B в A выехал велосипедист. Через 40 мин они встретились, и каждый продолжил движение в своём направлении. Автобус прибыл в пункт B через 10 мин после встречи. Через какое время после встречи прибыл в A велосипедист?

Будем рассуждать так. На путь после встречи автобус затратил в 4 раза меньше времени, чем на путь до встречи. Если точку встречи обозначить буквой C, то из сказанного следует, что AC в 4 раза больше, чем BC. Тогда, велосипедист после встречи проехал расстояние, в 4 раза большее, чем до встречи, а значит, он затратил на него $40 \cdot 4 = 160$ (мин).

Ответ: через 2 ч 40 мин. ■

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Вероятность и статистика. Примеры заданий

Задания, включённые в представленный ниже список, предлагаемые для включения в экзаменационную работу, направлены на проверку следующих умений:

— решать комбинаторные задачи, используя перебор всех возможных вариантов или правило умножения, а в заданиях второй части — ещё и некоторые специальные приёмы;

— определять такие статистические характеристики, как среднее арифметическое, медиана, мода, выполняя при этом необходимые подсчёты;

— находить относительную частоту и вероятность случайного события, используя готовые статистические данные; отвечать на простейшие вопросы статистического характера;

— вычислять вероятность события в классической модели (в заданиях первой части — в простейших ситуациях, в заданиях второй части — с использованием комбинаторики для определения числа исходов);

— вычислять геометрическую вероятность.

Задания для части 1

Комбинаторика

1. 1) Выписаны в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются только цифры 0, 2, 4, 6. Какое число следует за числом 426?

2) Выписаны в порядке возрастания все трёхзначные числа, в записи которых используются только цифры 1, 3, 5, 7. Какое число следует за числом 537?

2. 1) В коробке лежат четыре шара: белый, красный, синий, зелёный. Из неё вынимают два шара. Сколько существует способов сделать это?

2) В коробке лежат четыре шара: два белых, красный, зелёный. Из неё вынимают два шара. Сколько существует различных вариантов вынуть два шара разного цвета?

3. 1) Из класса, в котором учится 15 девочек и 10 мальчиков, нужно выбрать одну девочку и одного мальчика для ведения школьного вечера. Сколькими способами это можно сделать?

2) Из класса, в котором учится 10 девочек и 13 мальчиков, нужно выбрать для дежурства по классу одну девочку и одного мальчика. Сколькими способами это можно сделать?

4. 1) Учитель дал четырём ученикам вопросы для ответа у доски. Сколько существует способов для выбора порядка, в котором они будут отвечать?

2) Ученик за каникулы должен прочитать 5 книг. Сколько существует способов для выбора порядка, в котором он будет читать эти книги?

5. 1) В чемпионате города по футболу играет десять команд. Сколькими способами могут распределиться три призовых места?

2) В чемпионате города по хоккею играет семь команд. Сколькими способами могут распределиться три призовых места?

6. 1) В расписании уроков на среду для первого класса должно быть четыре урока: два урока математики, урок чтения и урок физкультуры. Сколькими способами можно составить расписание на этот день?

2) В расписании уроков на среду для первого класса должно быть четыре урока: урок математики, урок чтения и два урока физкультуры. Сколькими способами можно составить расписание на этот день?

7. 1) В конференции участвовало 30 человек. Каждый участник с каждым обменялся визитной карточкой. Сколько всего понадобилось карточек?

2) Семеро друзей разъехались на новогодние каникулы. Перед Новым годом каждый из них послал всем остальным SMS-сообщения. Сколько всего сообщений было отправлено?

8. 1) Сколько трёхзначных чисел можно записать, используя только цифры 0, 2, 4, 6?

2) Сколько трёхзначных чисел можно записать, используя только цифры 0, 3, 6, 9?

9. 1) В меню школьной столовой 2 разных супа, 4 вторых блюда и 3 вида сока. Сколько можно составить вариантов обеда из трёх блюд?

2) В гардеробе выпускника 5 разных рубашек, 4 галстука и 2 костюма. Сколько способов одеться на выпускной вечер у него имеется?

Вероятность

10. 1) Доля брака при производстве процессоров составляет 0,05%. С какой вероятностью процессор только что купленного компьютера окажется исправным?

2) Данные статистических исследований показывают, что 2,5% женщин страдают дальтонизмом. Какова вероятность того, что случайно выбранная женщина не дальтоник?

Ответ: ____________________

11. 1) Из слова ЭКЗАМЕН случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется гласной?

2) Из слова ЭКЗАМЕН случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется согласной?

12. 1) Из класса, в котором учатся 15 мальчиков и 10 девочек, выбирают по жребию одного дежурного. Какова вероятность того, что это будет девочка?

2) Из класса, в котором учатся 8 мальчиков и 13 девочек, выбирают по жребию одного дежурного. Какова вероятность того, что это будет мальчик?

13. 1) По правилам игры «Морской бой» на поле 10×10 клеток размещаются 4 однопалубных (одноклеточных) корабля, 3 двухпалубных, 2 трёхпалубных и 1 четырёхпалубный. С какой вероятностью вы первым же выстрелом попадёте в какой-нибудь корабль противника?

2) По правилам игры «Морской бой» на поле 10×10 клеток размещаются 4 однопалубных (одноклеточных) корабля, 3 двухпалубных, 2 трёхпалубных и 1 четырёхпалубный. Какова вероятность того, что первый выстрел не будет результативным?

14. 1) Одновременно бросают 2 монеты. С какой вероятностью на них выпадут два орла?

2) Одновременно бросают 2 монеты. С какой вероятностью на них выпадут две решки?

15. 1) Из коробки, в которой a белых и b чёрных шаров, наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что он будет белым?

1) $\frac{a}{b}$ 2) $\frac{a}{a+b}$ 3) $\frac{b}{a}$ 4) $\frac{b}{a+b}$

2) Из коробки, в которой a белых и b чёрных шаров, наугад вынимают один шар. Какова вероятность того, что он будет чёрным?

1) $\frac{a}{b}$ 2) $\frac{a}{a+b}$ 3) $\frac{b}{a}$ 4) $\frac{b}{a+b}$

16. 1) В ящике 2 красных и 2 синих шара. Из него, не глядя, вынимают два шара. Какова вероятность того, что они будут одного цвета?

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{4}$

2) В ящике 2 красных и 2 синих шара. Из него, не глядя, вынимают два шара. Какова вероятность того, что они будут разного цвета?

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{4}$

Статистика

17. 1) Из трёх кандидатов в сборную России по стрельбе из арбалета нужно отобрать двоих. Решено сделать этот отбор по относительной частоте попадания в мишень, которую они показали на тренировочных сборах. Результаты представлены в таблице.

Фамилия стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
Лучкин	120	100
Арбалетов	200	120
Пулькин	150	110

Кто из спортсменов будет включён в сборную?

1) Лучкин и Арбалетов
2) Арбалетов и Пулькин
3) Лучкин и Пулькин
4) Все одинаково достойны

2) Из трёх вратарей в сборную России по хоккею нужно отобрать двоих. Решено сделать этот отбор по относительной частоте отражённых бросков, которую они показали в чемпионате. Результаты представлены в таблице.

Фамилия вратаря	Число бросков	Число отражённых бросков
Третьяков	120	100
Четверухин	140	110
Пятаков	160	140

Кто из вратарей будет включён в сборную?

1) Третьяков и Четверухин
2) Четверухин и Пятаков
3) Третьяков и Пятаков
4) Все одинаково достойны

18. 1) Вася измерял в течение недели время, которое он тратит на дорогу в школу и из школы, а результаты записывал в таблицу.

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Время до школы (мин)	19	20	21	17	22	24
Время из школы (мин)	28	22	20	25	24	22

На сколько минут (в среднем) дорога из школы занимает у него больше времени, чем дорога в школу?

2) Ваня измерял в течение недели время, которое он тратит на приготовление домашнего задания и просмотр телепередач, а результаты записывал в таблицу.

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт
Время на домашнее задание (мин)	120	80	100	90	110
Время на просмотр телепередач (мин)	80	100	120	100	140

На сколько минут (в среднем) просмотр телепередач занимал у него больше времени, чем приготовление домашнего задания?

19. 1) Поезда прибывали на станцию метро со следующими интервалами:

2 мин 11 с; 2 мин 8 с; 2 мин 10 с;
2 мин 12 с; 2 мин 19 с.

Найдите среднее значение и медиану данного ряда интервалов движения.

2) Телефонные звонки поступали в диспетчерскую службу вокзала со следующими интервалами:

1 мин 10 с; 1 мин 30 с; 1 мин 20 с;
1 мин 10 с; 1 мин 15 с.

Найдите среднее значение и медиану данного ряда интервалов между звонками.

20. 1) В течение четверти Таня получила следующие отметки по физике: одну «двойку», шесть «троек», три «четвёрки» и пять «пятёрок». Найдите среднее арифметическое и моду её оценок.

2) В течение четверти Юра получил следующие отметки по математике: две «двойки», пять «троек», четыре «четвёрки» и девять «пятёрок». Найдите среднее арифметическое и моду его оценок.

21. 1) Президент компании получает зарплату 100 000 р. в месяц, четверо его заместителей — по 20 000 р., а 20 служащих компании — по 10 000 р. Найдите среднее арифметическое и медиану зарплат всех сотрудников компании.

2) Президент компании получает зарплату 150 000 р. в месяц, четверо его заместителей — по 25 000 р., а 20 служащих компании — по 5000 р. Найдите среднее арифметическое и медиану зарплат всех сотрудников компании.

22. 1) Какое из утверждений неверно?

1) Если ряд состоит из одинаковых чисел, то его размах равен 0

2) Если ряд состоит из одинаковых чисел, то его среднее арифметическое и медиана равны

3) Если размах ряда равен 0, то он состоит из одинаковых чисел

4) Если среднее арифметическое и медиана ряда равны, то он состоит из одинаковых чисел

2) Какое из утверждений верно?

1) Если среднее арифметическое ряда больше 0, то он состоит из положительных чисел

2) Если медиана ряда меньше 0, то он состоит из отрицательных чисел

3) Если размах ряда равен 0, то все числа ряда равны 0

4) Если все числа ряда больше 0, то его среднее арифметическое и медиана положительны

23. 1) Рост Маши равен 132 см, а медиана ростов всех девочек из её класса равна 130 см. Какое из утверждений верно?

1) В классе обязательно есть девочка выше Маши

2) В классе обязательно есть девочка ростом 130 см

3) В классе обязательно есть девочка ростом менее 130 см

4) В классе обязательно есть девочка ниже Маши

2) Рост Маши равен 132 см, а средний рост всех девочек из её класса равен 130 см. Какое из утверждений верно?

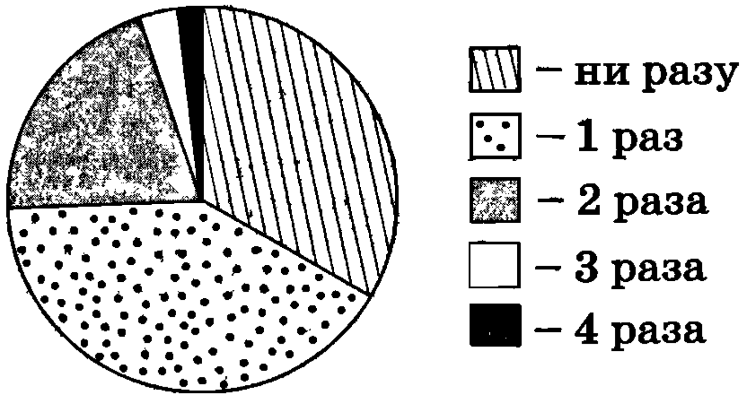
1) В классе все девочки, кроме Маши, имеют рост 130 см

2) В классе обязательно есть девочка ростом 130 см

3) В классе обязательно есть девочка ростом менее 130 см

4) В классе обязательно есть девочка ростом 128 см

24. 1) В школе учится около 300 учеников. Школьный врач собрал данные о том, сколько раз за прошедший год каждый из учеников болел простудными заболеваниями. Результаты исследования он представил на круговой диаграмме.



Оцените, сколько всего простудных заболеваний случилось за год в этой школе.

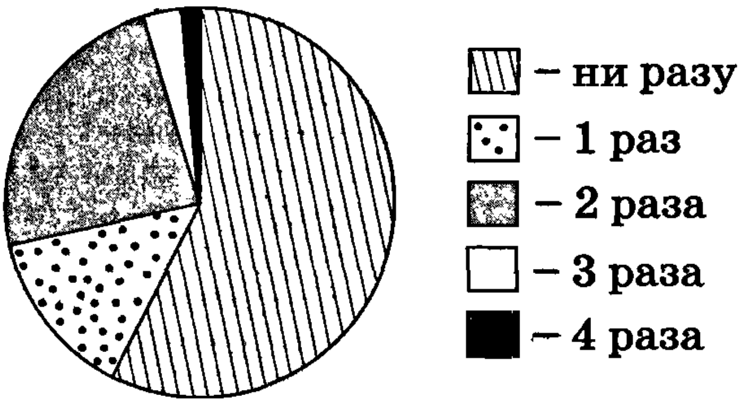
1) менее 100 заболеваний;

2) около 150 заболеваний;

3) около 300 заболеваний;

4) более 500 заболеваний.

2) В школе учится около 500 учеников. Школьный психолог собрал данные о том, как часто за прошедший год каждый из учеников обращался к нему за психологической помощью. Результаты анализа он представил на диаграмме.



Оцените, сколько всего обращений к психологу было за год в этой школе.

1) менее 100 обращений;

2) около 200 обращений;

3) около 300 обращений;

4) около 500 обращений.

25. 1) Заводской отдел контроля качества провёл исследование, связанное с надёжностью четырёх выпускаемых марок автомобилей. В исследовании участвовало около 1000 автомобилей четырёх разных марок. Регистрировался суммарный пробег и общее количество поломок каждой марки. Результаты были сведены в таблицу:

Марка автомобиля	Суммарный пробег (млн. км)	Количество поломок
«Лиана»	154	4620
«Корона»	90	4500
«Вояжер»	280	5600
«Торнадо»	64	3840

По результатам исследования одну из марок решено снять с производства. Какую именно, если решающим критерием была выбрана относительная частота поломок?

1) «Лиана»   3) «Вояжер»
2) «Корона»   4) «Торнадо»

2) Заводской отдел контроля качества продукции провёл исследование, связанное с надёжностью мотоциклов, четырёх выпускаемых заводом марок. В исследовании участвовало около 1000 мотоциклов четырёх марок. Для каждой марки регистрировался суммарный пробег и общее количество поломок. Результаты были сведены в таблицу.

Марка мотоцикла	Суммарный пробег (млн. км)	Количество поломок (шт.)
«Ураган»	71	2130
«Смерч»	50	2000
«Торнадо»	140	2800
«Вихрь»	37	1850

По результатам исследования одну из марок решено снять с производства. Какую именно, если решающим критерием была выбрана относительная частота поломок?

1) «Ураган»   3) «Торнадо»
2) «Смерч»   4) «Вихрь»

Задания для части 2

Комбинаторика

1.(3) 1) В расписании уроков на среду для 7 класса должно быть пять уроков: алгебра, русский язык, литература, география и физкультура. Сколькими способами можно составить расписание на этот день, если уроки русского языка и литературы должны стоять рядом, а урок физкультуры — последним?

2) В расписании уроков на четверг для 8 класса должно быть пять уроков: алгебра, геометрия, физика, биология и география. Сколькими способами можно составить расписание на этот день, если уроки алгебры и геометрии должны стоять рядом, а урок биологии — первым?

2.(3) 1) Из нечётных цифр составляют все возможные числа, содержащие не более четырёх цифр. Сколько существует таких чисел?

2) Из чётных цифр составляют все возможные числа, содержащие не более четырёх цифр. Сколько существует таких чисел?

3.(4) 1) После хоккейного матча каждый игрок одной команды обменялся рукопожатием с каждым игроком другой команды. Сколько всего игроков присутствовало на площадке, если было совершено 323 рукопожатия?

2) После финальной игры в КВН каждый игрок одной команды обменялся рукопожатием с каждым игроком другой команды. Сколько всего игроков присутствовало на сцене, если было совершено 221 рукопожатие?

Вероятность

4.(2) 1) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков?

2) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков?

5.(2) 1) Карточки с цифрами 1, 2, 3, 4, 5 перемешивают и выкладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится чётное число?

2) Карточки с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 перемешивают и выкладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится чётное число?

6.(2) 1) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что оба числа окажутся меньше 5?

2) Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что оба числа окажутся больше 2?

7.(2) 1) Буквы слова КУБИК перемешивают и случайным образом выкладывают в ряд. С какой вероятностью снова получится это же слово?

2) Буквы слова ХОРОШО перемешивают и случайным образом выкладывают в ряд. С какой вероятностью снова получится это же слово?

8.(2) 1) В корзине лежат 2 пирожка с капустой и 2 с картошкой. Из корзинки наугад выбирают два пирожка. С какой вероятностью они окажутся с разными начинками?

2) В коробке лежат 3 конфеты с шоколадной начинкой и 3 с фруктовой. Из коробки выбирают две конфеты. С какой вероятностью они окажутся с одинаковой начинкой?

9.(2) 1) На отрезок [−2; 2] бросают случайную точку. Какова вероятность того, что её координата будет больше 1?

2) На отрезок [−3; 3] бросают случайную точку. Какова вероятность того, что её координата будет меньше 1?

10.(3) 1) В классе, где учится Наташа, по жребию выбирают двух дежурных. Какова вероятность того, что Наташа будет дежурить, если в классе 25 учеников?

2) В классе, где учится Витя, по жребию выбирают двух дежурных. Какова вероятность того, что Витя будет дежурить, если в классе 20 учеников?

11.(3) 1) Два пассажира садятся в электричку из восьми вагонов. С какой вероятностью они окажутся в разных вагонах, если каждый из них выбирает вагон случайным образом?

2) Два пассажира садятся в электричку из восьми вагонов. С какой вероятностью они окажутся в одном вагоне, если каждый из них выбирает вагон случайным образом?

12.(3) 1) Два мальчика и две девочки разыгрывают по жребию два билета в кино. С какой вероятностью в кино пойдут мальчик и девочка?

2) Два мальчика и две девочки разыгрывают по жребию два билета в кино. С какой вероятностью в кино пойдут две девочки?

13.(4) 1) В урне 10 шаров белого и чёрного цвета. Вероятность того, что среди двух одновременно вынутых из неё шаров оба будут чёрные, равна $\frac{1}{15}$. Сколько в урне белых шаров?

2) В урне 10 шаров белого и чёрного цвета. Вероятность того, что среди двух одновременно вынутых из неё шаров оба будут белые, равна $\frac{7}{15}$. Сколько в урне чёрных шаров?

14.(4) 1) Номера российских автомобилей состоят из записанных последовательно одной буквы, трёх цифр и двух букв. При этом используются только буквы АВЕКМНОРСТУХ. С какой вероятностью все цифры и все буквы в номере автомобиля будут разными?

2) Номера российских автомобилей состоят из записанных последовательно одной буквы, трёх цифр и двух букв. При этом используются только буквы АВЕКМНОРСТУХ. С какой вероятностью все цифры в номере автомобиля будут одинаковыми?

15.(4) 1) В квадрат со стороной, равной 1, бросают случайную точку. Какова вероятность того, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата не превосходит 0,25?

2) В квадрат со стороной, равной 1, бросают случайную точку. Какова вероятность того, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата больше 0,25?

Статистика

16.(2) 1) В городе пять школ. В таблице приведён средний балл, полученный выпускниками каждой из этих школ за экзамен по математике:

Номер школы	1	2	3	4	5
Количество выпускников	60	70	30	50	70
Средний балл	60	54	68	72	54

Найдите средний балл выпускного экзамена по математике по всему городу.

2) В городе пять школ. В таблице приведён средний балл, полученный выпускниками каждой из этих школ за экзамен по математике:

Номер школы	1	2	3	4	5
Количество выпускников	30	60	40	60	60
Средний балл	66	55	60	64	58

Найдите средний балл выпускного экзамена по математике по всему городу.

17.(3) 1) При каких значениях x медиана ряда чисел

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ x$$

будет равна 3?

2) При каких значениях x медиана ряда чисел

$$11,\ 12,\ 13,\ 14,\ x$$

будет равна 13?

18.(3) 1) При каких значениях x среднее арифметическое ряда чисел

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ x$$

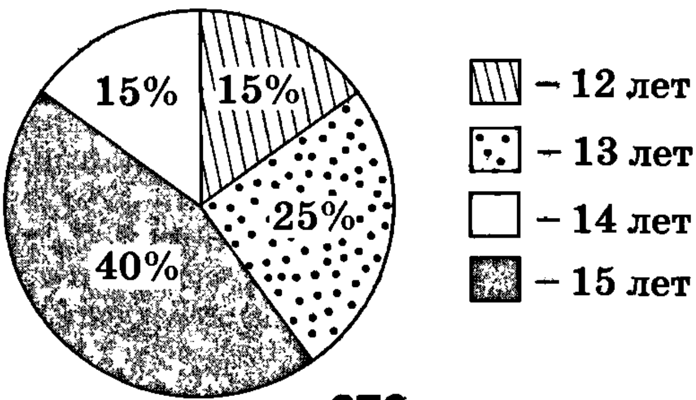
будет равно 3?

2) При каких значениях x среднее арифметическое ряда чисел

$$11,\ 12,\ 13,\ 14,\ x$$

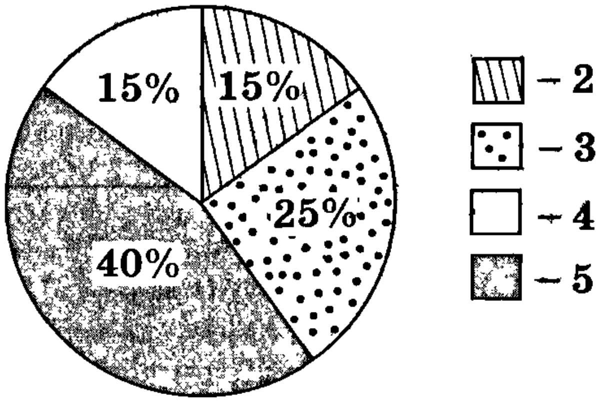
будет равно 13?

19.(3) 1) На круговой диаграмме показано, как распределился возраст участников на школьных соревнованиях по лёгкой атлетике.



Найдите среднее арифметическое, медиану и размах ряда возрастов участников.

2) На круговой диаграмме показано, как распределились оценки учеников на экзамене по математике.



Найдите среднее арифметическое, медиану и размах ряда оценок учеников.

Ответы и решения к приложению 2

Часть 1

Комбинаторика

1. 1) Самый младший разряд числа 426 (т. е. разряд единиц) увеличить нельзя — там стоит цифра 6. Разряд десятков увеличить можно — нужно цифру 2 заменить на следующую за ней цифру 4. После этого в разряд единиц нужно поставить минимальную цифру — 0. Ответ. 1) 440; 2) 551.

2. 1) Выпишем все возможные пары шаров: бк, бс, бз, кс, кз, сз. Ответ. 6.

2) Выпишем все возможные пары шаров: бб, бк, бз, кз. Из четырёх возможных вариантов условию задачи удовлетворяют 3. Ответ. 3.

3. 1) Применим правило умножения: девочку можно выбрать 15 способами, мальчика — 10 способами, пару мальчик—девочка — $15 \cdot 10 = 150$ способами. Ответ. 1) 150; 2) 130.

4. 1) Первого отвечающего можно выбрать четырьмя способами, следующего — тремя, следующего — двумя, последнего — одним. Всего 24 способа. Ответ. 1) 24; 2) 120.

5. 1) На первое место можно поставить любую из 10 команд, на второе — любую из 9 оставшихся, на третье — любую из 8 оставшихся. По правилу умножения общее число способов, которыми можно распределить три места, равно $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$. Ответ. 1) 720; 2) 210.

6. 1) Урок чтения можно поставить на любой из четырёх уроков, урок физкультуры — на любой из трёх оставшихся. После этого для двух уроков математики останется единственный вариант поставить их в расписание. По правилу умножения общее число способов составить расписание на среду равно $4 \cdot 3 = 12$. Ответ. 1) 12; 2) 12.

7. 1) Каждый из 30 участников конференции раздал 29 карточек. Значит, всего было роздано $30 \cdot 29 = 870$ карточек. Ответ. 1) 870; 2) 42.

8. 1) На первое место можно поставить любую из цифр, кроме нуля, — это 3 варианта; на второе место — любую из 4 цифр и на третье — тоже любую из 4 цифр. По правилу умножения общее количество вариантов равно $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$. Ответ. 1) 48; 2) 48.

9. 1) Первое блюдо можно выбрать 2 способами, второе блюдо — 4 способами и третье блюдо — 3 способами. По правилу умножения общее количество вариантов равно $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$. Ответ. 1) 24; 2) 40.

Вероятность

10. 1) Исправные процессоры составляют 99,95% от общего числа, поэтому искомая вероятность равна 0,9995. Ответ. 1) 0,9995; 2) 0,975.

11. 1) Опыт имеет 7 равновозможных исходов (букв), из которых 3 благоприятных (гласные буквы). Поэтому вероятность равна $\frac{3}{7}$. Ответ. 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{4}{7}$.

12. 1) Опыт имеет 25 равновозможных исходов (учеников), из которых 10 благоприятных (девочек). Поэтому вероятность равна $\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$. Ответ. 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{2}{5}$.

13. 1) Всего 100 клеток, четырёхпалубный занимает 4 клетки (число благоприятных исходов). Вероятность равна $\frac{4}{100} = 0{,}04$. Ответ. 1) 0,04; 2) 0,06.

14. 1) Опыт имеет 4 равновозможных исхода ОО, ОР, РО, РР, из которых благоприятным будет только один ОО. Поэтому вероятность равна $\frac{1}{4}$. Ответ. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$.

15. 1) Опыт имеет $a + b$ равновозможных исходов (шаров), из которых a благоприятных (белых). Поэтому вероятность равна $\frac{a}{a+b}$. Ответ. 1) 2); 2) 4).

16. 1) Решение 1. Пронумеруем мысленно все шары: 1, 2, 3, 4. Будем считать, что шары с номерами 1 и 2 красные, а с номерами 3 и 4 синие. Составим таблицу:

1	2	3	4
К	К	С	С

Опыт имеет 6 равновозможных исходов: 12, 13, 14, 23, 24, 34 (шары вынимают одновременно, поэтому порядок шаров в каждой паре не учитываем). Из этих 6 исходов благоприятными будут 2 исхода: 12, 34. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. Решение 2. Будем считать, что шары вынимают не одновременно, а последовательно без возвращения (понятно, что ответ от этого не зависит). После того как вытащили первый шар независимо от его цвета, в урне осталось три шара, из которых только один имеет тот же самый цвет. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{1}{3}$. Ответ. 1) 3); 2) 1).

Статистика

17. 1) Найдём относительную частоту попаданий для каждого стрелка и сравним их.

Лучкин: $\frac{100}{120}=\frac{5}{6}$; Арбалетов: $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$; Пулькин: $\frac{110}{150} = \frac{11}{15}$.

Ответ. 1) 3); 2) 3).

18. 1) Р е ш е н и е 1. Найдём среднее время, затраченное на дорогу в школу, на дорогу из школы, а затем их разность:

$$\frac{19+20+21+17+22+24}{6}=20{,}5;\ \frac{28+22+20+25+24+22}{6}=23{,}5;$$

$23{,}5-20{,}5=3$. Р е ш е н и е 2. Найдём для каждого из шести дней недели разность между временем, затраченным на дорогу из школы и на дорогу в школу, а затем среднее значение этих разностей: $\frac{9+2-1+8+2-2}{6}=3$. Ответ. 1) На 3 мин; 2) На 8 мин.

19. 1) Для вычисления среднего значения нужно перевести временные интервалы в однородные единицы измерения (секунды). Но поскольку для всех членов ряда число минут одинаково, то можно упростить вычисления, найдя среднее только по «секундной части»: $\frac{11+8+10+12+19}{5}=12$. Среднее арифметическое для данного ряда равно 2 мин 12 с. Для вычисления медианы ряд нужно упорядочить: 2 мин 8 с $<$ 2 мин 10 с $<$ 2 мин 11 с $<$ 2 мин 12 с $<$ 2 мин 19 с. Медиана равна 2 мин 11 с. О т в е т. 1) 2 мин 12 с; 2 мин 11 с; 2) 1 мин 17 с; 1 мин 15 с.

20. 1) Среднее арифметическое равно $\frac{2\cdot1+3\cdot6+4\cdot3+5\cdot5}{1+6+3+5}=3{,}8$.

Максимальную частоту имеет оценка «3», которая и будет модой. О т в е т. 1) 3,8; 3; 2) 4; 5.

21. 1) Чтобы не писать лишние нули будем считать все зарплаты не в рублях, а в тысячах рублей. Среднее арифметическое равно $\frac{100\cdot1+20\cdot4+10\cdot20}{1+4+20}=15{,}2$. Если выписать весь ряд зарплат по возрастанию, получим 10, 10, ..., 20, 20, 20, 20, 100. Очевидно, что в середине ряда будут числа 10, поэтому медиана равна 10. О т в е т. 1) 15 200 р., 10 000 р.; 2) 14 000 р., 5000 р.

22. 1) Например, для ряда 1, 2, 3 среднее арифметическое и медиана равны. О т в е т. 4).

2) Сумма положительных чисел положительна, поэтому и их среднее арифметическое положительно. Если упорядочить ряд положительных чисел, то число (или два числа), стоящее посередине этого ряда, разумеется, будет положительно. О т в е т. 4).

22. 1) Верным является утверждение 4). Если бы в классе не было девочек ниже Маши, то медиана их роста была бы больше или равна 132 см. Утверждения 1) и 2) неверные. Пример: 128; 132. Медиана равна 130. Утверждение 3) неверно. Пример: 130; 130; 132. Медиана равна 130. О т в е т. 4).

2) Верным является утверждение 3). Если бы в классе не было девочек с ростом менее 130 см, то средний рост был бы больше 130 см (так как среднее арифметическое чисел, одно из которых равно 132, а остальные больше или равны 130, будет строго больше 130). Утверждения 1) и 2) неверные. Пример:

128; 132. Среднее равно 130. Утверждение 4) неверно. Пример: 129; 129; 132. Среднее равно 130. Ответ. 3).

24. 1) По данным диаграммы болели 1 раз более трети учащихся, т. е. более 100 учащихся, значит, ответ 1) не подходит. Болели более 1 раза четверть учащихся, т. е. 75 учащихся, значит, это более, чем $75 \cdot 2 = 150$ заболеваний, ответ 2) не подходит. Болевших 3 и 4 раза немного, часть из этих заболеваний нами уже учтена, значит, общее число достичь 500 не сможет. Ответ. 1) 3); 2) 4).

25. 1) С производства надо снять марку, у которой отношение числа поломок к суммарному пробегу является наибольшим. При нахождении отношения будем делить на количество миллионов, т. е. 4500 на 90, а не на 90 млн. «Корона»: $4500 : 90 = 50$; «Вояжер»: $5600 : 280 = 20$. Понятно, что для «Лианы» отношение будет меньше, чем для «Короны»; «Торнадо»: $3840 : 64 = 60$. Ответ. 1) 4); 2) 4).

Часть 2

Комбинаторика

1. 1) Урок физкультуры сразу поставим на последнее место и уже не будем учитывать:

				Ф

Два соседних места для уроков русского языка и литературы можно выбрать тремя способами. Поставить их на эти выбранные места можно двумя способами. После этого урок алгебры можно поставить на любое из двух оставшихся мест, а урок географии — на единственное оставшееся. По правилу умножения получаем $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 12$. Ответ. 1) 12; 2) 12.

2. 1) Нечётных цифр пять: 1, 3, 5, 7, 9. Очевидно, однозначных чисел можно составить 5. Количество двузначных, трёхзначных и четырёхзначных чисел можно найти по правилу умножения: двузначных — $5 \cdot 5 = 25$; трёхзначных — $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$; четырёхзначных — $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$. Всего можно составить $5 + 25 + 125 + 625 = 780$ (чисел). Ответ. 780.

2) Чётных цифр пять: 0, 2, 4, 6, 8. Очевидно, однозначных чисел можно составить 5. Количество двузначных, трёхзначных и четырёхзначных чисел можно найти по правилу умножения: двузначных — $4 \cdot 5 = 20$; трёхзначных — $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$; четырёхзначных — $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$; (на первое место можно ставить любую из цифр, кроме 0, значит, всего 4 варианта). Всего можно составить $5 + 20 + 100 + 500 = 625$ (чисел). Ответ. 625.

3. 1) Пусть в первой команде было m игроков, а во второй — n игроков. Тогда всего было совершено по правилу умножения $m \cdot n$ рукопожатий. Получаем уравнение с двумя неизвестны-

ми, которое нужно решить в целых числах: $m \cdot n = 323$. Поскольку m и n не могут равняться 1 (в хоккейной команде не может быть один игрок), то уравнение имеет всего два решения (других способов разложить 323 на два множителя нет): $m = 17$, $n = 19$ или $m = 19$, $n = 17$. В любом случае их сумма равна 36. Ответ. 1) 36; 2) 30.

Вероятность

4. 1) При подбрасывании двух игральных кубиков имеем 36 равновозможных исходов. Из них благоприятными будут 4 исхода: $1 + 4$, $2 + 3$, $3 + 2$, $4 + 1$. Отсюда вероятность равна $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$. Ответ. 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{5}{36}$.

5. 1) Решение 1. Исходами опыта являются перестановки из пяти чисел, которых $5!$. Чтобы получить благоприятный исход (т. е. перестановку с чётной цифрой на конце), нужно поставить на последнее место любую из двух чётных цифр (2 варианта), на предпоследнее — любую из четырёх оставшихся (4 варианта), перед ней — любую из трёх оставшихся (3 варианта) и т. д. Всего по правилу умножения $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 4!$ благоприятных исходов. Отсюда вероятность равна $\frac{2 \cdot 4!}{5!} = \frac{2}{5}$. Решение 2. Поскольку чётность числа зависит только от последней цифры, то будем выкладывать наше число именно с неё. Вероятность вытащить из пяти цифр 1, 2, 3, 4, 5 чётную цифру равна $\frac{2}{5}$. Это и будет искомой вероятностью, так как от остальных четырёх цифр чётность числа уже не зависит. Ответ. 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{2}{5}$.

6. 1) При подбрасывании двух игральных кубиков имеем 36 равновозможных исходов. Чтобы получился благоприятный исход, на первом кубике должно выпасть любое число от 1 до 4 (это 4 варианта) и на втором кубике — любое число от 1 до 4 (4 варианта). Всего по правилу умножения $4 \cdot 4 = 16$ благоприятных исходов. Отсюда вероятность равна $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$. Ответ. 1) $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{4}{9}$.

7. 1) Опыт имеет $5!$ равновозможных исходов — это перестановки из пяти букв. Если бы все буквы были различными, то благоприятный исход был бы только один. Но поскольку в слове две буквы К, то при двух разных перестановках получится одно и то же слово КУБИК. Таким образом, благоприятных исходов будет 2, поэтому вероятность равна $\frac{2}{5!} = \frac{1}{60}$. Ответ. $\frac{1}{60}$.

2) Указание. Так как в слове три буквы О, то благоприятных исходов будет $3!$. Ответ. $\frac{1}{120}$.

8. 1) После того, как взят один пирожок (любой), осталось 3 пирожка: один с той же начинкой, а два — с другой. Общее число исходов при выборе второго пирожка 3, а благоприятных 2, значит, вероятность выбора пирожка с другой начинкой равна $\frac{2}{3}$; Ответ. 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{2}{5}$.

9. 1) Длина всего отрезка равна 4. Длина той его части, где координата больше 1, равна 1. Отсюда вероятность равна $\frac{1}{4}$. Ответ. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{2}{3}$.

10. 1) Решение 1. Исходами опыта являются (неупорядоченные) пары, которые можно составить из 25 человек. Всего таких пар $\frac{25 \cdot 24}{2} = 300$. Благоприятными исходами будут пары, в которые входит Наташа. Наташу можно поставить в пару с любым из 24 её одноклассников, значит, таких пар 24. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{24}{300} = \frac{2}{25}$. Решение 2. Представим себе, что двоих дежурных выбирают так: в мешок кладут 25 бумажек, на двух из которых нарисованы крестики. Ученики по очереди тащат бумажки из мешка. Кому досталась бумажка с крестиком — тот и дежурит. Для простоты будем считать, что Наташа тащит бумажку первой (ответ от этого не зависит). Очевидно, что вероятность вытащить бумажку с крестиком равна в этом случае $\frac{2}{25}$. Ответ. 1) $\frac{2}{25}$; 2) $\frac{1}{10}$.

11. 1) Решение 1. Опыт представляет собой выбор двух вагонов из восьми с повторением: первый пассажир может выбрать любой из 8 вагонов, второй пассажир тоже может выбрать любой из 8 вагонов. Общее количество исходов равно $8 \cdot 8$. Чтобы исход был благоприятным, первый человек может сесть в любой из 8 вагонов, а второй — в любой из 7 оставшихся, поэтому количество благоприятных исходов равно $8 \cdot 7$. Отсюда искомая вероятность будет $\frac{8 \cdot 7}{8 \cdot 8} = \frac{7}{8}$. Решение 2. Пусть первый человек уже сел в какой-нибудь вагон. Если второй человек выбирает вагон наугад, то у него остаётся 7 шансов из 8 выбрать его так, чтобы не попасть в тот же вагон. Поэтому вероятность равна $\frac{7}{8}$. Ответ. 1) $\frac{7}{8}$; 2) $\frac{1}{8}$.

12. 1) Решение 1. Пронумеруем мысленно всех детей: 1, 2, 3, 4. Будем считать, что номера 1 и 2 получили мальчики, а номера 3 и 4 — девочки:

1	2	3	4
М	М	Д	Д

Исходами опыта являются (неупорядоченные) пары, которые можно составить их четырёх чисел. Выпишем все эти исходы:

12, 13, 14, 23, 24, 34. Из этих 6 исходов благоприятными будут 4 исхода: 13, 14, 23, 24. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$. Решение 2. Будем считать, что два билета разыгрывают так: в мешок кладут 4 бумажки с именами детей, а затем одну за другой вынимают две бумажки — их владельцы и идут в кино. После того как вытащили первую бумажку независимо от того, кому она принадлежит, в мешке осталось три бумажки, из которых две принадлежат детям одного пола. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{2}{3}$. Ответ. $\frac{2}{3}$.

2) Исходами опыта являются (неупорядоченные) пары, которые можно составить из четырёх человек. Всего таких пар $\frac{4 \cdot 3}{2}=6$. Благоприятным будет только одна из этих шести пар, которая состоит из двух девочек. Поэтому искомая вероятность равна $\frac{1}{6}$. Ответ. $\frac{1}{6}$.

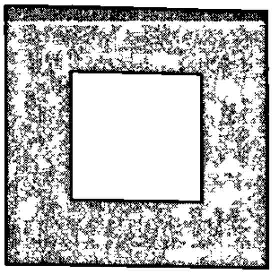
13. 1) Обозначим неизвестное количество чёрных шаров в урне через x. Исходами опыта будут всевозможные пары, которые можно составить из 10 шаров. Количество таких пар равно $\frac{10 \cdot 9}{2}=45$ (на 2 делим, потому что порядок шаров в паре не учитывается). Благоприятными будут всевозможные пары, которые можно составить из x чёрных шаров. Количество таких пар равно $\frac{x(x-1)}{2}$. Значит, вероятность вынуть 2 чёрных шара из такой урны равна $\frac{x(x-1)}{2 \cdot 45}$. Получаем уравнение, которое нужно решить в натуральных числах: $\frac{x(x-1)}{90}=\frac{1}{15}$, $x(x-1)=6$, $x=3$. В урне 3 чёрных шара, значит, белых шаров 7. Ответ. 1) 7; 2) 3.

14. 1) Найдём общее количество номеров, которое можно составить по описанным правилам. Всего в номере 6 мест: а) любая из 12 букв; б) любая из 10 цифр; в) любая из 10 цифр; г) любая из 10 цифр; д) любая из 12 букв; е) любая из 12 букв. Всего по правилу умножения $12 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 12$ номеров.

2) Найдём количество номеров, в которых все буквы и цифры разные: а) любая из 12 букв; б) любая из 10 цифр; в) любая из 9 оставшихся цифр; г) любая из 8 оставшихся цифр; д) любая из 11 оставшихся букв; е) любая из 10 оставшихся букв. Всего по правилу умножения $12 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 10$ номеров. Искомая вероятность равна $\frac{12 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 10}{12 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 12}=\frac{11}{20}$. Ответ. 1) $\frac{11}{20}$; 2) $\frac{1}{100}$.

15. 1) Площадь всего квадрата равна 1. Множество точек, расстояние от которых до ближайшей его стороны не превосходит 0,25 — это закрашенная на рисунке часть квадрата (внут-

ри данного квадрата расположен квадрат со стороной, равной 0,5). Площадь этой части равна $1 - 0{,}5^2 = 0{,}75$. Отсюда вероятность равна 0,75. **О т в е т.** 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$.



Статистика

16. 1) Чтобы найти средний балл по всему городу, нужно сложить баллы всех выпускников города и поделить на общее количество выпускников. Общее количество выпускников равно $60 + 70 + 30 + 50 + 70 = 280$. Если умножить количество учеников в школе на средний балл по школе, то получится сумма баллов в этой школе, а если сложить все такие произведения, то сумма всех баллов по городу равна

$$60 \cdot 60 + 70 \cdot 54 + 30 \cdot 68 + 50 \cdot 72 + 70 \cdot 54 = 16\,800.$$

Средний балл по городу равен $\frac{16800}{280} = 60$. **О т в е т.** 1) 60; 2) 60.

17. 1) После ранжирования (упорядочения) данного ряда чисел в зависимости от значений x будет получен один из следующих рядов:

x, 1, 2, 3, 4, если $x < 1$;
1, x, 2, 3, 4, если $1 \leqslant x < 2$;
1, 2, x, 3, 4, если $2 \leqslant x < 3$;
1, 2, 3, x, 4, если $3 \leqslant x < 4$;
1, 2, 3, 4, x, если $x > 4$.

Найдем для каждого из этих пяти рядов его медиану: 2, 2, x, 3, 3. Получаем, что медиана равна 3 при $x \geqslant 3$. **О т в е т.** 1) $x \geqslant 3$; 2) $x \geqslant 13$.

18. 1) Запишем среднее арифметическое заданного ряда:

$$\frac{1+2+3+4+x}{5} = \frac{10+x}{5}.$$

Решим уравнение $\frac{10+x}{5} = 3$, $x = 5$. **О т в е т.** 1) $x = 5$; 2) $x = 15$.

19. 1) Размах равен $15 - 12 = 3$ (г.). Медиана: 12-летние и 13-летние составляют меньше половины, когда мы добавим к ним 14-летних, то это будет больше половины, значит, в середине будет стоять 14-летний; медиана равна 14. Среднее арифметическое: пусть всего 100 участников, тогда 12-летних — 15 человек, 13-летних — 25 человек, 14-летних — 45 человек, 15-летних — 15 человек; сумма возрастов равна $12 \cdot 15 + 13 \cdot 25 + 14 \cdot 45 + 15 \cdot 15 = 1360$ средний возраст $1360 : 100 = 13{,}6$ (л.). **О т в е т.** Размах — 3 года; медиана — 14 лет; среднее арифметическое — 13,6 лет.

2) **О т в е т.** Размах — 3 балла; медиана — 4 балла; среднее арифметическое — 3,6.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Серия «Итоговый контроль: ГИА»

Кузнецова Людмила Викторовна
Суворова Светлана Борисовна
Бунимович Евгений Абрамович
Колесникова Татьяна Владимировна
Рослова Лариса Олеговна
Булычёв Владимир Александрович

Математика

Сборник заданий для подготовки
к государственной итоговой аттестации
в 9 классе

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Н. Н. Сорокина*
Младшие редакторы *Е. А. Андреенкова, Е. В. Трошко*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *И. В. Губиной*
Техническое редактирование и компьютерная вёрстка *О. А. Карповой, О. С. Ивановой*
Корректоры *Е. В. Барановская, О. Н. Леонова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 25.10.11. Формат $60 \times 90^1/_{16}$. Бумага газетная. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 12,61. Тираж 150 000 экз. Заказ № 32154.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат». 410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru

Издательство «Просвещение» — лидер рынка учебного книгоиздания предлагает новую серию изданий «Итоговый контроль: ГИА», включающую учебно-справочные и контрольные тренировочные материалы, а также индивидуальные комплекты тренировочных материалов, которые охватывают полный цикл подготовки — от теории до практики. Они помогут всем, кто хочет иметь высокие результаты по ГИА!

Учащиеся!

С помощью предлагаемого комплекта вы сможете в короткое время восстановить и пополнить, а также систематизировать свои знания по предмету, что обеспечит готовность выполнить задания, разные по форме и уровню сложности, а значит, успешно сдать сам экзамен.

Учителя и руководители общеобразовательных учреждений!

Предлагаемый вам комплект материалов для подготовки к ГИА разработан с учетом специфики основных существующих учебных (рабочих) программ и является универсальным инструментом для комплексной индивидуальной и коллективной оценки уровня подготовки учащихся, а также для организации учебно-методической работы в классе как в течение года, так и на завершающем этапе обеспечения успешной сдачи ГИА, включая организацию и практически полную имитацию сдачи экзамена.

Родители!

С помощью данного комплекта вы сможете не только помочь своим детям подготовиться к успешной сдаче ГИА, но и объективно оценить уровень их знаний и степень готовности к ГИА, а также помочь им не растеряться во время экзамена, а значит, полнее проявить свои знания и умения для получения высокого балла.

ISBN 978-5-09-026019-0
9 785090 260190

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Экзамен с «Просвещением»